

**T.C.**  
**KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI**  
**MATEMATİK EĞİTİMİ**



**MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ GEOGEBRA**  
**ORTAMLARINDA ÇOKLU ÇÖZÜM GEREKTİREN**  
**PROBLEMLERİ ÇÖZME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

**Muhammed Ömer KÜÇÜKKAHVECİ**

**Yüksek Lisans Tezi**

**Prof. Dr. Ahmet KAÇAR**

**Haziran - 2020**

**KASTAMONU**

## TEZ ONAYI

**Muhammed Ömer KÜÇÜKKAHVECİ** tarafından hazırlanan “**Matematik Öğretmen Adaylarının Geogebra Ortamlarında Çoklu Çözüm Gerektiren Problemleri Çözme Süreçlerinin İncelenmesi**” " adlı tez çalışması **24/06/2020 tarihinde** aşağıdaki jüri üyeleri önünde savunulmuş ve **oy birliği** ile Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik ve Fen Eğitimi Ana Bilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman	Prof. Dr. Ahmet KAÇAR Kastamonu Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ Eskişehir Osman Gazi Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Doc. Dr. İbrahim KEPCEOĞLU Kastamonu Üniversitesi	.....

Enstitü Müdürü      Prof. Dr. İzzet ŞENER      .....

## TAAHHÜTNAME

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildirir ve taahhüt ederim.

  
M. ÖMER KÜÇÜKKAHVECİ  
2020

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ GEOGEBRA ORTAMLARINDA ÇOKLU ÇÖZÜM GEREKTİREN PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ

Muhammed Ömer KÜÇÜKKAHVECİ  
Kastamonu Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fen ve Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ahmet KAÇAR

Bu çalışmada ortaokul matematik öğretmen adaylarının çoklu çözüm gerektiren geometri problemlerinde kağıt üzerinde ve GeoGebra ortamında çoklu çözüm yolu geliştirme süreçleri incelenmiştir. Araştırmada nitel araştırma yaklaşımı ve nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması kullanılmıştır. Bunun sebebi Ortaokul matematik öğretmen adaylarının çoklu çözüm gerektiren geometri problemlerinde kağıt üzerinde ve GeoGebra ortamında çoklu çözüm yolu geliştirmedeki ilerlemelerinin tespit edilmesi, çoklu çözüm yolu oluşturma süreçlerinde GeoGebra ortamının rolü ve bu rolün olası sonuçlarını belirlemektir.

Araştırmaya katılacak olan çalışma grubunun tespiti için ilk olarak hazır bulunuşluk testi uygulanmıştır. Alan eğitimi uzmanlarından alınan görüşler doğrultusunda 22 sorudan oluşturulan soru havuzundan 7 tanesi açık uçlu olacak şekilde öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Ardından yine alan eğitimi uzmanlarından alınan görüşler çerçevesinde 5 tane birden fazla çözüm yolu olan soru oluşturulmuş ve adayların kağıt üzerinde bu soruların çözüm yollarını bulmaları istenmiştir. Ardından GeoGebra ortamında bulunan çözüm yolları karşılaştırılmıştır.

Yapılan araştırma sonucunda kağıt üzerindeki çözüm yollarına nazaran GeoGebra ortamında oluşturulan çözüm yolları sayılarının arttığı ve bu artışın GeoGebranın sunmuş olduğu dinamik ortamdaki kaynaklandığı görülmüştür. Bu durum GeoGebra ortamının geometri problemlerinde farklı çözüm yolları oluşturmaya uygun bir ortam olduğunu göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: Geometri Öğretimi, Çoklu Çözüm Yolları, Problem Çözme, GeoGebra

**Yıl, 2020 142 sayfa**  
**Bilim Kodu:101**

## ABSTRACT

MSc. Thesis

### EXAMINATION OF PROBLEM SOLVING PROCESSES THAT REQUIRE MULTIPLE SOLUTIONS IN GEOMETRY ENVIRONMENTS OF MATEMATİCHS TEACHER CANDİDATES

Muhammed Ömer KÜÇÜKKAHVECİ  
Kastamonu University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Science and Mathematics Education

Supervisor: Prof. Dr. Ahmet KAÇAR

In this study, middle school mathematics teacher candidates' processes of developing multiple solutions on paper and GeoGebra environment for geometry problems requiring multiple solutions were investigated. Qualitative research approach and case study, one of the qualitative research patterns, were used in the research. The reason for this is to determine the progress of elementary mathematics teacher candidates in the development of multiple solutions on paper and in the GeoGebra environment in geometry problems requiring multiple solutions, the role of the GeoGebra environment in the process of creating multiple solutions and the possible results of this role.

A readiness test was applied first to determine the study group that will participate in the research. In line with the opinions received from the field education experts, 7 of the question pools formed from 22 questions were applied to prospective teachers as open-ended. Then, within the framework of the opinions received from the field education experts, 5 questions with more than one solution were created and candidates were asked to find solutions to these questions on paper. Then the solutions in GeoGebra environment are compared.

As a result of the research, it has been observed that the number of solutions created in the GeoGebra environment has increased compared to the solutions on the paper and this increase is due to the dynamic environment offered by the GeoGebra. This shows that the GeoGebra environment is suitable for creating different solutions in geometry problems.

Keywords: Teaching Geometry, Multiple Solutions, Problem Solving, GeoGebra

**Year, 2020 142 pages**  
**Science Code:101**

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tezimle birlikte kendisiyle çalışma imkânına eriştiğim, bilgisini ve desteğini benden hiç esirgemeyen danışmanım Prof. Dr. Ahmet KAÇAR Hocama en içten teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmam süresince sorduğum tüm sorulara sabırla ve içtenlikle cevap veren değerli fikirleriyle araştırmama katkı sunan Doç. Dr. İbrahim KEPCEOĞLU'na çok teşekkür ederim.

M. ÖMER KÜÇÜKKAHVECİ  
2020



# İÇİNDEKİLER

	Sayfa
<b>TEZ ONAYI</b> .....	ii
<b>TAAHHÜTNAME</b> .....	iii
<b>ÖZET</b> .....	iv
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	vi
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	ix
<b>TABLolar DİZİNİ</b> .....	xi
<b>1. GİRİŞ</b> .....	1
1.1. Problem Durumu .....	1
1.2. Araştırmanın Amacı.....	2
1.3. Araştırmanın Önemi .....	3
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları .....	3
<b>2. KURAMSAL ÇERÇEVE</b> .....	4
2.1 Matematiksel Problem .....	4
2.1.1 Matematik Problemi .....	4
2.1.2 Matematiksel Problem Çözme .....	6
2.1.3 Matematiksel Problem Çözme Stratejileri .....	8
2.1.3.1 Bağıntı bulma .....	11
2.1.3.2 Canlandırma .....	12
2.1.3.3 Denklem veya eşitsizlik kurma .....	13
2.1.3.4 Geriye Doğru Çalışma .....	13
2.1.3.5 Muhakeme etme .....	14
2.1.3.6 Problemi basitleştirme .....	14
2.1.3.7 Sistemik liste yapma .....	15
2.1.3.8 Şekil veya diyagram çizme .....	16
2.1.3.9 Tablo yapma.....	17
2.1.3.10 Tahmin ve kontrol .....	17
2.2 Problem Çözme .....	18
2.2.1 Problem Türleri .....	20
2.2.1.1 Sıradan problemler .....	21
2.2.1.2 Sıra dışı problemler .....	21
2.2.2 Problem Çözme Süreci .....	22
2.2.2.1 Problemin anlaşılması.....	24
2.2.2.2 Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi .....	26
2.2.2.3 Stratejinin uygulanması .....	27
2.2.2.4 Değerlendirme .....	28
2.2.3 Problem Çözme Sürecini Etkileyen Faktörler.....	29
2.2.3.1 Duyuşsal faktörler .....	30
2.2.3.2 Bilişsel faktörler .....	30
2.2.3.3 Deneyimler .....	31
2.3 GeoGebra .....	31
2.3.1 GeoGebra'nın Çoklu Sunumları.....	33
2.3.2 GeoGebra Kullanımının Avantajları.....	34
2.4 Yapılan Çalışmalar .....	35
<b>3. YÖNTEM</b> .....	41

3.1 Araştırmanın Modeli.....	41
3.2 Çalışma Grubu.....	42
3.3 Veri Toplama Araçları.....	43
3.3.1 Hazır Bulunmuşluk Testi.....	43
3.3.2 Çoklu Çözüm Yolu Gerektiren Sorular.....	44
3.3.3 GeoGebra Üzerindeki Çözümler.....	45
3.3.4 Sorunun Ekran Görüntüsü.....	45
3.3.5 Yarı Yapılandırılmış Görüşmeler.....	45
3.4 Uygulama Süreci.....	46
3.5 Verilerin Analizi.....	47
<b>4. BULGULAR.....</b>	<b>48</b>
4.1 Öğretmen Adaylarının Kağıt Üzerinde ve GeoGebra Ortamlarında Oluşturdukları Çözüm Yollarının İncelenmesi.....	48
4.2 Öğretmen Adaylarının Kağıt Üzerinde ve GeoGebra Ortamlarına Oluşturdukları Çözüm Yollarının Karşılaştırılması.....	86
4.3 Birinci Alt Probleme Ait Bulgular.....	87
4.4 İkinci Alt Probleme Ait Bulgular.....	90
4.5 Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular.....	97
<b>5. SONUÇ VE TARTIŞMA.....</b>	<b>104</b>
<b>6. ÖNERİLER.....</b>	<b>106</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>108</b>
<b>EKLER.....</b>	<b>120</b>
EK 1: Geometri Seviye Belirleme Sınavı.....	121
EK 2: Çoklu Çözüm Gerektiren Sorular.....	123
<b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>	<b>130</b>

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 2.1. Bağlantı bulma (ilişki arama) stratejisi örneği .....	12
Şekil 2.2. Şekil veya diyagram çizme stratejisi örneği .....	16
Şekil 2.3. "Tahmin ve Kontrol" stratejisinin kullanıldığı örnek bir problem ....	18
Şekil 2.4. Problemin "Tahmin Ve Kontrol" stratejisi kullanılarak çözümüne örnek bir resim.....	18
Şekil 2.5. GeoGebra kullanıcı arayüzü .....	32
Şekil 4.1. Öğretmen adaylarının çözeceği birinci soru .....	48
Şekil 4.2. ÖA1'in birinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu .....	50
Şekil 4.3. ÖA1'in birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu .....	50
Şekil 4.4. ÖA1'in birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu .....	51
Şekil 4.5. ÖA3'ün birinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu.....	53
Şekil 4.6. ÖA3'ün birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu.....	54
Şekil 4.7. ÖA5'in birinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu .....	55
Şekil 4.8. ÖA5'in birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu .....	56
Şekil 4.9. ÖA5'in birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu .....	57
Şekil 4.10. ÖA6'nın birinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu 1. çözüm yolu ...	58
Şekil 4.11. ÖA6'nın birinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu 2. çözüm yolu ...	58
Şekil 4.12. ÖA6'nın birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu .....	60
Şekil 4.13. Öğretmen adaylarının çözmesi gereken ikinci soru .....	60
Şekil 4.14. ÖA2'nin ikinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu 1. ve 2. çözüm yolu .....	62
Şekil 4.15. ÖA2'nin ikinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu .....	63
Şekil 4.16. ÖA2'nin ikinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu .....	63
Şekil 4.17. ÖA6'nın ikinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu .....	64
Şekil 4.18. ÖA6'nın ikinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu .....	65
Şekil 4.19. Öğretmen adaylarını çözmesi gereken üçüncü soru.....	65
Şekil 4.20. ÖA1'in üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu .....	67
Şekil 4.21. ÖA1'in üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu .....	68
Şekil 4.22. ÖA1'in üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 3. çözüm yolu .....	68
Şekil 4.23. ÖA4'ün üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu .....	71

Şekil 4.24. ÖA4'ün üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu .....	71
Şekil 4.25. Öğretmen adaylarının çözmesi gereken dördüncü soru .....	72
Şekil 4.26. ÖA1'in dördüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu .....	74
Şekil 4.27. ÖA4'ün dördüncü soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu ...	75
Şekil 4.28. ÖA4'ün dördüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu .....	76
Şekil 4.29. ÖA6'nın dördüncü soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu ..	77
Şekil 4.30. ÖA6'nın dördüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu .....	78
Şekil 4.31. ÖA6'nın dördüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu .....	78
Şekil 4.32. Öğretmen adaylarını çözmesi gereken beşinci soru .....	79
Şekil 4.33. ÖA1'in beşinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu .....	80
Şekil 4.34. ÖA1'in beşinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu .....	82
Şekil 4.35. ÖA1'in beşinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu .....	82
Şekil 4.36. ÖA1'in beşinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 3. çözüm yolu .....	83
Şekil 4.37. ÖA3'ün beşinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu .....	84
Şekil 4.38. ÖA3'ün beşinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu .....	84
Şekil 4.39. ÖA6'nın beşinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu .....	85
Şekil 4.40. ÖA6'nın beşinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu .....	86

## TABLolar DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Tablo 2.1. Problemin çözümüne yönelik tablo yapma stratejisinin kullanımı .....	17
Tablo 3.1. Hazırbulunuşluk testi.....	44
Tablo 4.1. Öğretmen adaylarının birinci soru için buldukları çözüm yolu sayıları.....	48
Tablo 4.2. Öğretmen adaylarının ikinci soru için buldukları çözüm yolu sayıları.....	61
Tablo 4.3. Üçüncü soru için buldukları çözüm yolu sayıları .....	66
Tablo 4.4. Öğretmen adaylarının dördüncü soru için oluşturdukları çözüm yolu sayıları.....	72
Tablo 4.5. Öğretmen adaylarının beşinci soru için buldukları çözüm yolu sayıları.....	79
Tablo 4.6. Öğretmen adaylarının profillerine göre çözüm yollarının sayısı karşılaştırılması .....	86
Tablo 5.1. Öğretmen adaylarının birinci soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları.....	88
Tablo 5.2. Öğretmen adaylarının ikinci soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları.....	88
Tablo 5.3. Öğretmen adaylarının üçüncü soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları.....	89
Tablo 5.4. Öğretmen adaylarının dördüncü soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları.....	89
Tablo 5.5. Öğretmen adaylarının beşinci soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları.....	90
Tablo 5.6. Öğretmen adaylarının birinci soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları.....	90
Tablo 5.7. Öğretmen adaylarının ikinci soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları.....	92
Tablo 5.8. Öğretmen adaylarının üçüncü soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları.....	93
Tablo 5.9. Öğretmen adaylarının dördüncü soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları.....	95
Tablo 5.10. Öğretmen adaylarının beşinci soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları .....	95
Tablo 5.11. Öğretmen adaylarının birinci soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları .....	97
Tablo 5.12. Öğretmen adaylarının ikinci soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları .....	98
Tablo 5.13. Öğretmen adaylarının üçüncü soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları .....	99
Tablo 5.14. Öğretmen adaylarının dördüncü soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları .....	101

Tablo 5.15. Öğretmen adaylarının beşinci soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları .....	101
---	-----



## 1. GİRİŞ

Bu bölümde yapılan çalışmanın amacı, önemi ve karşılaşılan problem durumuyla ilgili bilgilere yer verilecektir. Ayrıca problem durumu alt problemlere ayrılıp ayrı ayrı incelenecektir.

### 1.1. Problem Durumu

Çoklu çözüm problemleri, problemin çözülmesi için birden fazla yolun kullanılabileceği problem durumu olarak tanımlanır. Leikin (2007), Leikin ve Levav-Waynberg (2007; 2008) 'e göre bu çözümler arasındaki fark

(a) matematiksel bir kavramın farklı gösterimlerini kullanmak;

(b) belirli bir matematiksel konudaki kavramların farklı özelliklerini (tanımlar, teoremler, yardımcı yapılar) kullanmak veya

(c) matematiğin farklı dallarına ait yapılar ve teoremler kullanmak

olabilir.

Her çağın kendine göre problemleri vardır. Matematikçiler, ilgilendikleri problemleri matematiksel sistemlerle çözmek için uğraşırlar. Zaman geçtikçe yeni problemler ortaya çıkar (Nasibov ve Kaçar, 2005).

Bütün problemlerin çözümünde kullanılabilecek belirli bir yol ya da yöntem yoktur. Çocuklar bir problemle karşılaştıklarında çoğu kez bu durumda kullanılabilecek bir kural ararlar ki problem çözmenin bir kuralı yoktur, sadece sistematigi vardır (Yenilmez,2013).

Ortaokul matematik öğretimi programında öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde problemi anlama, çözümü planlama, planı uygulama, çözümün doğruluğunu, geçerliliğini kontrol etme, çözümü genelleme ve benzer/özgün problem kurma süreçlerinin gözetilmesi gerekliliği vurgulanmaktadır (MEB, 2013). Problemin farklı çözüm yollarını değerlendirme, problem çözme becerilerinin geliştirilmesinin beklenen bir göstergesi olmakla birlikte, problem çözmenin bilişsel süreç olduğu Çakmak

(2003) tarafından vurgulanmaktadır. Yapılan bilimsel çalışmalarda problem çözenin matematiği öğrenmeyi kolaylaştırdığı ve matematiksel düşünmeyi desteklediği vurgulanmıştır (NCTM, 2000). Örneğin, açık uçlu problemler gibi, bütün boyutları önceden belirlenmemiş olan problemlerin çözülmesi yaratıcı matematiksel kabiliyetin ortaya çıkarılması için uygun araçlar olarak görülmektedir. Ayrıca, bazı problem çözümler problem çözerken problemi kavramaya çalışır ve veriler içerisindeki ilişkileri araştırırken matematiksel kavramları soyutlamaya, genellemeye ve derinden düşünmeye de istekli hale gelmektedirler (Sheffield, 2009). Dolayısıyla problem çözme dil gelişimini, akıl yürütmeyi ve matematiksel düşünme gibi becerileri geliştirmek için iyi bir araçtır (Reusser ve Stebler, 1997).

## 1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı çoklu çözüm yolu gerektiren geometri sorularında kağıt üzerinde ve GeoGebra ortamında oluşturulan farklı çözüm yollarının incelenmesidir. Bu bağlamda araştırmanın ana problemi olarak

“Öğretmen adaylarının çoklu çözüm yolu gerektiren geometri sorularında kağıt üzerinde oluşturdukları farklı çözüm yolları ile GeoGebra ortamında oluşturdukları farklı çözüm yolları nasıl oluşturulmuştur, bu çözüm yolları arasında bir ilişki var mıdır?”

sorusu belirlenmiştir. Araştırma problemine göre alt problemler aşağıdaki gibi düzenlenmiştir.

Araştırmanın amacı doğrultusunda aşağıda yer alan alt problemlere yanıt aranmıştır:

1. Öğretmen adayları çoklu çözüm yolu gerektiren geometri sorularında kağıt üzerinde farklı çözüm yollarını nasıl oluşturmuşlardır?
2. Öğretmen adayları çoklu çözüm yolu gerektiren geometri sorularında GeoGebra ortamında farklı çözüm yollarını nasıl oluşturmuşlardır?
3. Kağıt üzerinde üretilen farklı çözüm yolları ile GeoGebra ortamında üretilen çözüm yolları arasında ilişki var mıdır?

### **1.3. Araştırmanın Önemi**

Bu araştırmada matematik öğretmen adaylarının çoklu çözümler yolu gerektiren geometri problemlerinde kağıt üzerinde ve GeoGebra ortamında oluşturdukları farklı çözümler yollarını nasıl oluşturdukları ve bu oluştırmada GeoGebra ortamının rolü incelenmiştir. GeoGebra ortamının lisede ve üniversitede soru çözümlerinde ve konunun kavratılmasında kullanılmasının faydalı olacağı ve bu programın bir şekilde öğretim programlarına entegre edilebileceği düşünülmektedir.

Çalışmada katılımcıların herhangi bir problem karşısında çözümler yollarını çoğaltmasında GeoGebra ortamının önemi ve rolü de gözlenmiştir. Bu gözlem içindeki asıl amaç matematik öğretmen adaylarının problemleri çözerken farklı bakış açılarını kazanmasında GeoGebra ortamının nasıl katkı verdiğini belirlemektir. Bu belirleme teknolojinin matematik eğitimindeki katkısı ve önemini göstermek açısından önemli bir uygulama olacaktır.

### **1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları**

Bu araştırma aşağıda yer alan koşullar ile sınırlandırılmıştır:

1. Araştırmaya gönüllü olarak katılan 6 ortaokul matematik öğretmen adayı ile sınırlanmıştır.
2. Birden fazla farklı çözümler yolu gerektiren geometri ile ilgili 5 adet açık uçlu soru ile sınırlanmıştır.
3. Dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra programı ile yapılabilen oluştırmalar ve bu programda kullanılabilen araçlar ile sınırlanmıştır.

## 2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde matematiksel problem, problem çözme yolları ve GeoGebra ile ilgili bilgilere yer verilecektir.

### 2.1 Matematiksel Problem

Günlük hayatta karşılaşılabilecek her türlü sorun, çözülmesi gereken bir problemdir. Çözüm yolunun matematiksel işlem basamakları gerektirdiği düşünülen problemler, matematiksel problemler diye tanımlanır.

#### 2.1.1 Matematik Problemi

Problem, kişinin çözümlenmek isteyip de ne yapacağına hemen karar veremediği, bilmediği bir durumdur. Sonucu belli olmayan, cevaplanması zor bir sorudur. Problem çeşitli tanımlara göre üç temel özelliğe sahiptir:

birincisi problem bir güçlüktür, ikincisi bir çözüm gerektirir ve üçüncüsü daha önce karşılaşılmamış, hazırlıksız yakalanılmış bir durumdur (Altun, 2005).

Problemler, insanların hayatları boyunca karşılaştıkları bir olgudur. Bu olgu, matematikle uğraşmayı sevenler için bir bulmacaya benzer. Ders kitabında bulunan problemin, öğrencinin ilgisini çekmesi, çözümü için basit algoritmalarından daha fazlasının gerekmesi, bu tarz bir problemle ilk kez karşılaşılması ve daha önce çözülmemiş olması gerekmektedir (Ildırı, 2009). Bu tanımlarda, matematik probleminin daha önce karşılaşılmamış bir durum olması ve cevabının bulunmasının bir zorluk oluşturması gerektiği vurgulanmıştır.

Matematik problemi, karşılaşıldığı takdirde zihni karıştırarak çözme isteği uyandıran ve ilk karşılaşıldığında standart bir çözüm yolu bulunmayan, ancak kişinin bilgi birikimini gereken şekilde kullanması halinde çözüme ulaşabileceği sorun olarak tanımlanabilir (Türnüklü ve Yeşildere, 2005). Matematik kitaplarında bulunan durumlardan öğrencilerin edindiği kazanımlarla çözebilecekleri sorular matematik problemi olarak kabul edilmiş, fakat öğrencilerin otomatik bir şekilde cevap verdiği

ya da düzeylerine uygun olmayan durumların problem olmadığı ifade edilmiştir (Baykul, 2001). Bu tanımlarda, matematik probleminin çözümü için kişinin bilgi birikimini kullanması ve çözümün otomatik bir şekilde cevaplanamayacak kadar karmaşık olması gerektiği vurgulanmıştır.

Umay (2007)'a göre matematik problemlerini günlük yaşamda karşılaşılan problemlerden ayırmak önemlidir. Matematik problemleri matematiksel düşünmeyi içerir. Bu problemlerin, akıl yürütmeye sonucunun tahmin edilmesi, nedenlerinin ifade edilebilmesi ve aynı koşullarda aynı sonuçları vermesi beklenir (Görür, 2016).

Özyıldırım-Gümüş ve Umay (2017)'e göre matematik problemlerini günlük yaşamda karşılaşılan diğer problemlerden ayıran özellik, çözüm sürecinde matematiksel bilginin kullanılmasıdır. Matematiksel bilgi, kavramsal ve işlemsel bilginin harmanlanması ile oluşturulur. Kavramsal ve işlemsel bilginin uygun şekilde ilişkilendirilmesiyle matematikte başarı sağlanabilir (Özyıldırım-Gümüş ve Umay, 2017). Bu açıklamalardan matematik problemini günlük yaşam problemlerinden ayıran özelliğin matematiksel düşünme gerektirmesi olduğu anlaşılmaktadır.

Yapılan tanımlara göre matematik problemi karşılaştıran kişide çözüme isteği uyandıran, kişinin ön bilgilerine ve eleştirel, yaratıcı düşünme gibi genel bilişsel becerilerinin yanı sıra akıl yürütme, ilişkilendirme gibi matematiksel becerilerine bağlı olarak; verilen bilgilerden yola çıkıp matematiksel bilgi kullanarak sonucuna ulaşabildiği bir zorluktur.

NCTM (2000)'e göre iyi bir problem, öğrencilerin bulunduğu çevreden ortaya çıkmalı ve yeni kavramları tanıması için onlara fırsat sunmalıdır. Bunun yanında öğrencileri strateji geliştirmeye ve uygulamaya yönlendirmelidir (Ebret, 2015). Hershkovitz, Peled ve Littler (2009)'e göre öğrencilerin yaratıcılık becerisini güçlendirecek iyi bir problemin özellikleri şunlardır (Yılmaz, 2014):

- Birden fazla çözüm yapmaya imkân tanımalı,
- Problemin çözümü, basit ve orta düzey ile orta düzeyin biraz daha üzerinde ve orijinal çözümler arasında değişen seviyede olmalı,
- “Niçin? Ya şöyle olsaydı?” gibi sorularla genişletilebilmeli,
- Genelleme ve soyutlama yapmaya imkân tanımalı,

- Farklı durumların araştırılması ve tartışılması için cesaretlendirmeli,
- Önemli matematiksel prensiplerin kullanılmasını sağlamalı,
- Önceki bilgilerin kullanılmasını gerektirmeli, bunun yanı sıra öğrencinin bilgilerini genişletebilmesine olanak sağlamalıdır.

Bahsedilen özelliklere sahip problemler, öğrencilerin yaratıcılık becerilerinin yanı sıra diğer temel becerileri ile matematiksel süreç becerilerini de geliştirecektir.

### 2.1.2 Matematiksel Problem Çözme

Sosyal yaşamda karşılaşılan sosyal problemlerin yanında öğrencilerin matematik dersinde karşılaştığı problemler de vardır. Matematiksel açıdan problem, çözümü bulunması gereken fakat nasıl bulunacağı mevcut verilerle belli olmayan sorun olarak ifade edilmektedir (Berkant ve Eren, 2013).

Problem çözme süreci birçok becerinin bir arada kullanılmasını gerektiren karmaşık bir süreç olarak tanımlanır. Bu sürecin aşamaları; problemi anlama, verilenler arasından gerekli bilgiyi seçme, bilgiyi matematiksel sembollere dönüştürme, gerekli işlemlerin hesaplamaların yapılmasından sonra çözüme ulaşma evrelerinden oluşur. Bu adımlar doğrusal bir yol takip etmezler (Olkun ve Toluk, 2003).

Matematiksel problem çözme, matematik öğreniminin önemli bir parçasıdır (Lester, 1994; Voskoglou, 2008; Wilson, Fernandez ve Hadaway, 1993). İlkokullarda öğrencilerin matematiksel problem çözme yetersizlikleri onların yeteneklerindeki eksikliklerle ilgilidir. Öğrencilerin matematiksel yetenekleri de öğretmenlerin yetenekleriyle ilgilidir. Öğretmenlerin matematiksel yetenekleri ise öğrencilerin matematiksel başarılarıyla ilgilidir (Hill, Rowan ve Ball, 2005). Bu nedenle öğretmenlerin matematiksel problem çözme gelişimleri önemlidir. Matematiksel yetenekleri geliştiren yaklaşımlardan biri öğrenme stratejisidir. Bu biliş ötesi yaklaşım öğrenme sürecinde; strateji planlama, izleme ve değerlendirmeyi kapsar (Prabawanto, 2017).

Birçok öğretmen öğrencilerin gerekli hesaplama becerilerine ve algoritmik prosedürlere sahipmiş gibi görünmelerine rağmen matematiksel problemleri çözemediklerini gözlemlemektedirler. Birçok öğrencinin matematiksel problemleri

çözmemelerinin nedeni, matematiksel problem çözenin bilişsel aktivitelerdeki farklılıkta bireysellik gerektirmesi, bilgi ve beceri gerektirmesidir. Bu bilişsel aktiviteler bazı bilişsel olmayan faktörlerden etkilenirler. Başarılı bir problem çözme daha önceki tecrübeleri, bilgileri ve sezgileri koordine etmeyi gerektiren bir süreçtir. Öğrencilerin problem çözememelerindeki bir başka neden ise öğrencilere gerçek problem çözmeyle ilgili çok az fırsat verilmesidir. Bu nedenle öğrenciler matematiksel problem çözmeye yeterince uzmanlaşmamaktadırlar. Matematiksel problem çözme çok karmaşık bir yapıya sahip olduğu için öğrenciler dikkatli bir şekilde düzenlenmiş problem çözme yönergelerine ihtiyaç duyarlar ve problem çözmeye kapsamlı tecrübelerine sahip olmaları gerekir (Lester, 1987).

Daha iyi problem çözebilmek için mücadele eden öğrenciler için matematiksel problem çözenin karmaşıklığından kaynaklanan zorluk, öğrencilerin hem kalite hem miktar bakımından yeterince yönerge ve talimata sahip olmamalarıdır. Bu nedenle problem çözmeyi öğretmek de zorlaşmaktadır. Matematiksel problem çözme becerilerini geliştirmek için öğrencilere tek hamlede kolayca uygulanabilen yöntemler henüz yoktur. Matematiksel problem çözme becerisi uzun zaman sürecinde çok yavaş gelişir. Çünkü problem çözme becerisi, matematiksel bilgiyi doğrudan uygulamaktan daha çok şey gerektirir (Lester, 1987).

Diğer taraftan okullarda eş zamanlı olarak gerçekleştirilen matematik öğretme çalışmaları gerçek yaşam problemlerini çözmeye yeterli değildir. Öğrenciler problem çözme stratejileri hakkında düşünmemekte sadece aritmetik hesaplamalarla sonucu bulmaya çalışmaktadırlar (Nancarrow, 2004). Öğrencilere matematiksel problem çözmeyi öğretme okullarda sadece sınav dönemleri için değil süreklilik göstermelidir, eğitimin ilk yıllarından itibaren bu süreç başlamalıdır. Fakat matematiksel düşünmenin ve problem çözenin uygulama aşamalarının belirlenmesine rağmen öğretmenler matematiksel bir problemi çözme sürecini sınıflarında nasıl uygulayacaklarını ve öğrenciler de problem çözme becerilerini günlük yaşamda nasıl geliştireceklerini bilmemektedirler (Hanegem, 2017). Bu nedenle Lester (1987) öğretmenler için sınıfta matematiksel problem çözme sürecinin uygulanmasına ilişkin örnek öğretim etkinlikleri belirlemiştir. Bunlar; öğretmenin problemi sınıfta okuması ya da bir öğrenciye okutması, öğretmenin problemi anlamayla ilgili sorular sorması, bununla ilgili olarak problemde ne sorulduğuna ve problemi çözmek için hangi bilgiye ihtiyaç

duyulduğuna odaklanılması, öğretmenin öğrencilerden probleme çözüm stratejileri geliştirmelerini istemesi, öğrenciler problemi çözerken öğretmenin onları gözlemlemesi, çalışmalarıyla ilgili sorular sorması, problemi çözemeyen ya da çözmekte zorlanan öğrenciler için ipuçları vermesi, gerektiğinde problemi anlama sorularını tekrarlaması, öğrenciler problemi çözünce cevabın doğruluğunu gözden geçirmelerini istemesi, öğrencilere problemin çözümünü genellemelerine yardım etmesi, öğrencilerden probleme farklı çözüm yolları bulmalarını istemesi, problemi daha önce çözülen problemlerle karşılaştırmalarını ve çözümdeki farklılıkları tartışmalarını istemesi, problemin çözümünü etkileyen özellikleri tartışmalarını istemesi gibi etkinliklerdir.

Öğrencilere problem çözme becerisini kazandırmak için öğretmenler bazı konularda dikkatli olmalıdır. Öğrencilerin problem çözme ile ilgili düşüncelerini akranlarıyla ve öğretmenleriyle rahatlıkla tartışabileceği; problemleri değişik şekilde ifade edebileceği ve farklı çözüm yolları bulabileceği sınıf ortamı oluşturulmalıdır. Matematik derslerinde seçilen problemler öğrencilerin günlük hayatıyla ilgili olmalıdır. Böylelikle öğrenciler problemlere hem daha anlamlı çözümler üretecek hem de bu çözüm yollarını karşılaştıkları benzer problemlerde kullanabileceklerdir (Gür, 2006; Öktem, 2009).

Matematik öğretiminde problemleri kullanma, öğrencilerin matematiksel kavramlar oluşturma ve yeteneklerini geliştirmek için bir araçtır. Problemler öğrencileri hem ilişkileri araştırma ve keşfetmeye hem de eleştirel düşünmeye yönlendirir. Problemleri çözmek için öğrenciler, gözlem yapmalı, verilenler arasında ilişki kurmalı, muhakeme etmeli ve sonuç çıkarmalıdır (Akay, Soybaş ve Argün, 2006).

### **2.1.3 Matematiksel Problem Çözme Stratejileri**

Problem çözme stratejileri, problemleri çözebilmek amacıyla izlenen yollardır (Şahin, 2007). Problem çözme stratejilerinin tarihçesine bakıldığında bu stratejilerle ilgili tartışmanın Polya ile başladığı söylenebilir (Schoenfeld, 1992).

Alanyazında problem çözme stratejileri birçok araştırmacı (Altun, 2002; Baykul, 2014; Posamentier ve Krulik, 2016; Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2016; Yazgan ve Arslan, 2017) tarafından açıklanmıştır.

Rutin olmayan (sıra dışı) problemlerin çözülmesinde kullanılan bazı stratejiler Altun (2002)'a göre;

- Sistematik liste yapma
- Tahmin ve kontrol stratejisi
- Diyagram çizme
- Bağlantı bulma (İlişki arama)
- Değişken kullanma (Eşitlik veya eşitsizlik yazma)
- Tahmin etme
- Benzer basit problemlerin çözümünden yararlanma
- Geriye doğru çalışma
- Eleme
- Tablo yapma
- Muhakeme etme

şeklindedir.

Baykul (2014)'a göre problem çözme stratejileri;

- “Matematik cümlesi yazma”
- “Tahmin ve kontrol etme”
- “Şekil veya şema çizme”
- “Rol yapma”
- “Modelleri kullanma”
- “Tablo yapma”
- “Yapılardan yararlanma”
- “Organize liste yapma”
- “Geriye doğru çalışma”
- “Mantıksal akıl yürütme”
- “Basitleştirme ve küçük parçalara ayırma”dır.

Posamentier ve Krulik (2016)'e göre problem çözme stratejileri;

- “Veriyi düzenleme”
  1. “Liste oluşturma”
  2. “Tablo yapma”
- “Bilinçli tahmin ve kontrol”
- “Daha basit denk bir problem çözme”
- “Canlandırma/ Benzetme”
- “Geriye doğru çalışma”
- “Örüntü bulma”
- “Mantıksal akıl yürütme”
- “Çizim yapma”
- “Farklı bir bakış açısı benimseme”

şeklindedir.

Van De Walle, Karp ve Bay-Williams (2016)'ya göre bazıları bütün sınıf düzeylerinde kullanılan ve anaokulundan sekizinci sınıfa kadar karşılaşılan problem çözme stratejileri aşağıdaki gibidir:

- “Bir şekil çiz, canlandırma yap, bir model kullan.”
- “Bir örüntü ara.”
- “Tahmin et ve kontrol et.”
- “Tablo ya da çizelge hazırla.”
- “Daha basit bir problemi dene.”
- “Düzenli bir liste hazırla.”
- “Bir denklem yaz.”

Yazgan ve Arslan (2017)'a göre problem çözme stratejileri;

- Sistemantik liste yapma
- Şekil veya diyagram çizme
- Bağıntı bulma
- Problemi basitleştirme

- Geriye doğru çalışma
- Tahmin ve kontrol
- Denklem veya eşitsizlik kurma
- Tablo yapma
- Muhakeme etme
- Canlandırma şeklindedir.

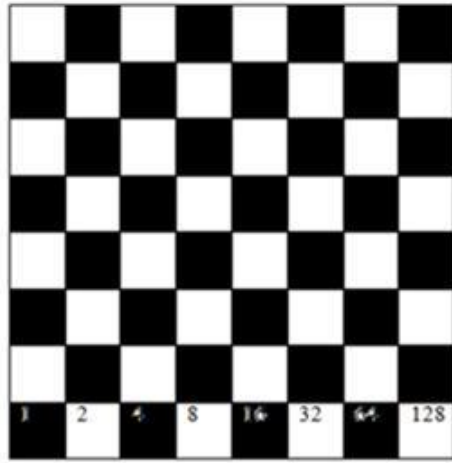
Alanyazında en çok kullanılan problem çözme stratejilerinin; bağıntı bulma, canlandırma, denklem veya eşitsizlik kurma, geriye doğru çalışma, muhakeme etme, problemi basitleştirme, sistematik liste yapma, şekil veya diyagram çizme, tablo yapma ve tahmin ve kontrol olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bu araştırmada bu on stratejiyi içeren Yazgan ve Arslan (2017)'in problem çözme stratejileri temel alınmıştır. Takip eden bölümde yukarıda sıralanan problem çözme stratejileri açıklanmıştır.

### **2.1.3.1 Bağıntı bulma**

Matematikte problemlerin çözümünde, değişkenler arası ilişki kurularak bir dizi verilerden istenenlere ulaşılırken bu strateji kullanılabilir (Altun, 2002).

Örnek: Satrancın ortaya çıkış hikâyesine göre bir gün bir kral ülkesindeki bilginlerden kendisine bir oyun geliştirmelerini ister. Bilginlerden biri satranç oyununu geliştirir ve kral bu oyunu çok beğenir. Bilginden bu oyunun karşılığında kendisinden bir dilekte bulunmasını ister. Bilgin ise satranç tahtasının birinci karesine bir buğday, ikinci karesine iki, üçüncü karesine dört olacak şekilde hep bir önceki karedeki buğday sayısının 2 katı olacak şekilde buğday istediğini söyler. Buna göre herhangi bir karede kaç tane buğday olacağını belirten bir model geliştiriniz.

Çözüm: Problemin bağıntı bulma stratejisiyle çözümü Şekil 2.1'de verilmiştir.



Birinci karedeki buğday sayısı	=	1	=	$2^0$
İkinci karedeki buğday sayısı	=	2	=	$2^1$
Üçüncü karedeki buğday sayısı	=	4	=	$2^2$
Dördüncü karedeki buğday sayısı	=	8	=	$2^3$
Beşinci karedeki buğday sayısı	=	16	=	$2^4$
Altıncı karedeki buğday sayısı	=	32	=	$2^5$
...		...		...
...		...		...
Herhangi bir karedeki buğday sayısı	=	?	=	$2^{n-1}$

(n karenin sırasını belirlemektedir)

Şekil 2.1. Bağıntı bulma (ilişki arama) stratejisi örneği

Herhangi bir karenin sırası ile bu kareye konulacak buğday sayısı arasında ilişki kurulması bu problemin çözümünde ilişki arama (bağıntı bulma) stratejisinin kullanıldığını gösterir.

### 2.1.3.2 Canlandırma

“Canlandırma” modellerin problem durumunun gerçek bir yorumuna doğrudan uyarlanmasıdır (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2016). Problem çözme sürecinde çözümü gerçekleştirebilmek için problem ifadesinde verilen durum dışında başka nesnelere yararlanılması bu strateji kapsamındadır.

Örnek: Pelin evlerinin bahçesinden belli bir sayıda elma toplamıştır. Elmaların ilk gün  $1/9$  'ini, ikinci gün kalan elmaların  $5/8$  'ini, üçüncü gün kalan elmaların  $2/3$ 'sini yiyor. Dördüncü gün elmaların kaçta kaç kalır?

Çözüm: Problemi canlandırabilmek için toplardan yararlanılabilir. Dokuz tane top elmaları temsil etmek için hazırlanır. Birinci gün elmaların  $1/9$ 'u yenildiği için dokuz top arasından bir tanesi çıkarılır. Geriye kalan elmaları temsil etmek için sekiz top bırakılır. İkinci gün elmaların  $5/8$ 'i yenildiğinden toplardan beş tanesi çıkarılır. Geriye kalan üç top ikinci günden sonra kalan elmaları temsil etmektedir. Üçüncü gün elmaların  $2/3$ 'ü yenildiğinden toplardan iki tanesi çıkarılır. Geriye kalan elmaları temsilen bir tane top kalmıştır. Dördüncü gün için dokuz top arasından bir top kalmıştır. Yani elmaların  $1/9$ 'u kalmıştır.

### 2.1.3.3 Denklem veya eşitsizlik kurma

Bazı problemlerde bilinmeyene ulaşmak için değer verilmesi ya da sembolik şekiller çizilmesi mümkün iken bazı problemlerde bu mümkün olmamaktadır. Bu amaçla değişkenlerden yararlanılarak denklem kurulur ve problem çözülmeye çalışılır (Altun, 2002).

Örnek: Kareleri farkı 36, farkları 4 olan iki sayının toplamı kaçtır?

Çözüm:

$$x^2 - y^2 = 36 ; x - y = 4 \quad (1)$$

$$(x - y)(x + y) = 36 \quad (2)$$

$$4.(x + y) = 36 \quad (3)$$

$$(x + y) = 9 \quad (4)$$

### 2.1.3.4 Geriye Doğru Çalışma

Bazı problemlerde belli bir olay dizisi verilerek başlangıçtaki koşulları bulmaları istenir (Baykul, 2014). Bu stratejinin kullanımı yoluyla öğrenciler sonuçtan hareket ederek işlemleri ters çevirmek yoluyla başlangıçtaki duruma ulaşırlar.

Örnek: Ev hanımı olan Ayşe Hanım çocukları Eylül, Ezgi ve eşi Ali Bey için kurabiyeler yapmıştır. Ali Bey iş yerine giderken bu kurabiyelerin yarısını götürmüştür. Kalan kurabiyelerin yarısını ise Eylül okula götürmüştür. Geriye kalan kurabiyelerin yarısını da Ezgi yemiştir. Ezgi dört tane kurabiye yediğine göre başlangıçtaki kurabiyelerin sayısı kaçtır?

Çözüm: Yukarıdaki problemde sonuç verilerek başlangıçtaki duruma ulaşılması istenilmektedir. Ezgi kalan kurabiyelerin yarısını yediğine göre, Ezgi yemeden önceki kurabiye sayısı dördün iki katı sekizdir. Eylül kurabiyelerin yarısını okula götürünce sekiz tane kurabiye kaldığına göre, Eylül kurabiyeleri götürmeden önceki kurabiye sayısı sekizin iki katı olan 16'dır. Ali Bey de kurabiyelerin yarısını aldığında 16 kurabiye kalıyorsa başlangıçtaki kurabiye sayısı  $16 \times 2 = 32$  olarak bulunur.

### 2.1.3.5 Muhakeme etme

Mantıksal akıl yürütme olarak da adlandırılan bu stratejide “Böyle ise, şöyle olur” veya “Bu durumdan şu sonuç çıkar” şeklinde çıkarımlarda bulunarak problem çözülmeye çalışılır (Baykul, 2014).

Örnek: Bir tepside bulunan hepsi de aynı görünümlü olan 9 masa tenisi topundan 8 tanesinin kütlesi aynı, birinin kütlesi diğerlerinden 1 gr fazladır. Kütlesi fazla olanı kefeli terazi ile en az kaç tartıda bulabilirsiniz? (Altun, 2002).

Çözüm: Her birinde üç top bulunacak şekilde toplar üç gruba ayrılır. Terazinin kefelere üçer top konulur. Eğer terazi dengede ise kütlesi fazla olan top dışarda kalan üç topun bulunduğu gruptadır. Dışarda kalan toplardan ikisi tekrar terazinin kefelere konulur. Terazi dengede ise kütlesi fazla olan top dışarda kalan toptur. Terazi dengede değilse, denge durumunu bozarak kefeyi aşağı indiren topun kütlesi fazla olan top olduğu belirlenir. Bu şekilde tartma işlemi iki defa yapılarak sonuca ulaşılmıştır. Sorunun çözümünden de anlaşılacağı üzere yapılan her çıkarım bir sonraki çıkarımı doğurmuş ve bu durum probleme çözüm bulunana kadar devam etmiştir.

### 2.1.3.6 Problemi basitleştirme

Bir problemin çözümünde matematiksel yapılar arasındaki ilişkileri daha iyi görebilmek amacıyla sayılar küçültülebilir ya da probleme denk olan daha basit bir durum ele alınabilir (Posamentier ve Krulik, 2016). Bu şekilde karmaşık problemler basitleştirilerek problemin çözüm yolu hakkında bir fikir sağlayabilir.

Örnek:  $\frac{5+10+15+20+\dots+100}{8+16+24+32+\dots+160}$  işleminin sonucu kaçtır?

Çözüm: Problemdaki en küçük sayılardan başlanarak pay ve paydada bir terim, iki terim, üç terim, ... olacak şekilde sonuçlar incelenir.

$$\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$$

$$\frac{5+10}{8+16} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{5 + 10 + 15}{8 + 16 + 24} = \frac{30}{48} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{5 + 10 + 15 + 20}{8 + 16 + 24 + 32} = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$$

Pay ve paydada terim sayısı ne kadar artırılsa da sonuç değişmemekte ve  $5/8$  'e eşit olmaktadır. Böylece

$$\frac{5+10+15+20+\dots+100}{8+16+24+32+\dots+160} = \frac{5}{8}$$

eşitliği elde edilir.. Problemdaki sayıların küçültülmesinin, probleme benzer ulaşılabilir ya da kolay durumlardan yararlanılmasının yanı sıra çözümün kolaylaştırılması için problem durumunun farklı bir formunun oluşturulması da bu strateji kapsamında ele alınabilir. Örneğin;  $0,2\bar{7}$  ve  $1,\bar{2}$  devirli ondalık sayılarının çarpımının sonucuna ulaşmak için; bu sayılar kesir formlarına çevrilerek daha basit denk bir problem durumu oluşturulabilir ve probleme çözüm getirilmeye çalışılabilir.

### 2.1.3.7 Sistematik liste yapma

Tüm olası durumları düşünme stratejisi olarak da adlandırılan bu stratejide, problemdeki verilerden ortaya çıkabilecek bütün durum ve sonuçlar dikkate alınır (Yıldız, Baltacı, Kurak ve Güven, 2012). Bu problem çözme stratejisinin kullanımıyla problemin çözümünde muhtemel tüm durumlar sistemli bir şekilde yazılıp incelenir ve probleme çözüm getirilmeye çalışılır.

Örnek: İki sayının çarpımı 12, toplamları 8 ise bu sayılar kaçtır?

İlk önce çarpımı 12 olan olası tüm durumlar düşünülür.

	1. Sayı		2. Sayı
12=	1	x	12
12=	2	x	6
12=	3	x	4

Olası tüm durumlar yani 12 sayısının tüm çarpanları düşünüldükten sonra bu sayıların toplamlarına bakılır.

$$1+12= 13, 2+6= 8, 3+4= 7$$

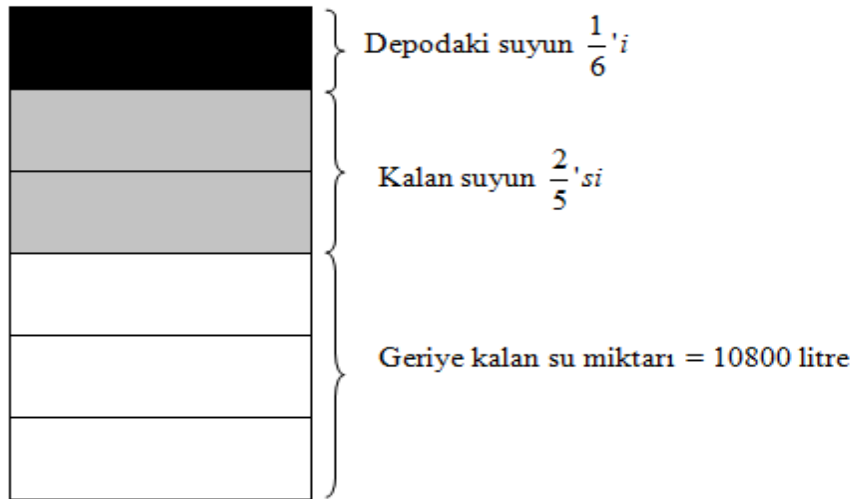
Buradan sayıların 2 ve 6 olduğu bulunur.

### 2.1.3.8 Şekil veya diyagram çizme

Problemin anlaşılmasına ve veriler arasındaki ilişkilerin görülerek problemin çözülmesine (Altun, 2002, Baykul, 2014; Yazgan ve Arslan, 2017) yardım eden her türlü çizim bu stratejinin kapsamındadır. Problemin bağlamına uygun olarak kullanılan şekil çizme stratejisinin kullanımının, başka stratejilerin kullanımına kapı araladığı söylenebilir.

Örnek: Bir depodaki suyun önce  $\frac{1}{6}$ 'sı kullanılıyor. Daha sonra kalan suyun  $\frac{2}{5}$ 'i kullanılıyor. Geriye 10800 litre su kaldığına göre deponun tamamı kaç litre su alır?

Problemin çözümüne yönelik “Şekil veya Diyagram Çizme” stratejisinin kullanımı Şekil 2.2.’de verilmiştir.



**Geriye kalan su miktarı deponun yarısı kadar olduğuna göre deponun tamamı;  
 $10800 \times 2 = 21600$  litredir.**

Şekil 2.2. Şekil veya diyagram çizme stratejisi örneği

### 2.1.3.9 Tablo yapma

Bir problemin çözümünde verilerin tabloya yazılması matematiksel bir iletişim sağlayarak veriler arasındaki bağıntıları görmeye yardımcı olabilir (Altun, 2002).

Örnek: Elif hanım marketten 250 gr cevizi 5 tl'ye almıştır. Buna göre 1 kg ceviz kaç tl'dir?

Tablo 2.1.'de problemin çözümüne yönelik tablo yapma stratejisinin kullanımı verilmiştir.

Tablo 2.1. Problemin çözümüne yönelik tablo yapma stratejisinin kullanımı

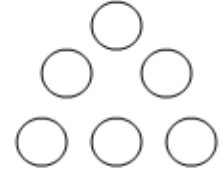
Ceviz Miktarı (gram)	Fiyat (tl)
250	5
500	10
750	15
1000	20

Tablonun kullanımı; ceviz miktarıyla fiyat arasındaki ilişkiyi görmeyi kolaylaştırarak bu niceliklerin aynı oranda artacağını fark etmeyi ve ceviz miktarı, fiyatın 50 katına eşit olduğu sonucuna ulaşarak problemin çözümünü sağlamıştır.

### 2.1.3.10 Tahmin ve kontrol

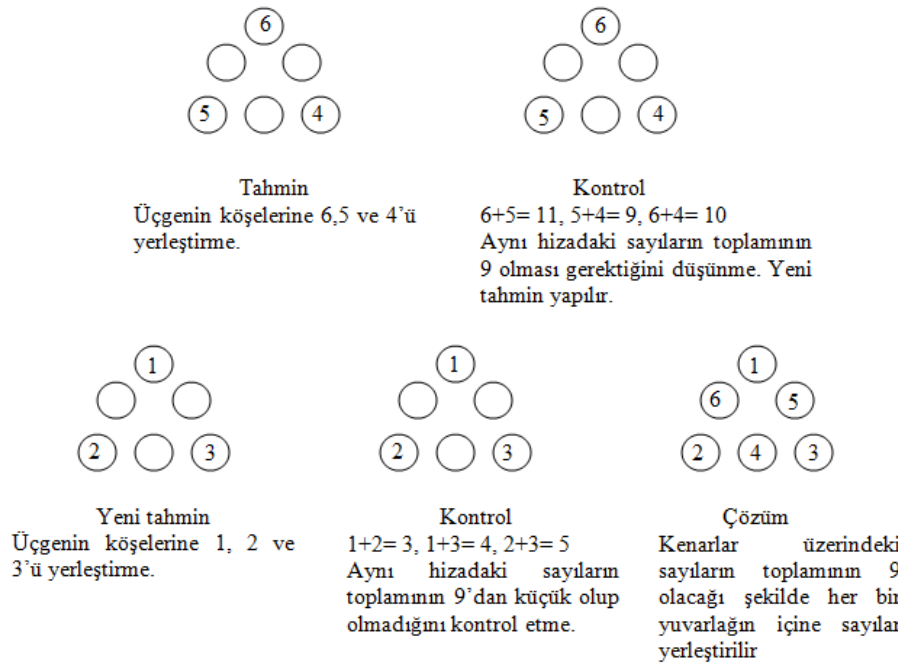
Problem ifadesinin cevabı tamamen kesin olarak ortaya koymadığı durumlarda bu stratejiden yararlanılır (Altun, 2002). Öğrenci problemin çözümüne yönelik bir tahmin yürütür ve problemin koşullarında tahminini kontrol eder (Yazgan ve Arslan, 2017). Tahmin işe yarar değilse, tekrar yeni bir tahmin yapılarak tahminin test edilmesi suretiyle ardışık tahminlerden sonuca ulaşılır (Baykul, 2014). Tahmin ve kontrol stratejisinin kullanıldığı örnek bir problem Şekil 2.3.'te verilmiştir.

Örnek: 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarını şekilde görülen yuvarlakların içine öyle bir yerleştiriniz ki üçgenin kenarlarındaki sayıların toplamı 9 olsun (Baykul, 2014, s. 57).



Şekil 2.3. "Tahmin ve Kontrol" stratejisinin kullanıldığı örnek bir problem

Çözüm: Problemi çözebilmek için tahmini olarak üçgenin köşelerine en büyük sayıları yerleştirdiğimizi düşünelim. Ancak bu şekilde yazılırsa üçgenin kenarlarındaki sayıların toplamının dokuzu geçtiği görülür. Yeni bir tahminle üçgenin köşelerine en küçük sayıları yerleştirelim. Daha sonra aynı hizada olan sayıların toplamının 9'a eşit olması için kenarlardaki sayılar bulunur. Problemin "tahmin ve kontrol" stratejisi kullanılarak çözümüne örnek bir resim Şekil 2.4.'te verilmiştir.



Şekil 2.4. Problemin "Tahmin Ve Kontrol" stratejisi kullanılarak çözümüne örnek bir resim

## 2.2 Problem Çözme

Problemler bazen açık veya örtülü olarak gerçek yaşam durumlarının modellenmesi şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Problemlerin doğası gereği her problem çözüme kavuşturulmayı beklemektedir. Problem çözmeye, gerçek yaşamda karşımıza çıkan bu

problemlerin çözümünde önemli bir süreç olarak görülmektedir ve genel olarak zor matematiksel görevlerin çözümü olarak karşımıza çıkmaktadır (Karp ve Wasserman, 2014). Problem çözme sadece doğru sonucu bulma olarak algılanmasının yanı sıra bilişsel süreç ve becerileri içeren bir durum olarak ifade edilmektedir (Altun, 2014). Literatürde problem çözme ile ilgili tanımlar incelendiğinde problem çözmenin, karşılaşılan problemlerin çözüme kavuşturulmasında, öğrencilerin çeşitli alanlarda bilgi, beceri ve yeteneklerinin gelişmesinde, matematik öğretiminde ve matematiksel becerilerin kazandırılmasında önemli katkıları olduğu söylenebilir.

Problem çözmeye ilişkin literatürde geçen bazı tanımlar incelendiğinde; Altun (2014) problem çözmeyi “ne yapılacağı bilinmediği durumlarda yapılması gerekeni bilmektir” şeklinde tanımlamaktadır. NCTM (2000) ise problem çözmeyi önceden çözüm yönteminin bilinmediği bir iş içerisinde bulunma olarak ifade etmektedir. Yapılan bu tanımlardan hareketle problem çözme bir problem durumunun çözüme kavuşturulması için gerekli olan eylemler dizisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Problem çözme, problemi sadece çözüme kavuşturma, doğru sonucu bulma olarak düşünülmeyle beraber zihinsel beceri gerektiren bir süreçtir. Bu süreç karşılaşılan güçlükten kurtulmanın yanı sıra bilinçli ve sistemli bir şekilde hareket etmeyi gerektirmektedir.

Bilişsel ve bilimsel bir araştırma süreci (Gök ve Sılay, 2008) olarak da tanımlanan problem çözme, öğrencilerin kavramları anlamalarına yardımcı olan bir araç (Laterell, 2013), onların düşünme süreçlerinin ve zihinsel becerilerinin gelişmesinde önemli bir etkidir. Problem çözme insan neslinin varlığını sürdürebilmesi için en temel yetenektir (Altun, 2014). Öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelebilmeleri ve sahip oldukları bilgi ve becerilerin gelişiminde problem çözmenin önemli rol oynadığı görülmektedir. Öğrenciler problem çözme sürecinde karşılaştıkları durumları sorgulayarak, zihinsel süreçleri kullanarak sonuca ulaşmaya çalışırlar. Sorgulama ve çözüm yolu arama sürecinde öğrenciler, yaşadıkları olayları ve çözüme ulaşmak için izlediği yolları içselleştirerek yeni becerilerin kazanılması, yaratıcılığın geliştirmesi ve kavramların anlamlandırılması açısından önemli birikimler elde eder.

Problem çözenin karşılaşılan güçlüklerin giderilmesi, öğrencilerin bilgi, beceri ve zihinsel gelişimleri açısından önemli katkıda bulunmasının yanı sıra matematiğe de önemli katkılarının olduğu yapılan çalışmalarda ifade edilmektedir (Bal, 2015; Dündar, 2015; NCTM, 2000; MEB, 2013). Bu doğrultuda problem çözme matematiğin en önemli parçalarından biri olarak görülmektedir (Williams, 2003). Problem çözenin, matematiksel düşünmeyi etkilediği, matematik öğrenmeyi kolaylaştırdığı ve matematiğin temel taşı olduğu söylenebilir (NCTM, 2000). Bu bakış açısına göre problem çözme matematik öğretimi için bir araç değil aynı zamanda matematik öğretiminin temeli, ayrılmaz bir parçası olarak görülmektedir.

Öğrencilerin karmaşık problemlerin üstesinden gelebilmeleri için onlara fırsatlar sağlanmalıdır (NCTM, 2000). Problemleri çözme sürecinde düşüncelerini ortaya koymaları ve çözüm için strateji geliştirmeleri için desteklenmeli ve cesaretlendirilmelidir. Daha önce karşılaşmadıkları problem durumlarında öğrencilerin bu problemi çözme sürecinde yaşadıkları düşünme süreçleri, çözüm için geliştirdikleri stratejiler öğrencilerin gerçek yaşam durumlarında karşılaşılabilecekleri problemlerin veya problem durumlarının üstesinden gelebilmeleri açısından önemlidir. Yaşanan problem çözme süreci öğrencilere, karşılaşılabilecekleri farklı problem durumları için çeşitli ipuçları sağlayarak veya daha önceki problem durumlarında geliştirdikleri stratejileri kullanarak öğrencilerin alışık olmadıkları problem durumlarının çözümü için fırsat sunar. Bu bağlamda problem çözme, matematik öğretim programı içerisinde yer alan her konu için geliştirilmesi beklenen temel bir beceridir (MEB, 2013). Problem çözme öğrencilerin beceri kazanmalarında, yaratıcılıklarının ve zihinsel becerilerinin gelişiminde ve matematikle ilgili olan temel kavramların öğretiminde önemli rol oynamaktadır (Bal, 2015).

Bir sonraki başlıkta da çözülmesi gereken problem türlerine yer verilmiştir.

### **2.2.1 Problem Türleri**

Literatürde problem türleriyle ilgili en sık rastlanan sınıflandırma bu çalışma kapsamında da ele alınan sıradan (rutin) ve sıra dışı (rutin olmayan) ayrımıdır. Polya (1997) bu ayrımı vurgulayan önemli isimlerden biridir. Bunun yanı sıra sözel problemler, gerçek yaşam problemleri gibi türlerden de bahsedilen çalışmalar yer

almaktadır. Benzer şekilde Charles ve Lester (1982) problemleri, standart problemler, standart olmayan-açık uçlu problemler, gerçek yaşam problemleri ve bulmaca türünde problemler başlıkları altında incelemiştir. İzleyen bölümlerde sıradan ve sıra dışı problemler ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

### **2.2.1.1 Sıradan problemler**

Alıştırma niteliğinde dört işlem kullanma becerisine dayanan problemlerdir. Akıl yürütme ya da muhakeme etme süreci gerektirmeyen, karşılaşıldığı ilk andan itibaren hangi işlem ya da işlemlerle sonuca ulaşılabileceğinin kestirilebildiği türden problemlerdir. Ders kitaplarında çokça yer alan bu problemler işlem becerisine dayalıdır ve daha önceden denenmiş yolların tekrarı ile çözümlenebilir. “Aralarında 395 km mesafe bulunan iki şehirden birbirlerine karşı hareket eden iki araçtan birincisinin saatteki hızı 36 km’dir. Bu iki araç harekete başladıktan 5 saat sonra karşılaştığına göre diğerinin saatteki hızı kaç km’dir?” (Altun, 2014) problemi sıradan bir problem örneğidir. Ancak çözen kişinin bilişsel düzeyine göre problemin sıradan ya da sıra dışı olması farklılık gösterebilir.

### **2.2.1.2 Sıra dışı problemler**

Sıra dışı problemler, karşılaşıldığı anda çözüm konusunda hemen yorum yapılamayan, bunun için kapsamlı bir düşünme süreci gerektiren, günlük yaşam problemleri statüsündeki karmaşık olay örgüleridir. Çözümleri işlem becerisinin ötesinde, verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı ve birtakım zihinsel etkinlikleri arka arkaya yapmayı gerektirir (Randall, 1989). Gerçek problemler sıra dışı problemlerdir.

Schoenfeld (1992)’ye göre standartlar dışında ve karmaşık olan problemleri çözebilen öğrencilerin yüksek seviyede düşünme becerilerine sahip oldukları düşünülmektedir. Bu noktada öğrencilerin problem türlerindeki başarıların incelenmesi için ilk olarak ne tür problemlerin sınıf ortamına getirildiği önemlidir (Özmen, Taşkın ve Güven, 2012).

Polya (1997), öğrencilere sıradan problemler dışında başka tür problem çözdürmemenin “affedilemez bir hata” olduğunu, böyle yapmanın öğrencileri “düş gücü ve yargıdan mahrum bıraktığını” belirterek sıra dışı problemlere verdiği önemi göstermektedir. PISA, TIMSS gibi uluslararası sınavlarda ve bu sınavlarda başarılı olan ülkelerin ders programlarında ve kitaplarında sıra dışı problemlere çokça yer verildiği görülmektedir. Elbette ki sıradan problemler de ders kitaplarında yer almalıdır. Onlar bir amaca hizmet ederler; algoritmanın kullanımı için pratik ve ilişkili matematiksel süreçler için alıştırmaya sağlarlar. Ancak model, algoritma ya da kuralları ezberle kullanılarak alıştırmaya yapma gerçek anlamda problem çözme değildir.

### 2.2.2 Problem Çözme Süreci

Her problem sıradan uygulamalarla çözülemez (Carpenter vd., 1980). Problemlerin çözümü için uygulanabilecek belirli bir çözüm yolu veya yöntemi yok, problem çözenin bir sistematığı vardır (Altun, 2014; Baykul, 2014). Bütün problemlerin çözümü için belli bir yol veya yöntem olmadığı göz önüne alındığında problemlerin çözümünde izlenilecek olan süreç problemlerin çözümü açısından önem kazanmaktadır. Problem çözme süreci “net olarak tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinliklerle araştırma yapma” şeklinde tanımlanmaktadır (Altun, 2014). Tanım incelendiğinde problem çözenin kendi içerisinde bir süreci barındırdığı yani problem çözenin bir süreç olduğu söylenebilir (Kneeland, 2001; Williams, 2003).

Matematik eğitiminin temel amacı öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmektir (MEB, 2013). Bu düşünceden hareketle matematik öğretiminin en önemli amaçlarından bir tanesi iyi problem çözebilen bireyler yetiştirmektir (Billstein, Libeskind and Lott, 2007). Çünkü matematiksel bilginin algılanması, içselleştirilmesi ve oluşturulması matematiksel problem çözme sürecinde meydana gelir (Soytürk, 2011). Problem çözme süreci içerisinde öğrencilerin kullandıkları veya geliştirdikleri stratejiler problemlerin çözümü için önemlidir. Problem çözme konusunda literatürde bazı araştırmacılar problem çözme süreçlerini tanımlamışlardır. Literatürde problem çözme sürecinin üç (Charles, Lester and O’ Daffe, 1994), dört (Polya, 1990), beş (Stevens, 1998), altı (Kneeland, 2001; Forgan, 2003), yedi (İlgın ve Arslan, 2012) ve sekiz (Bingham, 1998) adımda açıklandığı çalışmalar bulunmaktadır.

Charles, Lester ve O' Daffe (1994) problem çözme sürecini "1-Problemi anlama, 2-Problemi çözme ve 3-Soruna yanıt arama" olarak üç aşamada incelemiştir. Schoenfeld (1985) ise problem çözme sürecini; a) analiz (analysis), b) tasarım (design), c) araştırma (exploration), d) uygulama (implementation) ve e) doğrulama (verification) olarak aşamalandırmıştır.

Stevens (1998) problem çözme sürecini, problemi fark edip tanımlama, analiz etme, olası çözümler geliştirme, çözümü değerlendirme ve en uygun çözümü işe koşma şeklinde açıklamıştır. Kneeland (2001) ise çalışmasında problem çözme sürecinde altı adımlı modelden bahsetmektedir. Bu altı adım 1-Problemin anlaşılması, 2-Gerekli bilgilerin toplanması, 3-Problemin köküne inme, 4-Çözüm yollarını geliştirme, 5-En iyi çözüm yolunun seçimi, 6-Problemi çözme basamaklarından oluşmaktadır.

Forgan'ın (2003) tanımladığı aşamalar ise problemi tanımlama, problem çözümü için beyin fırtınası yapma, çözümlerin engellerini tanımlama, çözümlere tekrar bakıp birini seçme, çözümleri deneyerek geçerli kılma, uygulanan çözümü değerlendirmedir. Dewey (1991; Akt. Ilgın ve Arslan, 2012) ise problem çözme aşamalarını; "1- Problemin sınırlarını saptamak, 2-Problemin nedenlerini araştırarak bilgi toplamak, 3-Hipotezler kurarak çeşitli çözüm yolları belirlemek, 4-Çözüm yollarının probleme uygunluğunu belirlemek, 5-Problemi çözmek, 6-Çözümü test etmek ve 7- Çözümü uygulamak" şeklinde tanımlamaktadır.

Bingham problem çözme sürecindeki işlem basamaklarını şu şekilde sıralamıştır (Bingham, 1998):

1. Problemi tanımak ve onunla uğraşmak ihtiyacını duymak.
2. Problemi açıklamaya, niteliğini, alanını tanımaya ve onunla ilgili ikincil (tali) problemleri kavramaya çalışmak.
3. Problemle ilgili veri ve bilgileri toplamak.
4. Problemin özüne en uygun düşecek verileri seçmek ve düzenlemek.
5. Toplanmış verilerin ve problemle ilgili bilgilerin ışığı altında çeşitli muhtemel çözüm yollarını tespit etmek.

6. Çözüm şekillerini değerlendirmek ve duruma uygun olanlar arasından en iyisini seçmek.

7. Kararlaştırılan çözüm yolunu uygulamak.

8. Kullanılan problem çözme yöntemini değerlendirmek.

Problem çözme sürecinin açıklanmasıyla ilgili en fazla kabul gören sürecin George Polya'nın dört aşamalı süreci olduğu belirtilmektedir (Altun ve Arslan, 2006; Muir, Beswick and Williamson, 2008; Olkun ve Toluk-Uçar, 2006). Polya'nın tanımladığı dört aşama şu şekildedir:

1. Problemin anlaşılması
2. Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi
3. Stratejinin uygulanması
4. Değerlendirme

Bu aşamaların bilinmesi ve bu aşamalara göre çözümün planlanması, problemin çözümüne ulaşılmasını kolaylaştırır. Her bir aşama ile ilgili ayrıntılı bilgi aşağıda verilmektedir.

#### **2.2.2.1 Problemin anlaşılması**

Bu süreçte problemde verilenlerin neler olduğu, istenilen veya istenilenlerin neler olduğu, koşulların ne olduğu ve bilinmeyenlerin ne olduğu açıklanabilir. Problemin anlaşılması problem çözmenin en önemli basamaklarından biridir. Çünkü anlamayan bir problemin çözümü için herhangi bir plan tasarlanamaz ve çözüm için strateji geliştirilemez. Problemlerde verilenlerin, istenilenlerin çözen kişi tarafından kısa bir özetinin yapılması, problemin açıklanması, semboller ve şekillerle problemin yeniden yazılması problem ile ilgili kritik davranışların ortaya konulmasını sağlar.

Polya (1990) problemin anlaşılması aşamasında aşağıdaki adımların izlenmesinden ve bazı sorulara cevap aranması gerektiğinden bahsetmektedir:

- Problemin öncelikle iyi anlaşılması gerekir.
- Problemden bilinmeyen nedir? Verilen nedir? Koşullar nelerdir?
- Verilen şartlar içerisinde problemin çözümüne ulaşmak mümkün müdür? Verilenler vasıtasıyla bilinmeyene ulaşılabilir mi?
- Bir şekil çizin ve uygun olan gösterim biçimlerini ortaya koyun
- Problem durumlarını çeşitli parçalara ayırarak ifade edin

Baykul (2014) bu aşama ile ilgili kritik davranışları şöyle sıralamaktadır:

- a) Problemden verilenlerin ve istenilenlerin neler olduğunun belirtilmesi
- b) Problemi, öğrencinin kendi ifadesiyle söylemesi veya açıklaması
- c) Probleme uygun (onu açıklayan) bir şekil veya şema çizilmesi
- d) Problemin özet olarak yazılması

Altun (2014) ise bu basamakta cevap aranacak iki temel sorudan bahsetmektedir. Bu sorular:

- 1) Veriler nelerdir, koşullar nelerdir?
- 2) Bilinmeyen nedir?

Öğrenciler bu iki soruya tam olarak cevap verebiliyorsa problemi anladığından söze edilebildiği eğer bu sorulara cevap verilebiliyorsa bu soruların devamında “Problemden eksik ya da fazla bilgi var mıdır? Varsa bunlar nelerdir” sorusunun yöneltilmesi gerektiği ifade edilmektedir.

Yapılan çalışmalarda öğrencilerin okuduğunu anlama becerisiyle problem çözme becerisi arasında anlamlı bir ilişki olduğunu ifade edilmektedir (Çavuşoğlu, 2010; Akın ve Çeçen, 2014). Memnun (2015) çalışmasında öğrencilerin problemi anlama konusunda yetersizliklerinin olduğunu belirtmektedir. Öğrencilerin iyi bir problem çözücü olabilmeleri için problem çözme süreçlerini ve aşamalarını etkili bir biçimde yönetmeleri ve bu aşamaları bilmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin problemin anlaşılmasında yaşadığı sıkıntılar problemlerin çözümüne yansımakta anlaşılmayan problemin çözümü de zorlaşmaktadır. Bu bakımdan problemin anlaşılması hem diğer

adımlara geçiş açısından hem de problemin çözüme kavuşturulması açısından önemlidir.

### 2.2.2.2 Problemin çözümü için bir strateji belirlenmesi

Bu basamak problemde verilenler ile bilinmeyen arasındaki ilişkilerin araştırıldığı, problemle ilgili olan bilgilerin seçildiği, bilinmeyeni bulmak için stratejilerin belirlenmeye çalışıldığı ve çözüm için nihai yolların belirlenmeye çalışıldığı aşamadır. Kısacası bu aşamada ne yapılacağı ve nasıl yapılacağı kararını verme sürecini de barındırdığı söylenebilir. Baykul'a (2014) göre bu adım "çözüm için strateji tayin etme süreci" olarak ifade edilmektedir.

Polya (1990) ise bu adımda sorulacak soruları şu şekilde sıralamıştır:

- Probleme daha önce rastladınız mı? Veya aynı problemin daha farklı bir biçimini gördünüz mü?
- Önünüzdeki problemle ilgili başka bir problem biliyor musunuz? Problemi çözmeye yardımcı olabilecek bir teorem biliyor musunuz?
- Problemi tekrar ifade edebilir misiniz?
- Problemin bir kısmını çözebilir misiniz?
- Problemde verilen tüm koşulları kullandınız mı? Tüm verileri kullandınız mı?

Problemin içerdiği temel kavramları göz önünde bulundurdunuz mu?

- Verilen ile bilinmeyen arasındaki bağlantıyı bulun.
- Çözüme ilişkin bir plan oluşturabilmelisiniz.

Altun (2014) bu aşamada öğrencilerin kendilerine aşağıdaki soruları sorması gerektiğini belirtmiştir:

- Buna benzer daha önce başka bir problem çözdüm mü? Orada ne yaptım?
- Çözümde işe yarayacak bir bağlantı biliyor muyum?
- Bu problemi çözemiyorsam, buna benzer daha basit bir problem ifade edip çözebilir miyim?
- Tasarladığım çözümde bütün bilgileri kullanmış oluyor muyum?

- Bu problemin cevabını tahmin edebiliyor muyum? Cevap hangi değerler arasında olabilir?
- Problemi kısım, kısım çözebilir miyim? Her seferinde çözüme ne kadar yaklaşıyordum?

Bu aşamanın en önemli aşaması problemin çözümüne uygun strateji veya stratejilerin belirlenmesi olduğu söylenebilir. Altun (2014)'un ifade ettiği sorular incelendiğinde bu soruların daha önceki benzer problemlerden yararlanılması, bağıntı aranması, benzer problemlerden yararlanılması, problem durumunun basitleştirilmesi, tahmin etme, problemi parçalara ayırarak çözüme ulaşma gibi çeşitli stratejilerin kullanımını sorgulayan sorular olduğu düşünülmektedir. Bu soruların öğrencilerin bir strateji belirlemeye, çözüm için yollar aramaya teşvik eden sorular olduğu söylenebilir. Dolayısıyla bu aşama, çözüm için uygun strateji veya birden fazla stratejinin belirlenmesi açısından önemlidir.

### **2.2.2.3 Stratejinin uygulanması**

Problemlerin çözümü için verilenle istenilen arasında bağ kurulmasıyla problemlerin çözümü için uygun strateji belirlenip, uygun bir plan tasarlandıktan sonra, bu planın uygulanması aşaması gelmektedir. Yapılan planlamada belirlenen stratejinin uygulanmasıyla problemler çözüme kavuşturulmaya çalışılır. Adım adım ilerlenen bu aşamada her adım kontrol edilerek sonuca ulaşılmaya çalışılır. Problemlerin çözümüne ulaşılmadığı takdirde, birinci veya ikinci adıma dönülerek çözüm kontrol edilir (Altun, 2014). Kullanılan stratejinin uygunluğu tekrar gözden geçirilerek belirlenen strateji uygun değil ise kullanılan strateji değiştirilerek çözüme ulaşmak için başka stratejiler gözden geçirilir.

Polya (1990) bu aşamada yapılması gerekenleri ve cevap aranması gereken soruları şu şekilde sıralamıştır:

- Çözüm stratejinizi uygulayın
- Çözüm stratejinizi uygularken her adımı kontrol edin.
- Uyguladığınız adımların doğru olduğunu açıkça görebiliyor musunuz? Bu adımların doğruluğunu kanıtlayabilir misiniz?

Baykul'a (2014) göre bu aşamanın kritik davranışları şu şekilde ifade edilmiştir:

a) Sonucun tahmin edilmesi

b) Problemin çözümünde kullanılacak planın gerçekleştirilmesi, dört işlem problemlerinde işlemlerin yapılması.

#### 2.2.2.4 Değerlendirme

Bu süreç, sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesinin yanı sıra sonucun mantıksal olup olmadığının, işlemlerin doğru yapıp yapılmadığının kontrol edilmesi ve problemle karşılaşılmasıyla başlayıp sonuca ulaşıncaya kadar geçen sürecin irdelenip değerlendirilmesini içerir.

Geriye doğru bakma ve çözümü değerlendirme süreci, öğrencilerin ileride karşılaşabilecekleri problemlerin çözüm sürecinde öğrencilere bazı ipuçları sağlaması yönüyle önemli olduğu söylenebilir. Bu basamakta, karşılaşılan problemin içerik ve nitelik açısından irdelenmesine, probleme uygun strateji seçilip çözüm için bir planın tasarlanmasına ve bu planın uygulanmasına yönelik değerlendirmelerin gerçekleştirilmesi bir sonraki problemlerin çözümü için öğrencilere ipuçları verebilir. Bu bakımdan değerlendirme sürecinde verilenler, istenilenler, verilenle istenilenler arasında bağlantı kurma ve uygun strateji belirleme sürecinin ayrıntılı incelenmesi kişilerde problem çözme becerilerin gelişimi açısından önemli bir basamak olduğu ifade edilebilir.

Polya (1990)'ya göre bu aşamada şu adımlar izlenmeli ve sorulara cevap aranmalıdır:

- Elde edilen çözümü inceleyiniz.
- Çözümü kontrol ediniz.
- Farklı bir çözüm elde edebilir misiniz?
- Sonucu ya da yöntemi başka bir problem için kullanabilir misiniz?

Altun (2014) bu basamakta “Nerde ne yaptık?”, “Niçin yaptık?” sorularının cevaplanmasının önemli olduğunu bu sürecin temel eylemlerinin; sonuçların doğruluğunun ve çözüm için yürütülen mantığın kontrol edilmesi, problemin varsa başka yoldan çözülmesi, problemin değişik şekillerle ifade edilmesi, bu durumda

çözümün nasıl olacağını düşünülmesi ve bu sonucun veya yöntemin başka bir problemin çözümünde kullanılıp kullanılmayacağını cevaplanması aşaması şeklinde ifade etmektedir.

### 2.2.3 Problem Çözme Sürecini Etkileyen Faktörler

Problem çözme amaca ulaşmak için bilgiyi, yaratıcılığı, düşünme gücünü kullanarak çözüme ulaşma sürecidir. Problem çözme, problemin özelliğine ve bazı kişisel faktörlere göre değişmektedir. Bu kişisel faktörler bireyin amaç, ihtiyaç, değer, inanç, beceri, cesaret, istek, kendine güven, zekâ, alışkanlık ve tutumları gibi özelliklerdir. Ayrıca bireyin problem çözme becerisi, problemin kişinin yaşına, ön bilgilerine uygun olmasına, problemi çözmenin bireye getireceği faydaya göre de değişmektedir (Polat, 2008). Problem çözme sürecinde etkili olan bu kişisel faktörler; bireyin tutumu, deneyimleri ve bilişsel yetenekleridir. Problemi çözmeye yönelik tutumu; ilgi, motivasyon, endişe ve stres duyguları etkilemektedir. Bireyin probleme ilişkin deneyimleri; bireyin ön bilgilerini, problem çözme stratejilerini kullanmaya yatkınlığı ve bireyin yaşını içerir. Bireyin bilişsel yetenekleri ise, problemi çözerken kullandığı zihinsel süreçlerdir (Kardaş, Anagün ve Yalçınoğlu, 2014).

Problemin türü ve zorluk düzeyi de problem çözme becerisini etkiler. Bazı problemleri çözmek için mantık unsurlarını kullanmak gerekir fakat bazı problemler duygusal yönleri kullanarak çözülebilir. Karmaşık problemler zor bir yapıya sahip olduğundan, bunların çözümlerine yönelik bazı farklı stratejiler geliştirilir. Örneğin problemi tüm yönleriyle ele alabilmek için problem alt yapılarına ayrıştırılarak çözüme yönelik basamaklar oluşturulabilir (Çınar, 2013).

Problem çözme becerisi; bireylerin yeteneklerinin farklı olması, bireyin gelişimi, olgunlaşma düzeyi, güdülenme düzeyi, bireyin içinde bulunduğu sosyo-kültürel çevre ve bireyin eğitim düzeyi gibi faktörlerden etkilenmektedir (Sezgin, 2011).

Güçlü (2003)'ye göre problem çözmeye ilişkin olumlu benlik algısına sahip olan bireyler gerçek problemleri çözmeye daha başarılıdır. D'Zurilla ve Goldfried (1971) bireyin kaygı düzeyinin yüksek olmasının ve bazı duygusal engellemelerin problem çözmeye olumsuz sonuçlar ortaya çıkardığını belirtmektedir.

Lester (1987) problem çözmeyi etkileyen faktörleri beş aşamada incelemiştir. Bunlar; bilgi edinme ve bilgiyi kullanma, kontrol, inançlar, etkiler ve sosyo-kültürel faktörlerdir. Baykul (2001) problem çözme sürecinde etkili olan faktörleri üç grupta incelemiştir. Bunlar duyuşsal faktörler, bilişsel faktörler ve deneyimlerdir.

### **2.2.3.1 Duyuşsal faktörler**

“Problem çözmeye isteklilik, kendine güven, stres ve kaygı, sabır ve azim, problem çözmeye ilgi ve istek duyma” gibi etkenler duyuşsal faktörlerdir (Baykul, 1995). İnsanlar problemi çözmeye başlamak için motive olmalıdırlar. Motivasyon düşüncüyü yönlendirir ve en çok problem çözenin başlangıç aşaması ve değerlendirme aşaması için önemlidir. Birey problemi belirleme ve çözüm için gerekli olan verileri toplamak için motive olmalıdır (Arslan, 2012). Problem çözenin ilk aşamasında, bireyler problemi tanımlayıp çözüm için gerekli olan verileri toplarlar, bu noktada motive olmaları gerekir (Morgan, 1998). Araştırmalar motivasyonun, bilişsel gelişimi olumlu yönde etkileyerek yaratıcı düşünmeyi geliştirebileceğini ve problem çözmeyi kolaylaştırabileceğini ortaya koymuştur (Arslan, 2012).

### **2.2.3.2 Bilişsel faktörler**

Bilişsel faktörler; “bireyin sözcük dağarcığı, sayısal yetenekleri, iletişim becerileri, yaratıcı düşünme ve zekâ gibi yetenekleri”dir. Zekâ, bireyin yeni durumlara, yeni probleme uyabilme yeteneği olarak tanımlanmaktadır (Arslan, 2012). Birey ne kadar zeki ise problem çözme başarısı da o derece yüksek olmaktadır. Zeki olan birey, probleme farklı çözüm yolları bulabilen, bunlar içinden en uygun olanı seçebilen kişidir aynı zamanda sözel ve sayısal sembolleri uygun şekilde kullanabilen ve bu sembollerle ifade edilen problemleri çözebilen kişidir (Morgan, 1998).

Problem çözme sürecinde yer alan bilişsel faktörlerden bir diğeri de yaratıcı düşünmedir. Problemlerin çözülmesinde her aşamada yaratıcı düşünmeye ihtiyaç vardır. Problem çözme ve yaratıcılık birbirlerini tamamlayan iki kavramdır. Problem çözme yaratıcılığa ihtiyaç duyar, yaratıcılık da problem çözmeyi kolaylaştırır (Kalaycı, 2001). Yaratıcılık sorunlara, uyumsuzluğa karşı duyarlı olma; güçlüğü

tanımlama, çözüm arama, hipotez geliştirme, hipotezleri test etme, sonucu ortaya koymaktır (Arslan, 2012).

### **2.2.3.3 Deneyimler**

Bir bireyin kişiliğini onun daha önceki yaşantıları oluşturur. Bireyin “ilgisi, inançları, değerleri, duyguları, hareketleri, kullandığı kelimeler ve yaptığı işler” eski yaşantılarının bir sonucudur. Karşılaşılan yeni bir problem durumunda birey, önceki deneyimlerini yeniden düzenler bunları yeni durumla ilişkilendirerek probleme çözüm bulmaya çalışır (Bingham, 1998). Deneyimler, öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımını, araştırma yapmasını, problemlere çözüm yolları önermesini, bu çözüm yollarını tartışarak değerlendirmesini, çevresindeki kişilerle işbirliği yapmasını sağlar ve öğrencinin problem çözme becerilerini geliştirir (Casey, 1990).

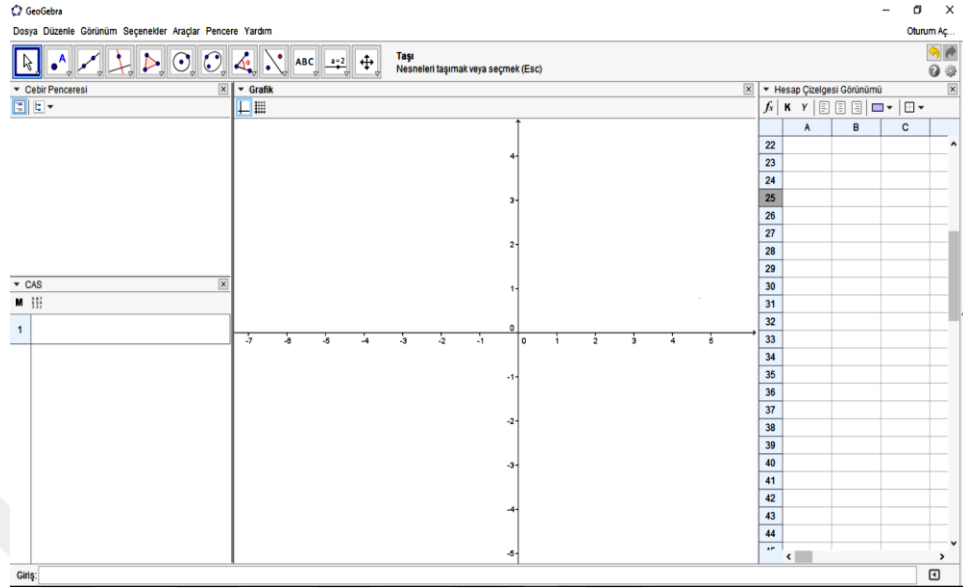
Matematik problemlerini çözmeye çeşitli teknolojik imkanlardan faydalanılmaktadır. Bunun için bir çok bilgisayar yazılımları geliştirilmiştir. Bu yazılımlardan birisi de GeoGebradır. Bu program hakkında bilgi bir sonraki başlıkta verilmiştir.

## **2.3 GeoGebra**

Dinamik matematik yazılımı GeoGebra sadece bir ara yüzde geometri, cebir ve analizi bulunduran açık kaynak kodlu bir yazılımdır (Hohenwarter ve Lavicza, 2007). Geniş spektrumlu bir platformda çalışmasında sanal olarak Java tabanlı bir yazılım olması etkilidir (Dikovic, 2009). Salzburg Üniversitesi’nde 2001 yılında yüksek lisans tezi olarak Markus Hohenwarter tarafından hazırlanmış, geliştirilmesinde ise uluslararası bir grup rol oynamıştır (Hohenwarter ve Lavicza, 2007).

Geogebra nokta, doğru, doğru parçası ve çember gibi kavramları içeriğinde buldurması ve bu kavramlar arasındaki dinamik ilişkileri ortaya çıkarması açısından bir dinamik geometri yazılımı (DGY) olarak tanımlanmasının yanında; fonksiyonları cebirsel olarak tanımlama, doğrudan denklem ve koordinatları girebilme gibi sembolik ve görselleştirme özelliği açısından bir bilgisayar cebiri sistemi (BCS) olarak tanımlanmıştır (Hohenwarter ve Jones, 2007; Dikovic, 2009).

Birçok dile tercümesi yapılmış olan GeoGebra yazılımı kolay ve kullanışlı bir ara yüze sahiptir (Dikovic, 2009). Şekil 2.5.'de GeoGebra kullanıcı ara yüzü verilmiştir.



Şekil 2.5. GeoGebra kullanıcı arayüzü

GeoGebra yazılımında nokta, doğru, vektör ve fonksiyon gibi temel nesnelerin çalışılmasının yanında bu yapılar dinamik olarak değiştirilebilir ve fonksiyonlar, doğru denklemleri, konik kısımlar ve vektör koordinatları doğrudan girilebilir (Hohenwarter ve Fuch, 2004; Tomić, 2013). Selçik ve Bilgici'ye (2011) göre geometri için temel kavramların öğretilmesinde ve öğrencilerin güdülenmesinde, GeoGebra aracılığıyla soyut kavramların görsel temsillerle sunulmasının etkisi büyüktür. Öğrenciler matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri dinamik matematik yazılımı GeoGebra'nın görselliği arttırmasıyla daha iyi fark edebilmektedirler (Kutluca ve Zengin, 2011). Ders kitabıyla öğretimin yapıldığı ortamlarda tahtaya çizilerek gösterilmesi zor olan değişimler GeoGebra sayesinde daha basit bir şekilde anlaşılabilir (Atay, 2015). GeoGebra ile aynı koordinat düzleminde birden fazla grafik çizilebilirken, bu durum kara tahtalarda sınırlı olmaktadır. GeoGebra'nın bu özelliğinden dolayı hem öğretim yapmak kolaylaşır hem de farklı özellikler bir arada görülebilir (Baydaş, 2010).

### 2.3.1 GeoGebra'nın Çoklu Sunumları

Geometri ve cebir birbirinden ayıramayan iki alt öğrenme alanı olarak matematiğin merkezinde durmaktadırlar (Atiyah 2001). Öğretim programı çerçevesinde hem geometri hem de cebir önemli bir yer tutmakta iken öğrenciler her iki alanda da zorlanmaktadır. Bunun yanında Geogebra'nın cebir ve grafik penceresi sayesinde geometri ve cebir arasında bağlantı kurularak ilişkilerin oluşturulması sağlanabilmektedir. Pencerenin birinde bir değişiklik söz konusu olduğu zaman diğerinde de yapılan değişiklik doğrultusunda güncellemeler oluşturulmaktadır (Hohenwarter ve Jones 2007). Geogebra üzerinde cebir penceresini ve grafik penceresini aynı anda görebilmek, değişen eşitliklerde grafik üzerindeki değişimi direkt olarak görme imkânı sağlamaktadır. Nesneleri bu yolla izleyebilmek ise cebir ve geometri arasında ilişkileri oluşturmada yardımcı rol üstlenmektedir (Hohenwarter ve Jones 2007).

Beilfuss vd., (2006) öğrenmenin grafik, yazma, ses, bilgisayar tabanlı ya da çoklu dış sunum yollarını içermesiyle bilimsel kavramların bu sayede daha kolay öğrenilebileceğini vurguluyor. Araştırmacılar tarafından herhangi bir disiplin içerisinde bir kavramın öğretilmesinde ya da öğrenilmesinde çoklu sunumların önemi belirtiliyor. Çoğu araştırmalar göstermiştir ki; uygun çoklu sunumların kullanılması zor kavramların zihinlerde oluşmasında gereklidir (Beilfuss vd., 2006). Dolayısıyla matematik gibi büyük oranda öğrencilerin zorlandığı bir ders için, çoklu sunumların kullanılması o denli önem oluşturacaktır. Çoğu araştırmacılar kullanılan çoklu sunumların öğrenmeyi destekler nitelik taşıdığı üzerinde durmuş, öğrenmeye etkileri üzerinde çalışmış ve bu anlamda öğretim programları düzenlemişlerdir (Beilfuss vd., 2006).

Airey ve Linder (2009) öğrencilerin kendi öğrenmelerini oluştururken çoklu sunumları belli oranda kullanan uygulamaları içeren fırsatlara sahip olurlarsa, öğrenmelerinin büyük bir kısmını daha kolay gerçekleştirmiş olacaklarını ifade etmişlerdir. Çoklu sunum aktivitelerinin kullanılması ile ilgili araştırmasında Yeşildağ (2009) bu sunumların öğrencilerin konuları öğrenmelerini kolaylaştırdığını, neleri bilip neleri bilmediklerinin farkına varmalarını sağladığını ifade etmiştir. Teknoloji kullanımında da amaç çoklu sunumlar sayesinde matematiksel yapıların keşfi ya da öğrencilere kâğıt

ve kalemle gösterimi mümkün olmayan matematiksel nesnelere göstermek için bir çevre sağlamaktır (Dikovic 2009).

### 2.3.2 GeoGebra Kullanımının Avantajları

Geogebra DGY ortamlarının bütün özelliklerini gösterirken aynı zamanda BCS özelliklerini de bünyesinde barındırmaktadır. Bu özellikler çerçevesinde Dikovic (2009) Geogebra kullanımının avantajlarını şu şekilde açıklamaktadır.

- Hesap makinesi özelliği taşıması
- Geogebra öğrencilerin daha iyi bir matematiksel anlamayı kazanmalarına yardım etmek için yaratılmıştır. Öğrenciler basit bir şekilde, sürgü kullanarak ya da nesnelere yerlerini değiştirerek değişiklikleri manipüle edebilmektedir. Nesnelere arasındaki değişikliklerin gözlenmesiyle nesnelere birbiri ile olan bağın nasıl etkilendiğini öğrenebilmektedir. Bu ise öğrencilere dinamik yapıda matematiksel ilişkileri inceleyerek problem çözmelerine fırsatlar sunmaktadır.
- Ara yüz sayesinde öğrenciler kişisel olarak nesnelere oluşturmalarına imkân tanınmaktadır.
- Geogebra işbirlikçi öğrenme için önemli bir fırsatlar sunmaktadır.
- Cebir girişi kullanıcıların yeni nesnelere oluşturmalarına ya da var olanı değiştirmelerine izin verir. Çalışma dosyaları kolaylıkla web sayfası olarak da yayınlanabilmektedir.
- Geogebra internetten bedava olarak indirilebilmekte ve bu yüzden hem okulda hem evde rahatlıkla kullanılabilir (Hohenwarter, 2006; Dikovic, 2009).
- Geogebra sadece dinamik olarak bir öğrenme çevresi değil, aynı zamanda her seviyede kullanılabilen paket programıdır. Yazılım uzmanları KISS (keep it short and simple) adımlarını izleyerek ileri düzeyde bilgisayar becerisine ihtiyaç duymadan Geogebra'nın rahatlıkla kullanılabileceğini vurgulamaktadırlar (Hohenwarter, 2006).

Bir sonraki başlığımızda GeoGebra programı ile ilgili yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

## 2.4 Yapılan Çalışmalar

Choi (2010), Kore’de 7.sınıfta okuyan 40 öğrenci ile yaptığı çalışmada öğrenciler GeoGebra kullanarak Güneş Sistemi ve dönme dolap gibi gerçek hayat durumlarının modellenmesini yapmışlardır. Çalışmanın sonucuna göre öğrencilerin derse karşı motivasyonlarında olumlu yönde artış olduğu saptanmıştır.

Chrysanthou (2008) çalışmasında 16 öğrencili 6.sınıfı okutan bir matematik öğretmeni ve öğrencilerinin GeoGebra destekli hazırlanmış matematik derslerinde gösterdikleri davranışları incelemiştir. Çalışma sonucuna göre, GeoGebra destekli matematik derslerinde öğrencilerin öğrenmelerini destekleyecek zengin matematik ortamları oluşmuştur. Öğrenciler daha istekli olarak derse katılmışlardır. Ayrıca öğretmenin merkezi rolü de değişmemiş, aksine öğrencileri yönlendirme konusunda daha fazla görev üstlenmiştir.

Deneysel çalışmaların yanı sıra, Baydaş, Göktaş ve Tatar (2010) GeoGebra programı hakkında öğretmen adaylarının görüşlerini aldıkları bir araştırma gerçekleştirmişlerdir. Bu araştırma, Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesinde 45 İlköğretim Matematik Öğretmenliği öğrencisine GeoGebra yazılımının tanıtımı ile başlamıştır. Bu çalışmada öğretmen adaylarına GeoGebra uygulamaları hakkında bilgiler verilerek 4 hafta süresince yürütülmüş, süreç sonunda öğrencilerden GeoGebra projesi hazırlamaları istenmiştir. Elde edilen bulgulara göre matematik öğretmen adaylarının GeoGebra’yı; görsellik sağladığı, dersi somutlaştırdığı, derslerde şekil çizme kolaylığı sağladığı, parçadan bütüne gidilerek genellemelere ulaşmaya yardımcı olduğu, öğrencilerin dikkatini derse toplamada etkili olduğu, ezber dışına çıkmayı desteklediği ve tahtaya alternatif oluşturduğu için derslerde kullanımını faydalı olarak gördükleri saptanmıştır. Ayrıca katılımcıların GeoGebra’nın dilinin Türkçe ve kullanımının da kolay olmasından dolayı GeoGebra’ya karşı olumlu bir yaklaşım sergiledikleri de belirlenmiştir.

Dikovic (2009), Matematik II dersini alan 31 öğrenciyle, GeoGebra’nın bazı analiz konuları (türev, teğet eğimi, süreklilik, türev ile süreklilik arasındaki ilişki gibi) öğretiminde etkisi üzerine çalışma yapmıştır. Bu çalışmada öğrenciler analiz dersini geleneksel olarak gördükten sonra, GeoGebra çalıştayına katılmışlardır. GeoGebra

çalıştayının öğrencilerin analiz konularını anlamada olumlu katkısı olduğu saptanmıştır.

Doğan ve İnel (2011) çalışmalarında, 8. sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan “Üçgen ve Pisagor Bağıntısı” konusunda, bir dinamik matematik yazılım programı olan GeoGebra'nın öğrenci başarısına etkisini incelemiştirlerdir. Bunun için Konya ilindeki özel bir ilköğretim okulundan deney ve kontrol grubu olmak üzere, 8. sınıf düzeyinde iki grup seçilmiştir. Deney grubu için öğretim programına uygun dinamik matematik yazılımına göre iki haftalık kurs planlanmıştır. Kurs süresinde GeoGebra'nın etkin kullanımını içeren, planlanmış GeoGebra inşa aktiviteleri öğrenme ve öğretim süresi boyunca öğrencilerle paylaşılmıştır. Eş zamanlı olarak, kontrol grubunda öğretim programına uygun olarak eğitime devam edilmiştir. Sınıf içi aktivitelerden önce ve sonra olmak üzere, gruplara, ön test, son test ve hatırlama testi uygulanmıştır. Testler ve gruplar arasında yapılan karşılaştırmalar sonucunda, GeoGebra'nın öğrencilerin öğrenme ve başarıları üzerinde pozitif etkisinin olduğu tespit edilmiştir. Hatırlama testi sonuçları ise dinamik geometri yazılımının (GeoGebra) öğrenilen bilgilerin kalıcılığını artırmada da etkili olduğunu göstermiştir.

Filiz (2009) çalışmasında GeoGebra ve Cabri Geometri II dinamik geometri yazılımlarının web destekli ortamlarda kullanılmasının öğrenci başarısına etkisini ve bu süreçte gerçekleşen öğrenmelerin nasıl geliştiğini incelemiştir. Bu amaç doğrultusunda 8. sınıf geometri öğrenme alanının dört kazanımı seçilerek dinamik geometri yazılımlarını içeren bir web sitesi ve konuyla ilişkili çalışma yaprakları hazırlanmış ve öğrencilere uygulanmıştır. Deney-kontrol gruplu yarı deneysel olarak tasarlanan bu çalışma Trabzon merkez ilköğretim okullarının birinde 12 Deney 13 Kontrol grubu olmak üzere toplam 25 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma öncesinde başarı testi, web destekli materyal ve çalışma yaprakları hazırlanmış ve akademisyen görüşleri doğrultusunda geçerlilikleri sağlanmıştır. Çalışma öncesinde gruplar öğrencilerin matematik dersi sınav puanlarının ortalamaları arasında farklılık olmaması ile belirlenmiştir. Çalışma sonucunda başarı puanları arasındaki farklılığı belirlemek amacıyla başarı testi uygulanmıştır. Gerçekleşen öğrenmeleri belirlemek amacıyla çalışma yaprakları analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda, hazırlanan web destekli materyalleri kullanan grup lehine anlamlı bir fark bulunmuştur. Bu bulgu doğrultusunda hazırlanan web destekli materyal ile öğrenim gören öğrencilerde

geleneksel öğretim gören öğrencilere göre daha etkili bir öğrenme gerçekleştiği ifade edilebilir. Diğer yandan çalışmanın sonuçlarına dayanarak dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin çıkarım yapma ve varsayımda bulunma becerilerini arttırdığını ortaya koymuştur.

Furkan ve Zengin (2011) çalışmalarını 10. sınıf matematik dersinde trigonometri öğrenme alanı altında yer alan trigonometrik fonksiyonlar ve trigonometrik fonksiyonların grafikleri alt öğrenme alanlarının öğretiminde, dinamik geometri yazılımı GeoGebra'nın öğrencilerin matematiksel başarılarına ve tutumlarına etkisini belirlemek amacıyla yapmışlardır. Araştırma grubu, 2010-2011 eğitim öğretim yılında Diyarbakır ilindeki bir lisede deney grubunda 25 ve kontrol grubunda 26 olmak üzere toplam 51 öğrenciden oluşmaktadır. Dinamik geometri yazılımı GeoGebra'nın etkisini gözlemlemek amacı ile kontrol grubunda yapılandırıcı öğrenme kuramı ışığında dersler işlenirken, deney grubunda ise dinamik bir yazılım olan GeoGebra'nın kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemiyle dersler işlenmiştir. Bu kapsamda araştırmacı tarafından bilgisayar destekli öğretim materyali geliştirilmiştir. Çalışmanın deseni ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel yöntemdir. 5 hafta süren uygulamaların ardından elde edilen verilerin analizi sonucu; Trigonometrik fonksiyonlar ve trigonometrik fonksiyonların grafikleri alt öğrenme alanlarında, deney ve kontrol gruplarının başarıları arasında GeoGebra yazılımı yardımıyla ders işleyen deney grubu lehine anlamlı bir fark ortaya çıkmıştır. Ancak matematiğe yönelik tutumları bakımından gruplar arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır.

GeoGebra destekli öğretimin öğrenci başarısına etkisinin geleneksel öğretim yöntemine göre yüksek olduğunu gösteren bir başka çalışma Reis (2010) tarafından yapılmıştır. Deney ve kontrol grubu 12'şer öğrenciden oluşan, deneysel desenli bir çalışma olan bu araştırmada tamsayılar konusunda öğrencilerin başarıları ve öğrenmeleri incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda GeoGebra ile öğretimin yapıldığı deney grubundaki öğrencilerin daha başarılı oldukları ve öğretim ortamının daha çok duyu organına hitap ettiğinden hatırlama düzeylerini de olumlu yönde etkilemiştir. Özetle GeoGebra yoluyla bilgisayar destekli matematik öğretimi öğrencilere kalıcı bir öğrenme ve etkili bir matematik öğretimi sunmuştur.

Lu (2008) İngiltere ve Tayvan’da ortaöğretim düzeyinde görev yapan 4 matematik öğretmenin cebir ve geometri öğretiminde GeoGebra kullanım amaçları ve GeoGebra kullanımına bağlı olarak teknoloji ve GeoGebra kavramlarının neler olduğunu araştırmıştır. Araştırma sonuçlarına göre, öğretmenlerin GeoGebra programını teknolojik bir araçtan daha çok öğrenciler için bir öğrenme ortamı olarak gördükleri belirlenmiştir. Ayrıca öğretmenler, öğrencilerin matematiği anlamlandırmasında GeoGebra’nın görselleştirme ve kavramsallaştırma özelliklerinden faydalandıkları da saptanmıştır. Buna ek olarak, öğretmenlerin GeoGebra programını matematik dersi için etkinlik, materyal hazırlama gibi nedenlerle sıklıkla kullandığı görülmüştür.

Olkun ve Ceylan’ın (2012) çalışmalarının amacı 2. sınıfta öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının GeoGebra dinamik geometri yazılımı yardımıyla geometriye yönelik ispat yapma becerilerinin incelenmesi ve kullanmış oldukları ispat biçimlerinin belirlenmesidir. Yapılan çalışma nitel bir araştırma modeli olan durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcılarını 2010-2011 eğitim öğretim yılında Orta Anadolu’da bir üniversitenin eğitim fakültesi ilköğretim matematik öğretmenliğinde okuyan farklı düzeylerde bulunan 2. sınıf 6 matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Katılımcılar araştırmacı tarafından amaçsal örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Uygulama sürecinde öğretmen adaylarının geometrik ispat biçimlerini belirlemek için yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Klinik mülakat sürecinde öğretmen adayları verilen ispat problemlerini GeoGebra yazılımını kullanarak çözmüşlerdir. Öğretmen adaylarının yapmış olduğu çözümler Wink programı ve ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Daha sonra ses kayıtları yazılı doküman haline getirilip Wink programı ile elde edilen ekranlarla karşılaştırılmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmen adayları verilen bir ispat probleminde GeoGebra yazılımını amaçları doğrultusunda kullanabilmişler ve çözüm sürecinde doğru sonuca ulaşmak için yazılımda yer alan birçok araçtan yararlanmışlardır. Böylece öğretmen adaylarının farklı çözüm yolları arama, geometrik özellikleri keşfetme, genelleme ve akıl yürütme becerilerinin desteklendiği görülmüştür. Ayrıca GeoGebra yazılımı birçok özelliği ve araçları sayesinde öğretmen adaylarının varsayım yapmalarına yardımcı olmuş ve onları ispat yapmaya teşvik etmiştir. Öğretmen adaylarının yapmış olduğu 18 ispatın 9 tanesi deneysel

gerekçelendirmeler, 9 tanesi de tündengelimli gerekçelendirmeler ile yapılmıştır. Sonuç olarak yapılan ispatların yarısında deneysel gerekçelendirmelerden tündengelimli gerekçelendirme biçimlerine geçişin gerçekleştiği görülmüştür. Öğretmen adaylarının ispat sürecinde örneklerden yararlanmaları onların yeterli mantıksal çıkarımlara sahip olmadıkları anlamına gelebilir. Öğretmen adaylarının doğru varsayımı ortaya attıkları halde ispatı sonuçlandıramamalarının sebebi, ispat için yeterli gerekçe sunamamalarından kaynaklanmıştır. Ayrıca daha önceden öğrenilmiş yanlış bilgiler de öğretmen adaylarının ispatı sonuçlandıramamalarına neden olmuştur.

Öğrencilerin öğrenme süreçleri içerisinde GeoGebra programı kullanımının yararları hakkında Contay, Kabaca ve İymen (2010), 23 adet 11. sınıf öğrencisinin katıldığı bir ders ortamı oluşturmuşlardır. Bu ders ortamında, GeoGebra programı kullanılarak parabollerin geometrik temsilinden cebirsel temsiline geçiş süreci planlanmıştır. Verilerin değerlendirilmesi sonucunda, dinamik yaklaşımın öğrencilerin, eğrilerin geometrik ve cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi kavramalarına yardımcı olduğu tespit edilmiştir.

Yavuz ve Kepceoğlu (2010) araştırmalarında, genel matematik konularının temel konularından biri olarak nitelendirilen limit ve buna bağlı olarak süreklilik kavramlarının öğretiminde, dinamik geometri yazılımı olan GeoGebra'nın öğretmen adaylarının başarısına ve limit ve süreklilik kavramlarının öğrenmelerine olan etkisini incelenmişlerdir. Bu amaç doğrultusunda, Kastamonu Üniversitesi'nin 2010- 2011 eğitim-öğretim yılında ilköğretim matematik öğretmenliği 2.sınıfına kayıtlı 40 öğrenci ile deneysel bir çalışma yürütülmüştür. Bu 40 öğrenci, araştırmacı tarafından hazırlanan ve araştırmada ön test ve son test olarak kullanılan limit ve süreklilik konusunda bir sınavdaki başarılarının denk olduğu belirlenen iki gruba ayrılmıştır. GeoGebra programının etkisini incelemek amacı ile bir gruba geleneksel yöntem ile ders anlatımı yapılırken, diğer gruba da GeoGebra ortamında hazırlanan ders anlatımı uygulanmıştır. 6 ders saati süren ders anlatımlarının sonrasında son test uygulanmıştır. Elde edilen nicel veriler uygun parametrik istatistik testleri ile analiz edilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının kavramsal öğrenmeleri üzerinde yorum yapılabilmesi için son testler nitel olarak analiz edilmiş ve katılımcılardan bazıları ile görüşmeler yapılarak bu veriler desteklenmiştir. Araştırmada elde edilen bulgulara

göre, uygulama öncesi başarısı denk olan deney ve kontrol grubundaki öğretmen adaylarından, deney grubunda yer alan öğretmen adayları GeoGebra destekli öğretim yapılan uygulama sonrası, kontrol grubunda yer alan öğretmen adaylarına göre uygulanan testte daha başarılı sonuç almışlardır. Ayrıca deney grubunda yer alan öğretmen adaylarının limit kavramına ilişkin bakış açılarına GeoGebra destekli öğretim yaklaşımının genel olarak olumlu yönde katkısı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna karşın, aynı durumdan süreklilik kavramı için tam olarak bahsedilememektedir. Yapılan uygulama sonucunda, öğretmen adaylarının süreklilik kavramına bakış açılarındaki olumlu yönde değişiklikler olmasına karşın, limit kavramına oranla daha az olmuştur.



### 3. YÖNTEM

Bu bölümde yapılan çalışmada izlenen yol ve süreç hakkında bilgi verilmektedir. Yöntem olarak hangi model seçildiği ve neden bu modelin kullanıldığı açıklanmıştır.

#### 3.1 Araştırmanın Modeli

Araştırma, ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometri problemlerinin çözüm yolunu bulmalarındaki gelişimlerine GeoGebra'nın rolünü anlamak amacıyla yapılan nitel çalışmadır. Araştırma modeli olarak durum çalışması belirlenmiştir. Eğitimin sorunlarının çoğu betimsel nitelikte olup, bu türdeki araştırmaların bilginin anlaşılmasında ve artırılmasında büyük önemi vardır (Balcı, 2009). Öte yandan çalışma amacı bakımından bir durum hakkında katılımcıları etkilemeden bilgi vermenin yanında, o durumun nasıl meydana geldiği ile ilgili değişkenleri ortaya çıkarma gibi özelliklere sahip olmasından dolayı keşfedici (exploratory) türde bir araştırmadır. Bu açıklamalardan yola çıkarak, araştırma boyunca belirlenen yorumlayıcı paradigmaya ve araştırma problemlerine uygun olduğu düşünüldüğünden bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır.

“Nitel araştırma, doküman analizi, gözlem, görüşme gibi nitel veri toplama araçlarının kullanıldığı, olayların ve algıların doğal ortamda bütüncül ve gerçekçi bir biçimde ortaya çıkarılmasına yönelik nitelendirilmiş bir sürecin izlendiği araştırmadır” (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Nitel araştırma, durum çalışmalarında sıklıkla kullanılır. Belirli bir duruma yönelik sonuçlar çıkarmak durum çalışmasının amaçlarındandır. Durumla ilgili bütün etkenler araştırılır ve durumu ne kadar ve nasıl etkiledikleri, durumdan aynı şekilde ne kadar ve nasıl etkilendikleri üzerine odaklanılır. (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Özel bir durumun seçilmesiyle başlayan bu çalışma da seçilen durumun her yönüyle anlaşılması amaçlanır. Durum çalışmasının en belirgin özelliği derinlemesine açıklamadır. İyi tasarlanmış bir durum çalışmasında araştırma yapan kişinin durumu derinlemesine incelemesi ve adlandırması gerekmektedir. Eğitim araştırmalarında durum çalışmasının tercih edilme sebepleri arasında aşağıdakileri de sayabiliriz (Cohen, Manion ve Manion, 2000):

- Durum çalışmasıyla elde edilen bulgular: “gerçeklik bağlamında güçlüdür”, fakat düzenlenmesi zordur.
- Durum çalışması bir olay veya bir olayın belli bir kısmına yönelik genelleme yapılmasına olanak verir.
- Durum çalışmaları ürün olarak da düşünülebilir. Önceden oluşturulmuş belgeleri veya tanımlayıcı materyaller üzerinde daha sonradan yeni yorumlar yapılabilir. Bu belge ve materyaller yeni amaçlar ve yeni araştırma konularını ortaya çıkarabilir.
- Durum çalışmasında ortaya çıkan ve elde edilen bulgular direkt yorumlanır ve kullanılabilir.

Yapılan bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımı ve nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışmasının kullanılma sebebi ortaokul matematik öğretmen adaylarının geometri problemlerinde çözüm yollarına GeoGebra'nın rolünün nasıl olduğunu ve bu rolün olası sonuçlarını belirlemek ve buna bağlı olarak sonuçlar çıkarmaktır.

### 3.2 Çalışma Grubu

Derinlemesine bilgi sağlayacağı düşünülen durumların çalışılması amaçlanmıştır. Bu sebepten nitel araştırmalarda çalışılacak her bir durum bir amaç doğrultusunda seçilmektedir. Patton (2002) amaçlı örneklemin derinlemesine yapılan çalışmalar için bilgilendirme açısından zengin durumların seçilmesine katkı sağlayacağını belirtmektedir. Bu anlamda, amaçlı örnekleme birçok durumda, olgu ve olayların keşfedilmesinde ve açıklanmasında yararlı olur (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Durumla ilgili daha zengin bilgiye ulaşabilmek amacıyla bir devlet üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı 2.sınıfta öğrenim gören öğretmen adayları ile çalışılmıştır. Bu katılımcıların seçilme sebebi ilk olarak, bir önceki yıl aldıkları “Bilgisayar I” ve “Bilgisayar II” derslerinde GeoGebra programını kullanmayı öğrenmiş olmalarıdır. Ayrıca hali hazırda seçmeli ders olarak “Matematiksel Problem Çözme” dersine kayıtlı olmaları ve bu dersin ilk haftalarında matematik problemlerine çözüm yolu bulmak için farklı stratejileri geliştirmeyi öğrenmiş durumda olmalarıdır. Bu katılımcılara veri toplama araçlarında detaylandıracağımız hazır bulunuşluk testi uygulanmıştır. Bu test sınıfta bulunan 22

öğretmen adayına uygulanmış ve her biri değerlendirilerek doğru sayısı sırasına konulmuştur. Çalışma grubunun çeşitlilik oluşturması amacıyla puanlama sırasına göre üç grup oluşturulmuştur. Hazır bulunuşluk testinde doğru sayısı 7 veya 6 olanlar grup 1; doğru sayısı 5 veya 4 olanlar grup 2 ve doğru sayısı 3 veya 2 olanlar grup 3 olarak belirlenmiştir (bkz. Ek 1). Bu aşamada öğretmen adaylarıyla görüşülmüş yapılacak olan araştırma hakkında bilgi verilmiş, gönüllü olanlar ve araştırmanın süresi boyunca devam edebilecek öğretmen adayları tespit edilmiştir ve çalışma grubu hazır bulunuşluk testine göre belirlenen üç gruptan 2 şer öğrenciyle oluşturulmuştur.

### **3.3 Veri Toplama Araçları**

Çalışmada kullanılacak veriler elde edilirken başvurulacak araçlar alt başlıklar halinde incelenmiştir.

#### **3.3.1 Hazır Bulunuşluk Testi**

Bu çalışmada araştırmanın yapılacağı grubu belirlemek amacıyla İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı 2. Sınıfında öğrenim gören öğretmen adaylarına hazır bulunuşluk testi uygulanmıştır. Hazır bulunuşluk testi hazırlanırken öğrencilerin bir önceki eğitim basamağı olan lise öğretim programı dikkate alınmıştır. Bu sebeple MEB onaylı lise kitapları, üniversiteye hazırlık kitapları ve internet ortamı incelenmiştir. Soruların birden fazla kazanım ölçmesi ve farklı biliş seviyelerinde olmasına dikkat edilmiştir. Soruların seçiminde sentetik geometri sorularından oluşması dikkate alınmıştır. Çalışmanın amacı gereği öğrencilerin temel geometri becerilerine sahip olmaları gerekmektedir. Bu becerilerin ölçülmesi ve sınıflandırmasını sağlayabilecek sorular seçilmiştir.

Bu kapsamda öncelikle 22 sorudan oluşan madde havuzu oluşturulmuştur. Ardından bu sorular üniversitelerin iki matematik eğitimi alan uzmanı ve lisede görev yapan bir matematik öğretmenin görüşüne sunulmuştur. Soruların anlaşılabilirliği, biliş düzeyi, farklı kazanımları ölçmesi gibi farklı bakımlardan incelenerek uzman görüşü aşaması tamamlanmıştır. Seçilen 22 sorudan 7 tanesi açık uçlu olarak düzenlenip hazır bulunuşluk testi oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının problem çözme dersine giren öğretim üyesi ile görülmüş, adaylara testin bu derste uygulanacağı bir hafta önceden

söylenmiştir. Test öğrencilere yazılı olarak verilmiş ve çözüm yollarını açıklamalarıyla birlikte kâğıda yapmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarına soruların çözüm yollarını bulmaları için bir ders saati süre verilmiştir. Soruların ölçtüğü kazanımlar ve seçilme amaçları Tablo 3.1’de verilmiştir:

Tablo 3.1. Hazırbulunuşluk testi

Soru Numarası	Kazanım	Amaç
Soru1	9.4.3.4. Üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumunu belirler. 9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.	
Soru2	11.5.1.2. Çemberde kirişin özelliklerini göstererek işlemler yapar. 9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.	
Soru3	9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.	
Soru4	11.5.1.2. Çemberde kirişin özelliklerini göstererek işlemler yapar. 9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.	
Soru5	10.5.3.1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer. 9.4.3.1. Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini elde eder.	
Soru6	10.5.3.1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer. 9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.	
Soru7	9.4.4.3. Dik üçgende dar açılarının trigonometrik oranlarını hesaplar. 9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.	

### 3.3.2 Çoklu Çözüm Yolu Gerektiren Sorular

Çalışmanın amacı öğretmen adaylarının geometri sorularını birden fazla yolla çözmelerinde GeoGebra’nın etkisini belirlemek olduğundan soruların mümkün olduğunca çoklu çözüm yolu içermesi dikkate alınmıştır. Bu nedenle hazır bulunuşluk testinin hazırlanmasında kullanılan kaynaklara başvurularak 12 soruluk bir madde havuzu oluşturulmuştur. Ardından seçilen sorular öğretmen adaylarına uygulanmadan

önce araştırmacı tarafından çözülmüş ve her bir sorunun en az iki farklı yoldan çözüldüğü gözlenmiştir. Hazır bulunuşluk testi için başvuru alan uzmanlara, sorular ve çözümleri gönderilmiş, her bir sorunun farklı yoldan çözümlenip çözülmediği hakkında görüşleri alınmıştır. Uzmanlar tarafından onaylanmış, çalışmanın da süresi göz önünde bulundurularak bu sorulardan 5 tane açık uçlu soru seçilmiştir. Öğretmen adaylarından öncelikle bu soruları kendilerine dağıtılan kâğıt üzerinde çözmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarının çözümlerinden farklı olan çözüm yolları adet olarak sayılmıştır. Ardından bu çözüm yolları ile GeoGebra ile yaptıkları çözüm yolları karşılaştırılmıştır.

### **3.3.3 GeoGebra Üzerindeki Çözümler**

Öğretmen adaylarının kâğıt üzerinde çözüm yolu buldukları sorular araştırmacı tarafından GeoGebra ortamına aktarılmıştır. Soru üzerinde verilen açı ve uzunluk değerleri soru ile uyumlu olması açısından birebir aynen kullanılmıştır.

### **3.3.4 Sorunun Ekran Görüntüsü**

Öğretmen adaylarının her biri bireysel olarak GeoGebra kurulu bir bilgisayarda çalışmıştır. Çalışmanın tamamı beş soru için toplam 10 ders saati sürmüştür. Öğretmen adayları bu çalışmayı gerçekleştirirken araştırmacı ortamda katılımcı olmayan gözlemci rolünde kalmıştır. Öğretmen adaylarının her soru için GeoGebra ortamında yaptıkları farklı çözüm yolları sayılmıştır.

### **3.3.5 Yarı Yapılandırılmış Görüşmeler**

Görüşme kelimesi geniş tabanlı bir yelpazede ele alınabilir. Yapılandırılmış, standart ve kapalı uçlu önceden hazırlanmış sorulardan oluşabilir. Açık uçlu yapılandırılmamış ve sohbet biçimde yapılan görüşme türleri de vardır. Ayrıca görüşmenin yapıldığı kişi sayısı ile de sınıflandırma yapılabilir. Bu açıklamalar doğrultusunda görüşme türleri arasında; yapılandırılmış görüşme, yapılandırılmamış görüşme, yarı yapılandırılmış görüşme ve odak grup görüşmesi sayılabilir.

Yarı yapılandırılmış görüşmede önceden hazırlanmış görüşme soruları vardır ancak, görüşmeci katılımcıların verdiği cevaplar doğrultusunda önceden hazırlanmamış

sorular sorabilir. Önceden hazırlanmış bir kılavuzu olmasına rağmen, araştırmacı katılımcıya hakkında konuşulan konu ile ilgili görüşlerini bildirmesinde esneklik ve konuyu birazcık ta olsa biçimlendirmesine olanak tanır (Bogdan ve Biklen,2007). Eğer katılımcı önceden planlanmış bir sorunun cevabını vermişse, aynı soru tekrardan sorulmaz (Türnüklü, 2000).

Bu çalışmada öğretmen adaylarına önceden hazırlanmış sorular sorulmuş, katılımcının verdikleri cevaplara göre önceden planlanmayan sorular da sorulmuş ve görüşmenin esnek bir yapıda geçmesi sebebiyle yarı yapılandırılmış görüşme seçilmiştir. Sorulan sorular genel olarak çözümler hakkında olup öğretmen adayının kâğıttaki ve GeoGebradaki çözümleri yaparken ne düşündükleri yönündedir. Öğretmen adaylarının çözüm yaparken hangisiyle daha rahat ettikleri ve sebepleri sorulmuştur. Çözümlerdeki farklılıkları sınıflandırmaları ve neden farklı bir çözüm olduğunu düşündükleri gibi sorular da görüşmenin gidişatına göre önceden planlanmamasına rağmen sorulmuştur.

### **3.4 Uygulama Süreci**

Araştırma sürecinde öncelikle öğretmen adaylarına kağıt üzerinde farklı çözüm yolları bulabilmesi için sorular çıktı olarak katılımcılara dağıtılmıştır. Katılımcılara bu soruları okul dışındaki ortamlarda yalnız başlarına çözüm yolları bulmaları için bir hafta süre verilmiştir. Ardından bilgisayar laboratuvarlarında her bir katılımcıya bir bilgisayar düşecek şekilde GeoGebra kurulu bilgisayarlarda çalışmışlardır. Bu esnada öğretmen adaylarına önceden yapmış oldukları çözümler gösterilmemiştir. Sadece GeoGebra ortamında soruların hazırlanmış olduğu dosyalar verilmiştir. Öğretmen adaylarının tek başlarına aynı sorulara farklı çözüm yolları üretmeleri istenmiştir.

Öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler esnasında ise kağıt üzerinde yaptıkları ile GeoGebra programında yaptıkları çözüm yolları aynı anda gösterilmiştir. Bu iki ortamda buldukları çözüm yolları arasındaki farklar hakkında görüşmeler yapılmıştır.

### 3.5 Verilerin Analizi

Araştırma kapsamında iki tür veri elde edilmiştir. Bu verilerin ilki öğretmen adaylarının kağıt üzerinde ve GeoGebra ortamında çoklu çözüm yolu gerektiren problemlere verdikleri yanıtlardır. Bu veriler kendi doğası gereği nitel verilerdir. Ancak her iki ortamda bulunan çözüm yolları sayılarının karşılaştırılması gerekli olduğundan ötürü bu veriler farklı çözüm yolları sayılarak sayısallaştırılmıştır. Böylece her bir öğretmen adayının hem kağıt üzerinde hem de GeoGebra ortamında üretmiş olduğu farklı çözüm yolları karşılaştırılabilmiştir.

Görüşmelerin analizinde içerik analizi kullanılmıştır. Bu analizde öğretmen adaylarının farklı çözüm yolları ile ilgili verdiği yanıtlar doğrudan kullanılmıştır. Aynı zamanda her iki ortamı karşılaştırma üzerine verdikleri yanıtlar da doğrudan kullanılarak aktarılmıştır.

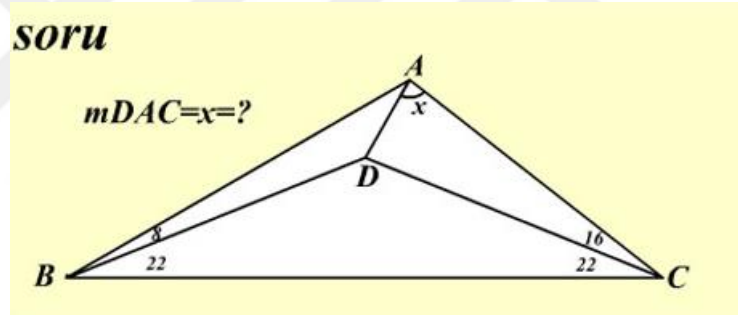
## 4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmada elde edilen verilerin çözümlenmesi yapılacak ve bu çözümlere dikkate alınarak alt problemlere ait bulgular oluşturulacaktır.

### 4.1 Öğretmen Adaylarının Kağıt Üzerinde ve GeoGebra Ortamlarında Oluşturdukları Çözüm Yollarının İncelenmesi

Bu kısımda öğretmen adaylarının her bir soruya kağıt üzerinde ve GeoGebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları karşılaştırılmalı olarak verilmiştir.

Öğretmen adaylarının birinci soru için oluşturdukları çözüm yollarının karşılaştırılması



Şekil 4.1. Öğretmen adaylarının çözeceği birinci soru

Öğretmen adaylarının birinci soruya kağıt üzerinde buldukları çözüm yolları ile GeoGebra kullanarak buldukları çözüm yolları karşılaştırılırken hazır bulunuşluk testinden aldıkları puanlara göre düzeyleri de Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4.1. Öğretmen adaylarının birinci soru için buldukları çözüm yolu sayıları

Öğretmen Adayı	Düzeyi	Kâğıt üzerinde	Geogebra
ÖA1	Yüksek	1	6
ÖA2	Yüksek	3	3
ÖA3	Orta	3	1
ÖA4	Orta	1	2

Tablo 4.1'in devamı

ÖA5	Düşük	1	5
ÖA6	Düşük	3	3
TOPLAM		12	20

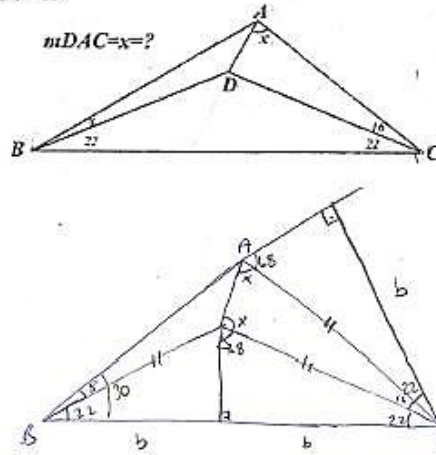
Tablo 4.1'den de görüldüğü gibi öğretmen adaylarının 1. Soruda GeoGebra programını kullanarak bulmuş oldukları çözüm yollarının toplam sayısı, kağıt üzerinde buldukları çözüm yollarının toplam sayısından fazladır. Bireysel olarak bakıldığında ÖA1, ÖA4 ve ÖA5 isimli katılımcıların GeoGebra ile buldukları çözüm yollarının fazla, ÖA3 isimli katılımcının kağıt üzerindeki çözüm yollarının sayısı fazla ve son olarak da ÖA2 ve ÖA6 isimli katılımcıların çözüm yollarının sayısında bir eşitlik görülmektedir.

Kağıt üzerinde yapılan çözüm yolu sayısı ile GeoGebra kullanılarak yapılan çözüm yolu sayılarında en fazla fark olan ÖA1 isimli katılımcı ile yapılan görüşmede şu görüşler alınmıştır.

*G: Bu sorunun çözümü için kâğıtta neler yaptın bahseder misin?*

*ÖA1: Bu sorunun çözümünü kâğıtta yaparken bayağı zorlandım. Sadece bir çözüm yolu bulabildim. Bir yerlerden bir şey çizerken nereye dik ya da nereyi ikiye bölüyor kâğıt üzerinde bunların ayarlamasını yapmak zor oluyor. Başka yollardan gidilebilir miydi bilmiyorum ama ben sadece iç açıları kullanarak çözdüm(Şekil4.2). Örneğin trigonometrik çözümlere bakmadım. Bana göre biraz zordu ve uğraştırıcı bir soruydu.*

**SORU**

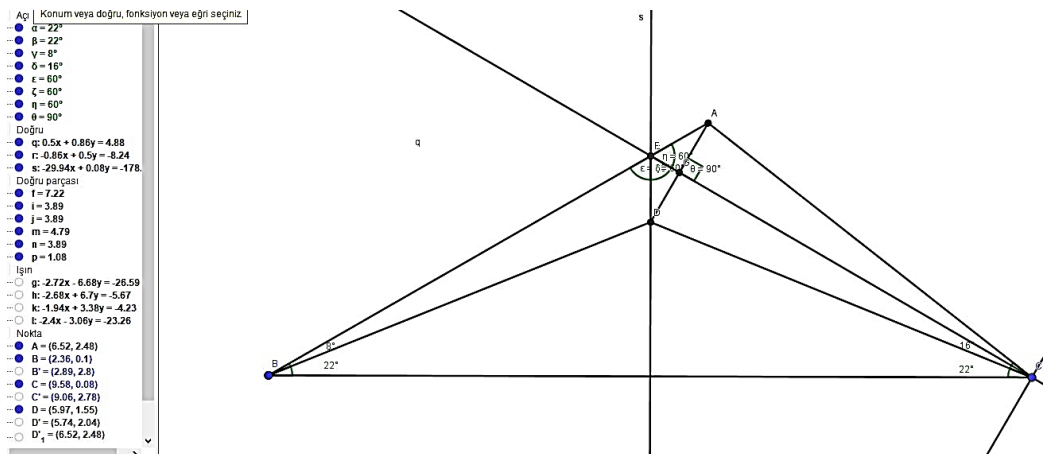


Şekil 4.2. ÖA1'in birinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu

ÖA1'in soruyu GeoGebra ile çözerken neler düşündüğünü ve nasıl birden fazla çözüm yolunu bulduğunu anlamak için görüşme devam ettirilmiştir. Bu görüşmelerden alınan sözlü ifadeler aşağıdaki gibidir.

*G: Peki GeoGebra'da çözümleri yaparken neler düşündün?*

*ÖA1: Geogebra da çözümleri yaparken daha rahat ettim. Mesela diklik indir dediğimizde orda açıortayın oluştuğunu görebildim. Mesela sadece diklik değil her şeyin uzunluğunu da görebiliyoruz GeoGebra da. Diklik indirerek ya da eşkenar üçgen çizerek çözümü görebiliyorsunuz GeoGebra da.*



Şekil 4.3. ÖA1'in birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu

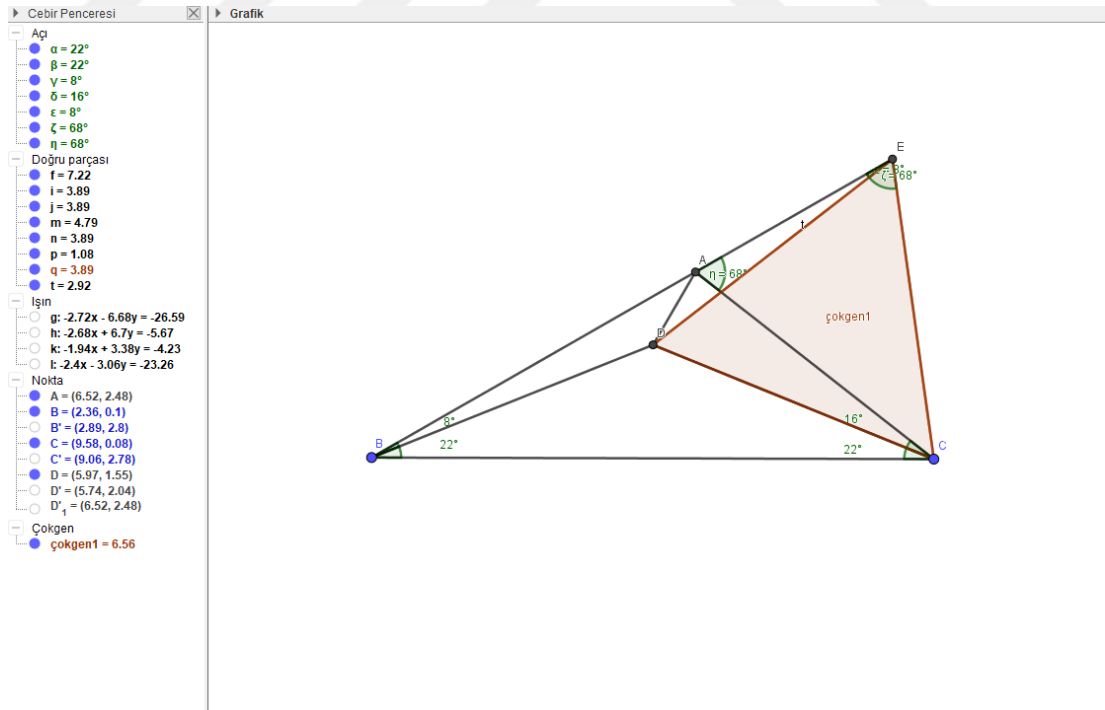
ÖA1'in Şekil 4.2'de yaptığı çözümde görüldüğü gibi kağıt üzerinde yaptığı çözüm yolundan farklı olarak dik doğru kullandığı ve bu doğrunun karşı kenar ile yaptığı

açıları GeoGebra ile ölçebildiği görülmüştür. GeoGebra'nın ölçme özelliği sayesinde kağıt üzerinde yapmakta zorlanılabilecek bir çözüm yolu üretebilmiştir. Bu özellik gibi GeoGebra kullanımının kağıt üzerinde çözüm yolu bulmaktan farkları hakkında kendisi ile görüşmeye devam edilmiştir.

*G: Peki kâğıtta yapamayıp GeoGebra da yapabildiklerin nelerdi açıklayabilir misin?*

*ÖA1: Kâğıtta bir yoldan yaptım. Üçgeni tamamlayarak bir dik üçgen yaptım. Ama GeoGebra'da daireyi kullandım, eşkenar üçgen çizdim, açıortay çizdim yani çözüm yolumu çoğalttım. Yani çözümü kolaylaştırdı benim için GeoGebra. Hem de daha kolay çözmemi sağladı yani üretkenlik açısından daha iyi.*

ÖA1'in bu ifadelerinden GeoGebra kullanırken farklı araçları hızlı ve kolay biçimde uygulayarak farklı çözüm yolları bulabildiği anlaşılmaktadır. ÖA1'in GeoGebra kullanarak yapmış olduğu farklı bir çözüm yolunun ekran görüntüsü Şekil 4.3'de yer almaktadır.



Şekil 4.4. ÖA1'in birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu

Şekil 4.4’de görüldüğü gibi ÖA1, GeoGebra ortamında “düzgün çokgen” aracını kullanarak bir eşkenar üçgen oluşturmuş ve bu üçgenin kenarları ile soruda verilen üçgen arasında bir ilişki kurarak farklı bir çözüm yolu oluşturmuştur.

ÖA3 isimli katılımcıda ise tam tersi bir durum ortaya çıkmıştır. ÖA3 kağıt üzerinde daha fazla çözüm yolu bulduğunu GeoGebra ya hâkim olmadığı için çözüm yolu üretmekte zorlandığını belirtmiştir. ÖA3 isimli katılımcı ile yapılan görüşmede şu görüşler alınmıştır.

*G: Bu sorunun çözümü için kâğıtta neler yaptın bahseder misin?*

*ÖA3: Bi yöntem çemberle çözdüm. Çember yöntemini kullandım. Çember çizdim. İkinci çözümümde açıortay kullanarak çözdüm. Üçüncü çözümümde de böyle üçgene tamamlayıp diklik bularak çözdüm(Şekil 4.5).*



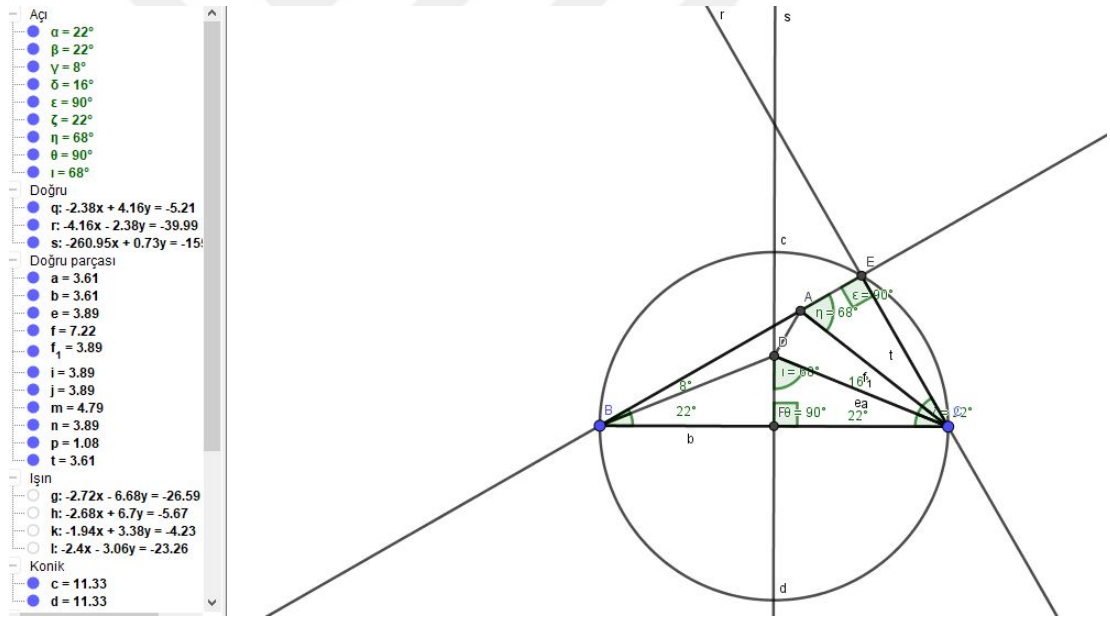
ÖA3: Yıllardır kâğıda alıştığımız için bana kâğıt daha kolay geliyor. Çünkü GeoGebra'yla ilk defa soru çözdüğüm için ilk başta bi algılama problemi oldu yani, anlayamadım ne yapcamı. Sonra hani açıortay çizilme şeyleri vermiş orda onu yapınca anladım ama zaten o iş biraz geçtiği için diğerlerine bakamadım.

G: Peki senin için hangisi daha iyi kâğıtta çözüm yapmak mı GeoGebra'da çözüm yapmak mı?

ÖA3: Kâğıttaki çözüm kalıcı GeoGebra'da ki daha pratik oluyo bence.

G: Yani avantaj dezavantaj açısından bakarsak?

ÖA3: Ya yıllardır kâğıda alıştığımız için bana kâğıt daha kolay geliyor. Ama GeoGebra'da bence güzel bi yöntem



Şekil 4.6. ÖA3'ün birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu

ÖA3 isimli katılımcının şekil 4.6'daki GeoGebra kullanarak yaptığı çözüm yoluna bakıldığında programın aslında ne kadar karmaşık yollarına başvurduğunu ve kâğıttaki çözümü yolunu Geogebra'ya yansıtmaya çalıştığı görülmektedir. Ayrıca ÖA3 isimli katılımcının GeoGebra programını kullanarak başka çözüm yollarını bulamama sebeplerinin başında kâğıttaki çözüm yollarını GeoGebra'da gerçekleştirmeye

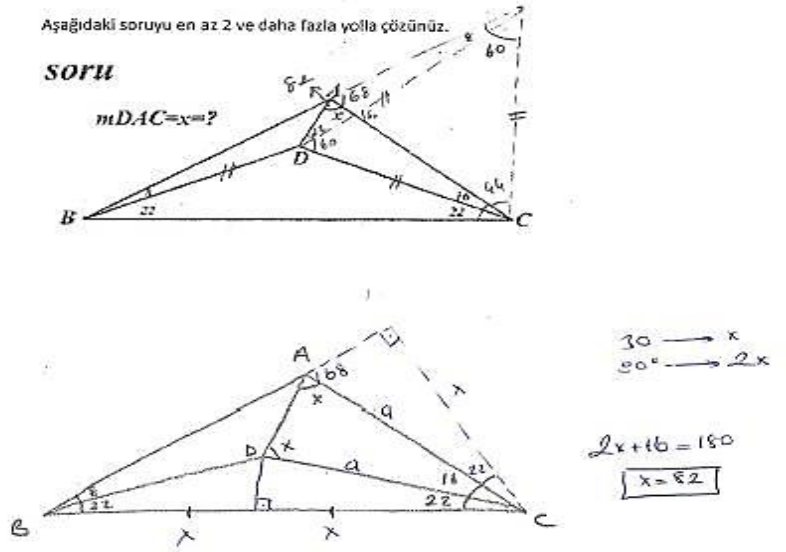
çalışmasıdır. Bunun sebebi yapılan görüşmeye bakıldığında GeoGebra kullanarak ilk defa soru çözmesidir.

ÖA5 isimli katılımcıda da GeoGebra kullanarak bulduğu çözüm yollarının sayısının fazla olmasının sebebinin kağıttaki işlem yapabilirlığının daha kısıtlı ve bu işlemleri görmenin daha zor olduğu anlaşılmaktadır.

Kağıt üzerinde yapılan çözüm yolu sayısı ile GeoGebra kullanılarak yapılan çözüm yolu sayılarında ÖA1'den sonra en fazla fark olan ÖA5 isimli katılımcı ile yapılan görüşmede şu görüşler alınmıştır.

*G: Bu sorunun çözümünü için kâğıtta neler yaptın bahseder misin?*

*ÖA5: Kâğıtta çözüm yaparken bir dik üçgen çizdim ve oradan 30 60 90 üçgeni çıkardım ve trigonometriden sonuca ulaştım. Bir de eşkenar üçgen oluşturup çözüm yaptım.*

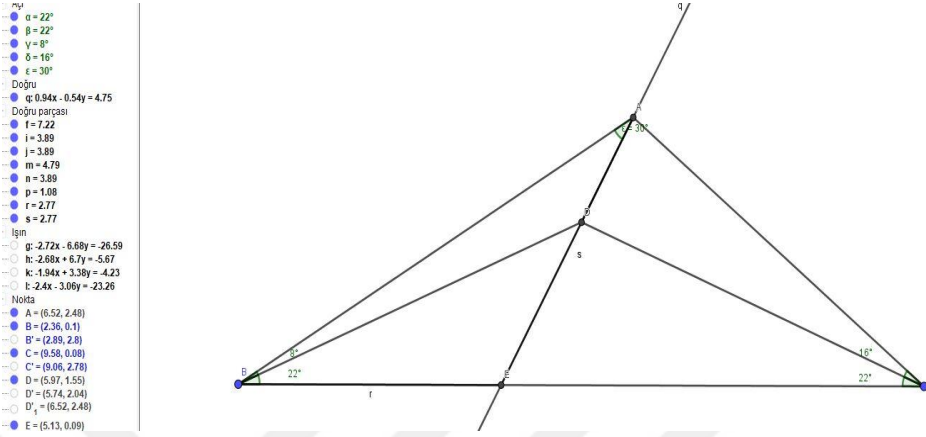


Şekil 4.7. ÖA5'in birinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu

Şekil 4.7'deki çözümlere bakıldığında ÖA5 isimli katılımcının soru çözümünde kağıt kullanımında da birden fazla farklı çözüm yolu bulduğu görülmektedir.

*G: Peki geogebra da çözümleri yaparken neler düşündün?*

ÖA5: Geogebra da açkçası daha kolay çözümler buldum. Çember çizip merkezin dik açı olduğunu bulup oradan çözüm yaptım, eşkenar üçgen çizip çözüm buldum. İkizkenar ve açıortay uzunlukları daha rahat görebildim.



Şekil 4.8. ÖA5'in birinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu

Şekil 4.8'deki çözüm yoluna bakıldığında ise ÖA5 isimli öğrencinin kağıtta göremeyip GeoGebra'nın ölçme özelliği gereği görebildiği ikizkenar üçgen örneğidir. Normalde kağıtta bu çizim yapıldığında üst kısımda oluşan üçgenin ikizkenar olduğu görülmemektedir. Fakat GeoGebra yönteminde çizilen herhangi bir doğrunun uzunluğu otomatik olarak görüldüğünden üçgenin ikizkenar olduğu görülmektedir.

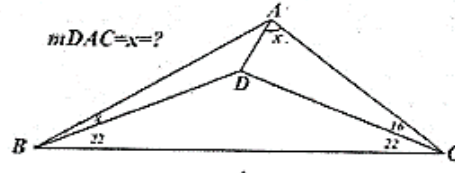
G: Peki geogebra ile daha fazla çözüm yapma sebebin neler olabilir?

ÖA5: Geogebra aslında daha kullanışlı neyi nereden çizebileceğinizi görebiliyoruz ölçümleri daha net ve anlaşılır oluyor. Dikliği açıortayı geogebra da gösterebiliyorsunuz ama kâğıt üzerinde bunlar görmek daha zor. Daha doğrusu kâğıt üzerinde tam emin olamasanız da geogebra da emin olabiliyorsunuz. Kâğıt üzerinde zar zor iki çözüm yolu buldum fakat geogebra da beş yol buldum.

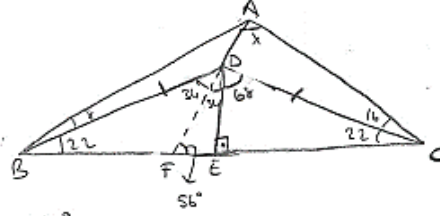


**SORU**

$m\widehat{DAC} = x = ?$



1)



- $\widehat{BDC} = 136^\circ$
- $\widehat{DBC} = \widehat{DCB} = 22^\circ$  olup  $\widehat{BDC}$  üçgeni ikizkenardır.
- $\widehat{DE} \perp \widehat{BC}$
- $\widehat{EDC} = 68^\circ$
- $\widehat{BDE} = 34^\circ$ ,  $\widehat{FDE} = 34^\circ$  (Açıortay),  $\widehat{AFC} = 56^\circ$

O zaman;

$\widehat{AFC}$  üçgeninden yola çıkarak  $x$  açısını bulabiliriz.

$$\begin{aligned} \widehat{AFC} &= 56^\circ \\ \widehat{FCA} &= 34^\circ \\ \widehat{CAF} &= x \end{aligned}$$

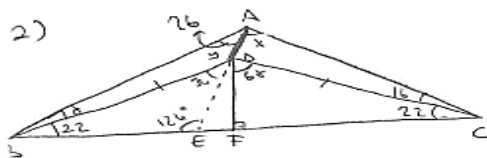
$180^\circ$  olmalıdır.

Bundan  $56 + 34 + x = 180^\circ$

$x = 86^\circ$  dir

Şekil 4.10. ÖA6'nın birinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu 1. çözüm yolu

2)



- $\widehat{BDC}$  üçgeni ikizkenardır.
- $\widehat{DE} \perp \widehat{BC}$  olduğundan  $\widehat{FDC} = 68^\circ$  dir.
- $\widehat{BDE} = 36^\circ$  dir. (Açıortay)
- $\widehat{BED} = 124^\circ$  dir.

$\widehat{BEA}$  üçgenine bakalım;

$$\begin{aligned} \widehat{BEA} &= 124^\circ \\ \widehat{EBA} &= 22^\circ \\ \widehat{BAE} &= y \end{aligned}$$

$180^\circ$  olmalıdır.

$y = 26^\circ$  olur.

$\widehat{BEA}$  üçgenine bakalım ya da  $\widehat{ABC}$  üçgenine.

$$\begin{aligned} \widehat{BAE} &= 26^\circ \\ \widehat{EAC} &= 38^\circ \\ \widehat{ABC} &= 26 + x \end{aligned}$$

$180^\circ$  olmalıdır.

$x = 86^\circ$  olur.

Şekil 4.11. ÖA6'nın birinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu 2. çözüm yolu

Şekil 4.10 ve Şekil 4.11 de görüldüğü gibi ÖA6 isimli katılımcının kağıt üzerinde yaptığı çözüm yollarının sonucunda cevabı yanlış bulmuştur.

*G: Peki GeoGebra’da çözümleri yaparken neler düşündün?*

*ÖA6: Aynı şeyi GeoGebra üzerinde yapmayı denedim. Ama GeoGebra daha sayısal, daha net sayıları daha net verdiği için (iii) çizdiğim açıortayın yanlış olduğunu gösterdi bana ve onu düzelterek aynı yolla ilk çözümüm öyle yaptım. İkinci çözümüm dıştan bir üçgen doksan derece tamamlayarak yaptım. Üçüncü çözümümde de sadece bir dik açı indirdim, ilk başta yaptığım gibi ve sonradan fark ettim ki açılar takip edebiliyorum, açılar takip ederek buldum üçüncü çözümümde de.*

*G: Peki GeoGebra’yla çözerken mi daha çok üretebiliyorsun kâğıtta çözerken mi?*

*ÖA6: (iii) GeoGebrayla daha çok ürettim. Çünkü kâğıttaki üç çözümümde tek çözüm sayabiliriz. Çünkü ben onun içindeki farklı üçgenleri kullandım. Çünkü aklıma gelmedi*

*G: Sebebi ne GeoGebrayla daha fazla çözüm yapmanın?*

*ÖA6: Sanırım o an ki bakış açım.*

*G: Yani GeoGebrayla daha çok üretebildiğin için mi yoksa anlık bir durum mu?*

*ÖA6: Anlık. Çünkü GeoGebra kullanırken ki düşüncelerim kâğıt üzerinde yaparken yoktu. Düşünmedim o an. Gelmedi aklıma.*

*G: düşünce yapımda ki değişiklikten dolayı diyorsun yani yoksa GeoGebra veya kâğıtla pek bir alakası yok gibi*

*ÖA6: (iii) GeoGebra’nın sayı netlikleri açısından şeyi var.*

*G: Daha olumlu mu?*

*ÖA6: İlk çözümümle karşılaştırsak yanlış çözdüm. İlkinde 86 bulmuştum. GeoGebra’da 82 buldum (şekil 4.12).*



Tablo 4.2. Öğretmen adaylarının ikinci soru için buldukları çözüm yolu sayıları

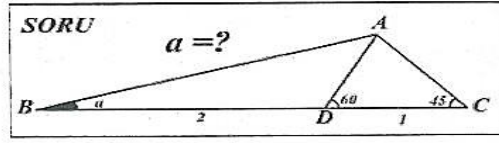
Öğretmen Adayı	Düzeyi	Kâğıt üzerinde	Geogebra
ÖA1	Yüksek	1	5
ÖA2	Yüksek	2	4
ÖA3	Orta	2	4
ÖA4	Orta	1	2
ÖA5	Düşük	1	6
ÖA6	Düşük	1	1
TOPLAM		8	22

İkinci haftaya bakıldığında öğretmen adaylarının 2. Soruya GeoGebra programını kullanarak oluşturdukları çözüm yollarının sayısının, kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yollarının sayısından fazla olduğu görülmektedir. Sadece ÖA6 isimli katılımcının çözüm yolu sayısında bir eşitlik söz konusudur. İkinci hafta ile ilgili öğretmen adaylarının çözüm yolu sayısındaki artışın sebebinin GeoGebra programını kullanmaya alışmaları ve daha çabuk işlemler yapabilmeleridir. Tablo 4.2'den de görüldüğü gibi öğretmen adaylarının 2. Soruda GeoGebra programını kullanarak oluşturmuş oldukları çözüm yollarının toplam sayısı, kağıt üzerinde oluşturmuş oldukları çözüm yollarının toplam sayısından fazladır. Bireysel olarak bakıldığında ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA4 ve ÖA5 isimli katılımcıların GeoGebra ile oluşturmuş oldukları çözüm yollarının sayısı fazla, ilk soruda olduğu gibi ÖA6 isimli katılımcının oluşturmuş olduğu çözüm yollarının sayısında ise eşitlik görülmektedir.

Yüksek düzey grubunda yer alan diğer bir katılımcı olan ÖA2 isimli katılımcının görüşlerine başvurulmuş ve şu şekilde cevaplar alınmıştır.

*G:Kağıtta çözüm yaparken neler düşündün bize anlatır mısın?*

*ÖA2: iki tane çözümüm var kağıtta. Birinci çözümüm yaparken. ABC üçgeninin BC kenarına bir dikme indirdim. DC'deki onu böldüm  $x$  (uu)  $1-x$  diye ordan çıktı zaten. İkinci çözümümde de (uu) AD'yi uzattım uzantı aldım be ABC'yi çevre olmak üzere bir çember çizdim. Sonra merkezden ve çevre açılardan çözdüm (Şekil 4.14).*



1. yol

ABD üçgeninde  
 $30^\circ \rightarrow x$   
 $60^\circ \rightarrow 1-x$

$x \sqrt{3} = 1-x$   
 $x \sqrt{3} + x = 1$   
 $x(\sqrt{3}+1) = 1$   
 $x = \frac{1}{1+\sqrt{3}}$

$|BD| = 2+x = 2 + \frac{1}{1+\sqrt{3}} = \frac{2+2\sqrt{3}+1}{1+\sqrt{3}}$

$|AD| = 1-x = 1 - \frac{1}{1+\sqrt{3}} = \frac{1+\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

$|BD| = |AD| + |DC|$  olduğundan  
 $\frac{2+2\sqrt{3}+1}{1+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} + 1$   
 $a = 15^\circ$

2. yol

m: merkez kabul edelim  
 $30 + 150 = 180^\circ$   
 $2a = 30^\circ$   
 $a = 15^\circ$

Şekil 4.14. ÖA2'nin ikinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu 1. ve 2. çözüm yolu

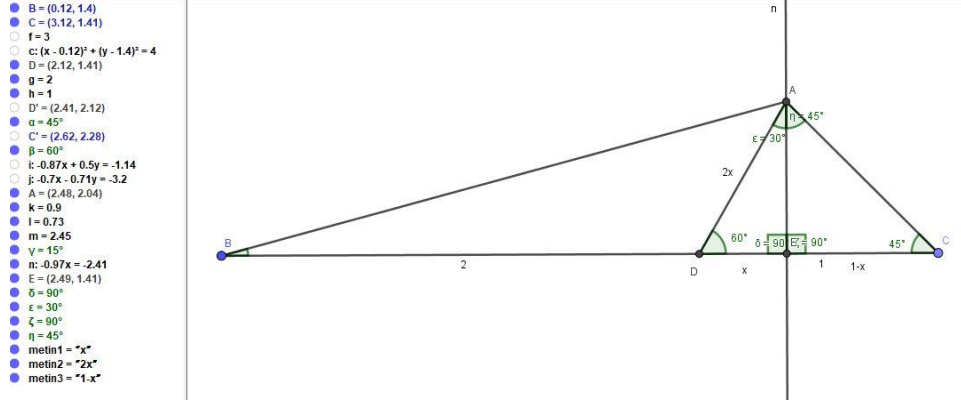
Daha sonra ÖA2 isimli katılımcıyla GeoGebra'da bulmuş olduğu çözüm yolları ile ilgili bilgi almak amacıyla görüşmeye devam edilmiştir.

G: Bu soruyu GeoGebra'da çözerken neler yaptın?

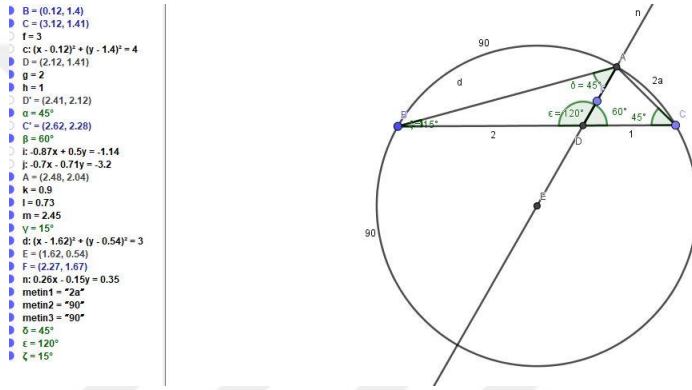
ÖA2: GeoGebra ile çözüm yaparken kağıttaki çözümlerimi yaptım ilkönce. Sonra 3. çözümde de AED ile FCD'yi benzer üçgenler bularak B'yi de 15 buldum. Açılırtay çizdim bide.

G: Peki bunu yaparken kağıttanı yapmak kolaydı GeoGebra'da mı yapmak kolaydı. Yani daha da açık olursak mesela merkezi belirlemek hangisinde daha kolay?

ÖA2: GeoGebra'dan ayarlamak daha kolay. Açılırtayları diklikleri çizmek tabii ki GeoGebra da daha kolaydı.



Şekil 4.15. ÖA2'nın ikinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu



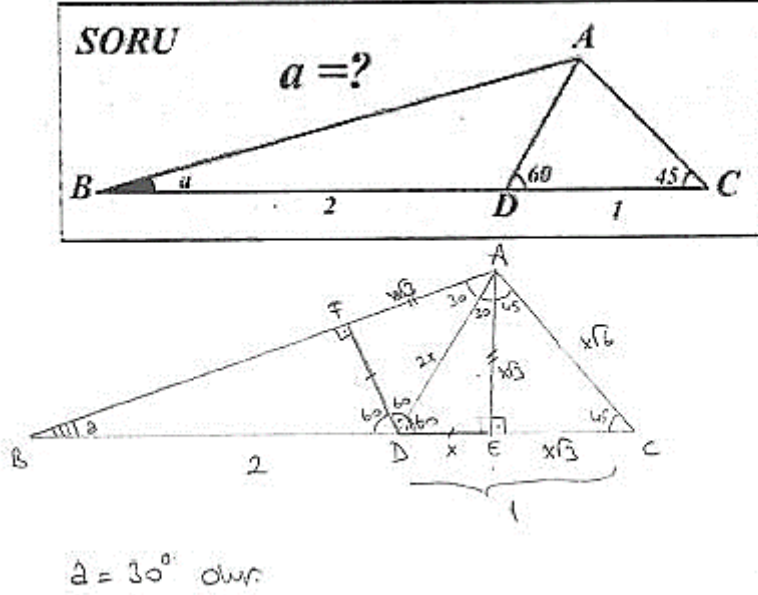
Şekil 4.16. ÖA2'nın ikinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu

ÖA2 isimli katılımcıyla yapılan görüşme neticesinde kağıtta yapmak istediklerini GeoGebra programındaki komutlarla daha kolay yapabildiği ve bu sayede çözüm yolu sayısında bir artış olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Şekil 4.14 deki ikinci çözüm yolunda öğretmen adayı üçgenin çevrel çemberini çizmiş ve bu çemberin merkezi ile üçgenin köşesini kolaylıkla birleştirerek çözüme ulaşmasında büyük bir adım atmıştır. Bu çözüm yolunun GeoGebra'daki komutlar sayesinde olduğunu ve yaptığı çizimlerin sonuçlarından emin olmasına yardımcı olduğundan bahsetmiştir.

ÖA6 isimli katılımcının ilk haftada olduğu gibi kağıttaki ve GeoGebra kullanarak bulduğu çözüm yolu sayısında bir eşitlik görülmektedir. Bununla ilgili kendisiyle yapılan görüşme şu şekildedir.

*G: Kağıttaki çözümünde neler yaptın neler düşündün?*

ÖA6: Kağıttaki çözümümde iki tane dik indirdim. İlk dik indirmemde 30-60-90 üçgeni ve 90-45-45 üçgenlerini gördüm. İkinci dik indirmemi biraz yanlış indirdiğim için orda bir deltoid olduğunu zannettim o yüzden ordan yola çıkarak bi(ü) açı takibi yaptım öylelikle A'yı buldum ama yanlış buldum (Şekil 4.17).



Şekil 4.17. ÖA6'nın ikinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu

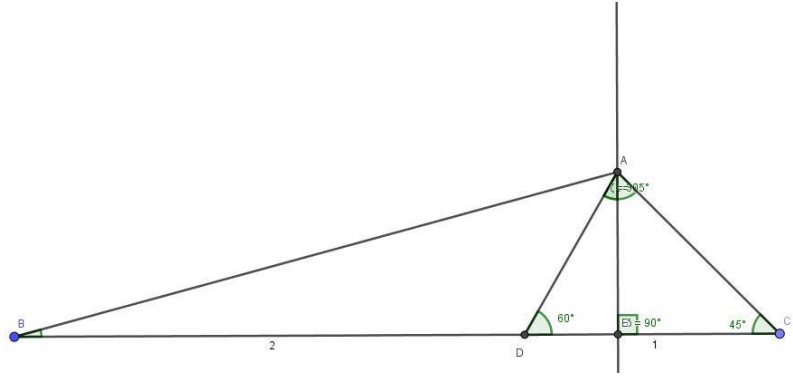
G: Peki GeoGebra 'da çözüm yaparken neler yaptın ve neler düşündün?

ÖA6: (ü) kağıtta yaptığım işlemin aynısını GeoGebra 'da yaptım; o zaman o çektiğim dikliğin benim diklik gibi değil de daha farklı bi şekilde olduğunu gördüm. O yüzden GeoGebra 'daki çözümüm tekrar yaptım, diğeri bi kenarda durdu bunu tekrar yaptım. Bu sefer paralel ve dik doğrular çizdim toplamda üç tane burdan yine 90 ve 45 'lerle açı takibi yaptım paralellikten dolayı iç ters z'den dolayı açıları ordan da A'yı buldum evet.

G: Peki çözüm sayında bir artış olmamasının sebebi nedir?

ÖA6: Kağıtta yaptığım çözüme takılı kalmamdan dolayı başka çözüm üretemedim.

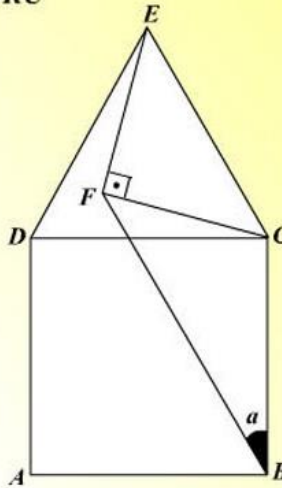
$C = (3.12, 1.41)$   
 $f = 3$   
 $c: (x - 0.12)^2 + (y - 1.4)^2 = 4$   
 $D = (2.12, 1.41)$   
 $g = 2$   
 $h = 1$   
 $D' = (2.41, 2.12)$   
 $a = 45^\circ$   
 $C' = (2.62, 2.28)$   
 $\beta = 60^\circ$   
 $i: -0.87x + 0.5y = -1.14$   
 $j: -0.7x - 0.71y = -3.2$   
 $A = (2.48, 2.04)$   
 $k = 0.9$   
 $l = 0.73$   
 $m = 2.45$   
 $v = 15^\circ$   
 $n: -0.97x = -2.41$   
 $\delta = 90^\circ$   
 $\epsilon = 75^\circ$   
 $E = (2.49, 1.41)$   
 $\zeta = 30^\circ$



Şekil 4.18. ÖA6'nın ikinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu

Şekil 4.16 da görüldüğü gibi ÖA6 isimli katılımcının kağıttaki yapmış olduğu karmaşık çözüm yolu GeoGebra sayesinde daha basit bir şekilde karşısına çıkmıştır. Yapılan görüşmeden de anlaşıldığı üzere kağıttaki çözüm yolunda bulduğu şeklin aslında bir deltoit olmadığını GeoGebra programı sayesinde anlamıştır. Böylelikle yapılan yanlış çizimlerin ve ulaşılabilecek yargıların kontrol edilmesi açısından GeoGebra başvurulabilecek kullanışlı ve güvenilir bir program olarak karşımıza çıkıyor.

**SORU**



$ABCD$  kare  
 $CDE$  eşkenar üçgen  
 $CEF$  ikizkenar dik üçgen  
 $m(\angle CBF) = a = ?$

Şekil 4.19. Öğretmen adaylarını çözmesi gereken üçüncü soru

Öğretmen adaylarının üçüncü soruyla ilgili buldukları çözüm yolları sayılarının karşılaştırılması Tablo 4.3'te verilmiştir.

Tablo 4.3. Üçüncü soru için buldukları çözüm yolu sayıları

Öğretmen Adayı	Düzeyi	Kâğıt üzerinde	Geogebra
ÖA1	Yüksek	0	8
ÖA2	Yüksek	2	6
ÖA3	Orta	2	5
ÖA4	Orta	0	4
ÖA5	Düşük	1	6
ÖA6	Düşük	1	2
TOPLAM		6	31

Üçüncü hafta katılımcıların ürettikleri çözüm yollarının sayısına bakıldığında GeoGebra kullanarak bulunan çözüm yollarının sayısının fazlalığı görülmektedir. Ayrıca bu haftada kağıtta çözüm bulmamalarına rağmen GeoGebra’da çözüm yapabilen katılımcılar da vardır. Bireysel anlamda ÖA1 ve ÖA4 isimli katılımcılar bu tanıma uymaktadır. Diğer katılımcılar kağıtta çözüm yapmışlar fakat GeoGebra kullanarak daha fazla çözüm yolu elde etmişlerdir. Kağıtta çözümleri olmamasına karşın GeoGebra ile çözüm yolu bulabilen ÖA1 ve ÖA4 isimli kullanıcılarla yapılan görüşme şu şekildedir.

*G: Bu haftaki soruyu için kağıtta çözüm yolu bulamamışsın neden?*

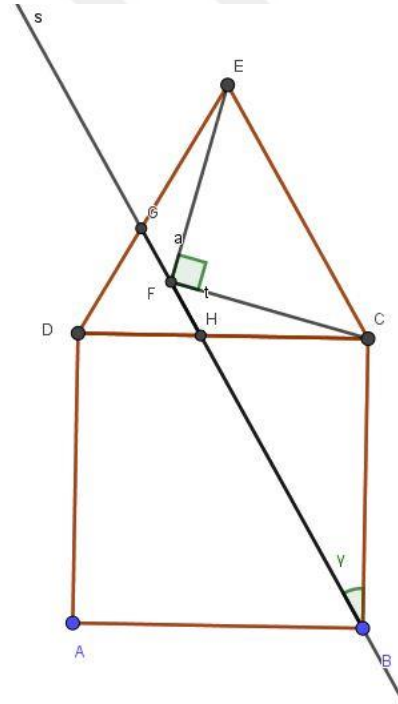
*ÖA1: Hocam kağıtta çözüm yapamadım çünkü hani fazla bi bilgi vardı, yani bilinen çok fazla şey olduğu için, birbirine karıştığı için çözüm yapamadım kağıtta.*

*G: GeoGebra’da çözüm yaparken neler düşündün ve neler yaptın?*

*ÖA1: İlk çözümümde mesela BH’ı uzattım, BH’ı uzattığımda şu (çektığı çizgiyi gösteriyor) FH’la FG’nin birbirine eşit olduğunu burdan da kenar-açı-kenar bağıntısından bu ikisi eşit olur o zaman buralarında aynı olup 45-45 bölündüğünü şu (şekilde üçgeni işaret ediyor) üçgeninde eşkenar üçgen olduğunu 60’muşsa buranında (istenilen açığı gösteriyor) 30 olduğunu buldum. İkinci (ii) çözümümde hocam B’den F’ye bi şey çizdim. DF’yi birleştirdim ordan DF ve FG nin kenarlarının ölçüsüne baktım. Baktığımızda ordan 30-60-90 üçgeni olduğunu gördüm. Ordan dolayı buranın 60 olduğunu bulunca (açığı gösteriyor). Diğer çözümümde hocam*

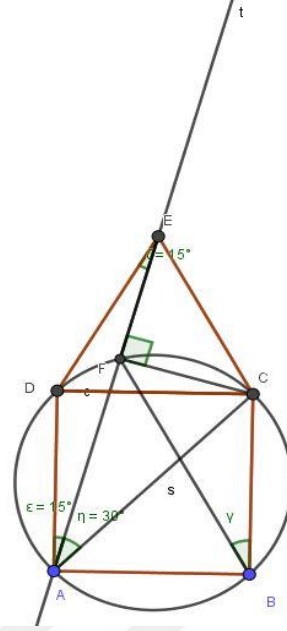
burda ne yaptım bi nevi şunu AD'yi uzattım ondan sonra BF'yi de uzattım BF'yi uzatınca hocam şimdi burası 60'mışsa(oluşan açığı gösteriyor) şu açı 90 olduğundan burası 30, burası 30 sa (düşünüyor) nasıl oldu? Bi dakika hocam bir önceki çözümden bulduğum 120'yi buldum ve burası 120 ise 120-30 ve diğer açıda 30 olur. Burda güzel yaptık. (diğer çözümden bahsediyor) Hocam burda ilk önce karenin etrafında bir çember oluşturduk burda çemberi oluşturduktan sonra A ile F'yi birleştirdim burdan zaten 15-15 ikizkenar üçgeni geldiğini biliyoruz(oluşan üçgeni gösteriyor)hocam bu açı 45'i böldüğü için bu açı 30 oluyor(kesenin arasında kalan açığı gösteriyor). Buranın yayı FC 30 görüyorsa burada(istenilen açı) aynı yayı gördüğü için 30 çıkar. Şimdi hocam burda FEC üçgeninden bir çember çizdim. (ii) ondan sonra BC'yi uzattım. BC'nin yani bi dakika hocam(düşünüyor)F (duraksıyor) şu noktayla şu noktadan (doğruyu çizdiği noktaları gösteriyor) şundan şunu çıkararak açığı buluyoduk ya hocam(çemberde oluşan dış açığı kastediyor) burayı gören 150 burasıda 90 oluyodu(yayları gösteriyor) 150'den 90'ı çıkartıp ikiye bölüncede 30 geliyo.

- A = (1.18, 1.4)
- B = (7.67, 1.28)
- f = 6.49
- çokgen1 = 42.12
- j = 6.49
- çokgen2 = 18.24
- $\alpha = 45^\circ$
- $\beta = 45^\circ$
- m:  $6.24x - 1.8y = 4.86$
- n:  $1.8x + 6.24y = 62.45$
- F = (3.38, 9.04)
- p = 4.59
- q = 4.59
- r = 8.87
- $\gamma = 30^\circ$
- $\delta = 90^\circ$
- s:  $-7.76x - 4.29y = -65.02$
- G = (2.72, 10.24)
- H = (4.04, 7.84)
- t = 1.37
- a = 1.37



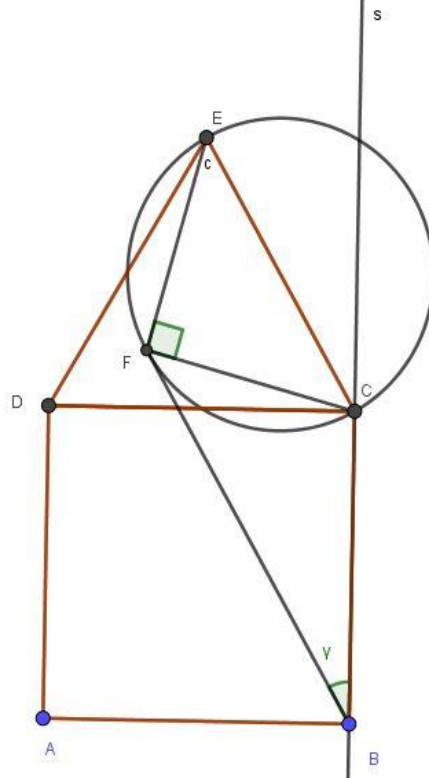
Şekil 4.20. ÖA1'in üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu

- A = (1.18, 1.4)
- B = (7.67, 1.28)
- f = 6.49
- çokgen1 = 42.12
- j = 6.49
- çokgen2 = 18.24
- $\alpha = 45^\circ$
- $\beta = 45^\circ$
- m:  $6.24x - 1.8y = 4.86$
- n:  $1.8x + 6.24y = 62.45$
- F = (3.38, 9.04)
- p = 4.59
- q = 4.59
- r = 8.87
- $\gamma = 30^\circ$
- $\delta = 90^\circ$
- c:  $(x - 4.49)^2 + (y - 4.59)^2 = 21.06$
- s = 9.18
- t:  $-7.64x + 2.2y = -5.95$
- $\epsilon = 15^\circ$
- $\zeta = 15^\circ$
- $\eta = 30^\circ$



Şekil 4.21. ÖA1'in üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu

- A = (1.18, 1.4)
- B = (7.67, 1.28)
- f = 6.49
- çokgen1 = 42.12
- j = 6.49
- çokgen2 = 18.24
- $\alpha = 45^\circ$
- $\beta = 45^\circ$
- m:  $6.24x - 1.8y = 4.86$
- n:  $1.8x + 6.24y = 62.45$
- F = (3.38, 9.04)
- p = 4.59
- q = 4.59
- r = 8.87
- $\gamma = 30^\circ$
- $\delta = 90^\circ$
- c:  $(x - 6.22)^2 + (y - 10.61)^2 = 10.5$
- s:  $-6.49x + 0.12y = -49.63$



Şekil 4.22. ÖA1'in üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 3. çözüm yolu

Şekil 4.20, Şekil 4.21 ve Şekil 4.22’de görüldüğü gibi ÖA1 isimli katılımcının kağıt üzerinde uygulayamadığı fakat GeoGebra’nın yardımıyla doğrular ve şekiller oluşturmanın daha kolay olduğu gözlenmiştir. ÖA1 isimli katılımcı ile yapılan görüşmeler sonucunda GeoGebra ile daha fazla seçenek üretebilmenin yanı sıra GeoGebra ile çözmenin daha eğlenceli olduğu görüşüne sahip olduğunu açıklamıştır. Yaptığı çizimlerin kağıt üzerindeki gibi uğraşmaya gerek kalmadan ve daha düzgün bir şekilde olduğundan bahsetmiştir. Bu yüzden GeoGebra ile çözmenin kendisine bir avantaj sağladığını düşünmektedir.

Tablo 4.3’te görüldüğü gibi kağıt üzerinde çözümü olmamasına rağmen GeoGebra ile dört çözüm bulan ÖA4 isimli katılımcıyla yapılan görüşme ise şu şekildedir.

*G: Sen de bu haftaki soruyu için kağıtta çözüm yolu bulamamışsın neden?*

*ÖA4: Hocam aslında kağıtta çözüm yapmak için bi H yani BF’yi uzattım aslında ilk başta BF’yi uzattığımda herhangi bir DE’de herhangi bir noktayı H olarak aldım. O H’ın yani BH’in EC’ye paralel olduğunu kesin olarak kanıtlayamadığım için kağıt üstünde hani işlemim doğru olacağından emin olamadığım için sildim kağıttaki çözümü. (görüşmeci sormadan GeoGebra ile yapıklarını anlatmaya başladı)Ama daha sonra GeoGebra’ya geçtiğim zaman GeoGebra’da çizdiğim o (iii)seçtiğim H noktasının yani BH doğrusunun EC’ye paralel olduğunu kesin olarak kanıtlayabildiğim için(GeoGebra’da gösteriyor) üçgen DHI’yla DEC’nin benzer üçgenler olduğunu buldum.*

*G:Evet.*

*ÖA4:Daha sonra açıları yerleştirdiğim zamanda (istenilen açı) açısını 30 derece buldum.*

*G:Diğer çözümünde neler düşündün?*

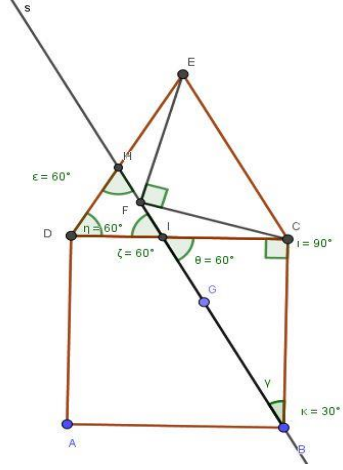
*ÖA4:Daha sonra bi tane CBF’ye açıortayçizdim hocam. Daha sonrada EC’yle CB’nin kenarlarının ölçülerinin eşit olduğunu bildiğim için de ve ECB açısında 150 olduğunu bildiğim için 15-15 bulabildim orları (şekil üstündegösteriyor) açıortay çizdiğim içinde y açısını ikiye bölmüş oldum bi taraf 15’se diğer tarafta 15 olacağını bulup 30 derece olduğunu buldum. Daha sonra(diğer çözümünden bahsediyor)*

karenin köşegenlerini kesiştirip köşegenlerin kesim noktası merkezli bir çember çizdim. Daha sonra bi şu (çizimdeki doğruyu işaret ediyor)  $DA$ 'yla  $DE$ 'nin kenar uzunluklarının eşit olduğunu bildiğim içinde  $DAE$  açısının  $15$  olduğunu buldum.  $DEA$  açısı  $15$  olduğu için  $DF$  yayı  $30$  derece olur diye düşündüm.  $DF$  yayını aynı zamanda  $DBF$  açısı da gördüğü için ve kenardan gördüğü içinde gene  $15$  derece olur diye düşündüm. Burası zaten (köşegeni gösteriyor) köşegen olduğu için  $45$  derece olacağından buraya da (istenilen açıyı gösteriyor)  $30$  derece kalır dedim ve  $y$ 'yi buldum. Daha sonra hocam (diğer çözümünü anlatmaya başladı) sinüs teoremini yazdık  $FEC$ 'nin  $45$  derece olduğunu  $ECF$ 'ninde  $45$  derece olduğunu bilip  $FCB$ 'nin  $105$  derece olduğunu biliyoduk. Açılardan dolayı da  $CFB$ 'ye  $75-y$  dedik. Zaten  $B$  açısının da  $y$  olduğunu biliyoduk. Daha sonra  $\sin(y)$ 'nin gördüğü kenar,  $\sin(y)$  bölü  $\sin(y)$ 'nin gördüğü kenar ve  $\sin(75-y)$  bölü onun gördüğü kenar yapıp oradan da  $30$  derece buldum.

G: GeoGebra sana çözümlerde nasıl bir kolaylık sağlıyor artık?

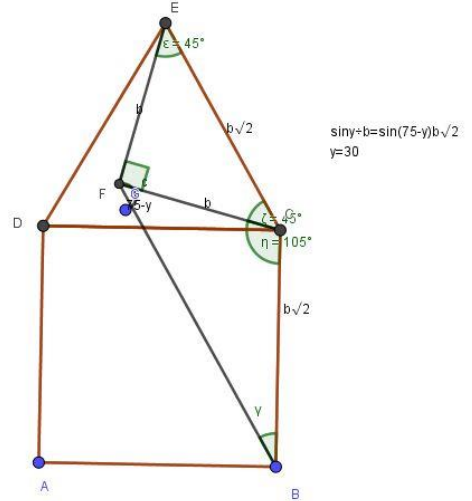
ÖA4: GeoGebra'da en azından hani mesela ilk başta paralel olduğunu garanti olduğunu bilmiyodum hani bu şekilde garanti olduğunu hani paralel olduğunu kesin olarak bildiğim için daha kolay bi çözüm sağlıyorum ve hani bi doğru çizmek istediğimde veya direk doğruyu uzatmak istediğimde paralel, dik çizmek istediğimde çember çizmek istediğimde hani çemberi kağıtta çizmek istediğimde mesela  $F$  merkezli (GeoGebra'daki çözümünden bahsediyor) bi çemberin karenin nerelerine geleceğini bilemiyorum ama GeoGebra'da direk nereye geldiğini bildiğim için daha kolay oluyor.

- A = (1.18, 1.4)
- B = (7.67, 1.28)
- f = 6.49
- çokgen1 = 42.12
- j = 6.49
- çokgen2 = 18.24
- α = 45°
- β = 45°
- m: 6.24x - 1.8y = 4.86
- n: 1.8x + 6.24y = 62.45
- F = (3.38, 9.04)
- p = 4.59
- q = 4.59
- r = 8.87
- v = 30°
- δ = 90°
- G = (5.28, 5.6)
- s: -5.68x - 3.14y = -47.6
- H = (2.72, 10.24)
- I = (4.04, 7.84)
- ε = 60°
- ζ = 60°
- η = 60°
- θ = 60°
- i = 90°
- κ = 30°



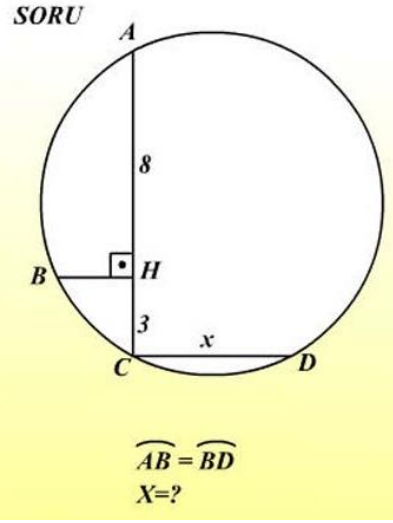
Şekil 4.23. ÖA4'ün üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu

- A = (1.18, 1.4)
- B = (7.67, 1.28)
- f = 6.49
- çokgen1 = 42.12
- j = 6.49
- çokgen2 = 18.24
- α = 45°
- β = 45°
- m: 6.24x - 1.8y = 4.86
- n: 1.8x + 6.24y = 62.45
- F = (3.38, 9.04)
- p = 4.59
- q = 4.59
- r = 8.87
- v = 30°
- δ = 90°
- ε = 45°
- ζ = 45°
- metin1 = "b"
- metin2 = "b"
- metin3 = "b/2"
- metin4 = "b/2"
- η = 105°
- θ = 45°
- G = (3.56, 8.33)
- c = 1.16
- metin5 = "75-y"
- metin6 = "siny÷b=sin(75-y)b/2"



Şekil 4.24. ÖA4'ün üçüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu

ÖA4 isimli katılımcıyla yapılan görüşmeden de görüldüğü üzere GeoGebra ile yaptığı çizimlerden emin olduğu için katılımcının oluşturduğu çözüm yollarının sayısında bir artış vardır. Katılımcı bu çizimleri kağıt üzerinde denese de doğruluğundan emin olamadığı için sonuca ulaşmakta zorluk çektiğini söylemiştir. Bu da göstermektedir ki geometri soru çözümünde GeoGebra programı ile yapılan çizimler öğrencinin doğruluğunu ispatlamadaki kaygısının önüne geçmiş olmaktadır.



Şekil 4.25. Öğretmen adaylarının çözmesi gereken dördüncü soru

Öğretmen adaylarının dördüncü soru için buldukları çözüm yollarının sayısının karşılaştırılması Tablo 4.4'te verilmiştir.

Tablo 4.4. Öğretmen adaylarının dördüncü soru için oluşturdukları çözüm yolu sayıları

Öğretmen Adayı	Düzei	Kâğıt üzerinde	Geogebra
ÖA1	Yüksek	0	1
ÖA2	Yüksek	1	1
ÖA3	Orta	1	1
ÖA4	Orta	1	1
ÖA5	Düşük	1	1
ÖA6	Düşük	1	2
TOPLAM		5	7

Dördüncü haftadaki sorunun çözüm sayılarına baktığımızda kağıt üzerindeki toplam çözüm sayısı ile GeoGebra'daki toplam çözüm sayısı arasında çok az bir fark görülmektedir. Bireysel olarak bakıldığında ÖA1 isimli katılımcı kağıtta çözüm bulamamış ve GeoGebra'da bir çözüm yolu bulmuştur. ÖA2, ÖA3, ÖA4, ÖA5 isimli katılımcıların kağıttaki ve GeoGebra'daki çözüm sayılarında bir eşitlik, ÖA6 isimli katılımcının GeoGebra'daki çözüm sayısında bir fazlalık görülmektedir. Katılımcıların her grubundan birer kişi ile yapılan görüşmeler aşağıda sunulmuştur.

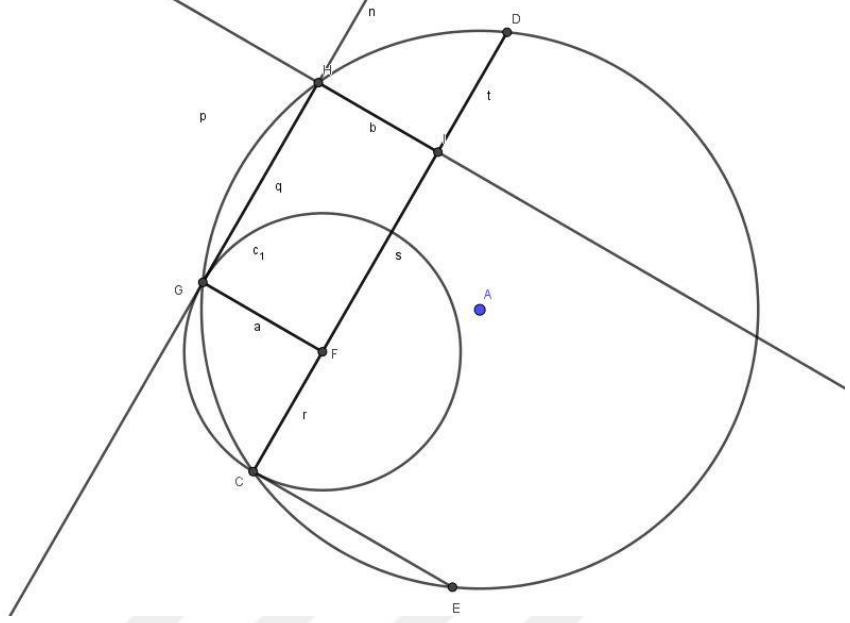
*G: Bu hafta da kâğıtta çözüm bulamamışsın neden?*

*ÖA1: Hocam kağıtta hiç bi şey yapamadım. Neden yapamadım (gülümsüyor). Bazen denedim de hani eşkenar üçgeni falan buldum bazı açılar buldum eşit olduğunu ama ondan sonra sadece açı üzerinde gidince sorunun çözümünü bulamadım.*

*G: GeoGebra'da çözüm yapmışsın burada neler yaptın?*

*ÖA1: Hocam GeoGebra'da çözüm yaptım nasıl yaptım. İlk önce ben CD'ye paralel çizdim, (çizimini gösteriyor) böyle G noktasından geçecek şekilde. Çizdiğim paralelin daireyi kestiği yerden bide D'ye çizdim zaten GFD açısının dik olduğunu biliyoruz burasının da dik olduğunu gördük burdan birleştirdiğimiz açı ile bunlar (şekil üzerinde uzunlukları gösteriyor) birbirine eşit olduğunu gördük zaten. Buranın üç olduğunu bildiğim için burdan (şekildeki G noktasını göstererek) bir daire çizdim baktım ki GF de birbirine eşitmiş GF ile FC birbirine eşit olduğu için burası üç olur (oluşan doğru parçalarını gösteriyor) burası üç ise burası da üç. Buranın zaten paralellikten dolayı ve aynı kestikleri için buranın (yine doğru parçalarını gösteriyor) beş buranın da beş olduğunu olduğunu gördüm. Ondan sonra (ii) (düşünüyor) beş (iii) nerden çıkardım. Heh! Hocam yaylardan mesela buraya (yayı gösteriyor) a dediğimizde buranın da a, mesela buranın ab ise bura b oluyor. (yayları gösteriyor) Bura ab ise bura da b oluyor. O zaman ikisini gördüğü yaylar eşitse buranın da beş olduğunu görüyoruz.*

- A = (4.24, 0.54)
- Çember(A, sqrt(73 / 2))
- d:  $(x - 4.24)^2 + (y - 0.54)^2 = 6.25$
- B = (2.08, 1.79)
- f = 2.5
- g:  $2.16x - 1.25y = 2.25$
- C = (-0.68, -2.97)
- D = (4.83, 6.55)
- uzaklıkCD = 11
- h = 11
- k:  $(x + 0.68)^2 + (y + 2.97)^2 = 25$
- E = (3.65, -5.47)
- i = 5
- e:  $(x + 0.68)^2 + (y + 2.97)^2 = 9$
- F = (0.82, -0.37)
- j:  $-5.51x - 9.52y = -1.01$
- G = (-1.77, 1.13)
- l = 3
- m = 5
- n:  $-9.52x + 5.51y = 23.11$
- H = (0.73, 5.46)
- p:  $1.5x + 2.6y = 15.28$
- l = (3.33, 3.96)
- q = 5
- r = 3
- s = 5
- t = 3
- c<sub>1</sub>:  $(x - 0.82)^2 + (y + 0.37)^2 = 9$
- a = 3
- b = 3



Şekil 4.26. ÖA1'in dördüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu

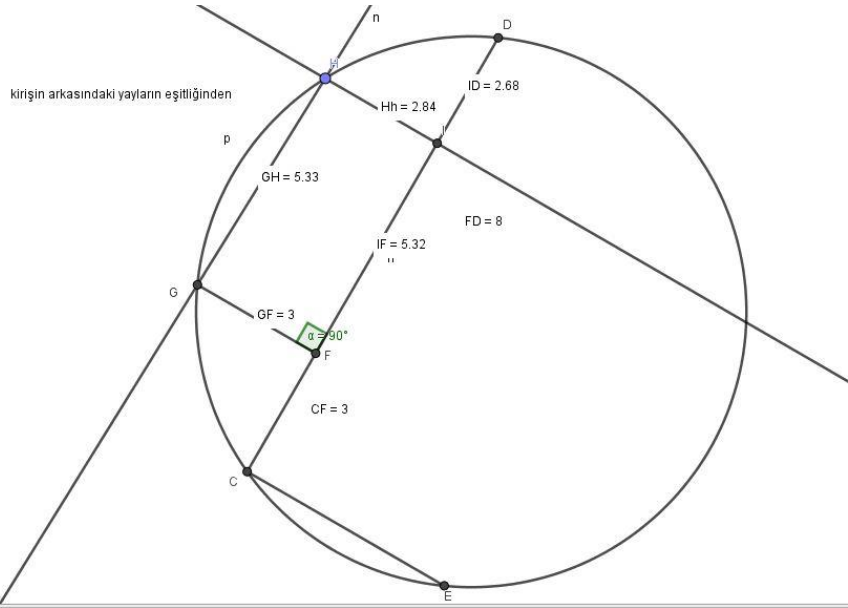
Kağıt üzerindeki çözüm sayısı ile GeoGebra'daki çözüm sayısında eşitlik olan ÖA4 isimli katılımcıyla yapılan görüşme de şu şekildedir.

*G: Kağıt üzerindeki çözümünde neler yaptın bahsedebilir misin?*

*ÖA4: Kağıttaki çözümümde BH'ya bir paralel çizdim. Daha sonra o paralele AH doğrusunun bir paralelini çizerek bir dikdörtgen oluşturdum orda. Sonra paralel oluşturduğumda (iii) burada CH'in üçte AH'da bir F noktası oluşturduk diyelim. AF üç dedim FH beş dedim. FH beşse BH'nın yansıması olan FQ doğrusundan QB de o zaman beş olur dedim. eğer QF beşse arkasında gördüğümüz yay beş olur dedim CD'nin arkasında ki yayda beş olur dedim. Kirişlerin arkasında kalan yaylar eşit olduğu içinde kirişlerde eşit olur deyipte x'e beş dedim.*



- A = (4.24, 0.54)
- Çember(A, sqrt(73 / 2))
- d:  $(x - 4.24)^2 + (y - 0.54)^2 = 6.25$
- B = (2.08, 1.79)
- f = 2.5
- g:  $2.16x - 1.25y = 2.25$
- C = (-0.68, -2.97)
- D = (4.83, 6.55)
- uzaklıkCD = 11
- h = 11
- k:  $(x + 0.68)^2 + (y + 2.97)^2 = 2$
- E = (3.65, -5.47)
- i = 5
- e:  $(x + 0.68)^2 + (y + 2.97)^2 = 9$
- F = (0.82, -0.37)
- j:  $-5.51x - 9.52y = -1.01$
- G = (-1.77, 1.13)
- l = 3
- m = 5
- H = (1.03, 5.66)
- n:  $-4.53x + 2.81y = 11.2$
- $\alpha = 90^\circ$
- uzaklıkCF = 3
- MetinCF = "CF = 3"
- uzaklıkFD = 8
- MetinFD = "FD = 8"
- p:  $-5.51x - 9.52y = -59.57$
- uzaklıkHh = 2.84
- MetinHh = "Hh = 2.84"
- uzaklıkGF = 3
- MetinGF = "GF = 3"
- I = (3.49, 4.24)
- uzaklıkID = 2.68
- MetinID = "ID = 2.68"
- uzaklıkIF = 5.32
- MetinIF = "IF = 5.32"
- uzaklıkGH = 5.33
- MetinGH = "GH = 5.33"



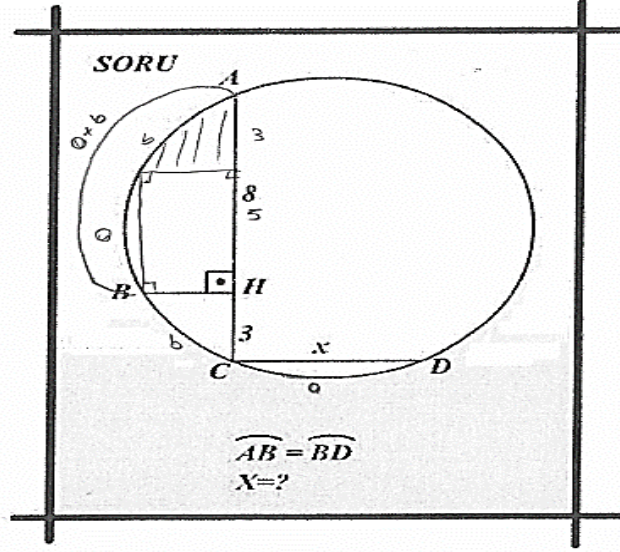
Şekil 4.28. ÖA4'ün dördüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu çözüm yolu

ÖA4 isimli katılımcı dördüncü soruya eşit sayıda çözüm bulmuştur. Fakat birinci çözümünde ki yaptığı şeylerin kesinliğine GeoGebra programını kullanarak yaptığı çözüm sayesinde ulaşmıştır. Dolayısıyla GeoGebra ile yapılan çözümler katılımcı açısından daha güvenilirdir. Çünkü kağıt üzerinde yaptığı çizimlerin kesinliğini kanıtlayamadığını düşünmektedir.

Kağıt üzerinde ki çözümünden fazla çözüm bulan ÖA6 isimli katılımcıyla yapılan görüşme ise şu şekildedir.

*G: Kağıt üzerinde çözüm yaparken neler düşündün ve neler yaptın bahseder misin?*

*ÖA6: Kağıt üzerinde çözüm yaparken BH'a ve AC'ye paraleller çizerek bir dikdörtgen oluşturdum ilk önce. Sonra yayların eşitliğinden x'i beş buldum.*

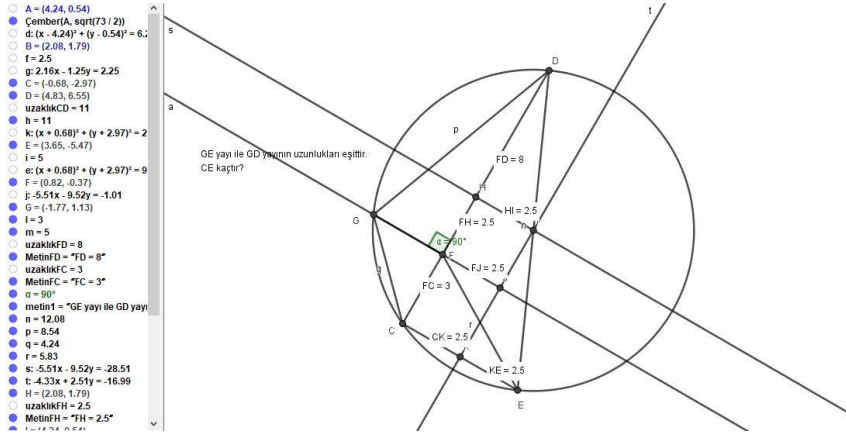


a yayının kısıfı 5  
 a yayının kısıfı x  
 Yaylar eşitse kısıflarda eşittir  
 $x = 5$

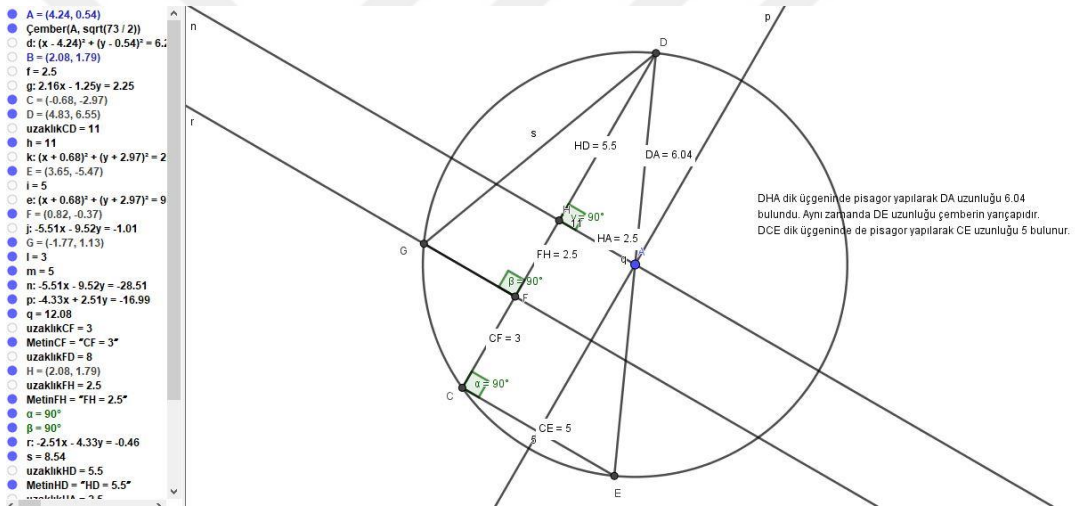
Şekil 4.29. ÖA6'nın dördüncü soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu

G: peki GeoGebra ile çözüm yaparken neler düşündün ve yaptın?

ÖA6: DC uzunluğuna orta dikme çizdim. Bide KE yayına orta dikme çizdim. Çemberin merkezini buldum. Kesiştikleri noktadan merkezini buldum daha sonra CD'nin tamamının on bir olduğu bize verilmiş. Onun orta dikmesini çizdiğim için on bir bölü iki, on bir bölü iki olarak ayrılıyo o yüzden FH uzunluğu iki buçuk oluyo. Aynı şekilde GF ile HN birbirine paralel oldukları için onu uzattık ve orda bi kare oluştu. İki buçuk, iki buçuk geliyor. Aşağıya doğru indiğimizde orasıda iki buçuk oluyo ve oda orta dikmesi olduğu için iki buçuk, iki buçuk GE'yi beş buluyoruz. Bi tane daha çözümüm var onda da Pisagor kullandım. Yine iki buçuktan devam edeyim. O kareden( oluşturduğu kareyi gösteriyor) yukarı çıkıp orda bi DFA üçgeni, dik üçgeni var. Orda Pisagor yapıp DA'yı 6,4 bulduk ve bu ayrıca yarıçapımız. Daha sonra büyük üçgende de Pisagor yapıp CE'yi beş bulduk(Şekil 4.30, Şekil 4.31).

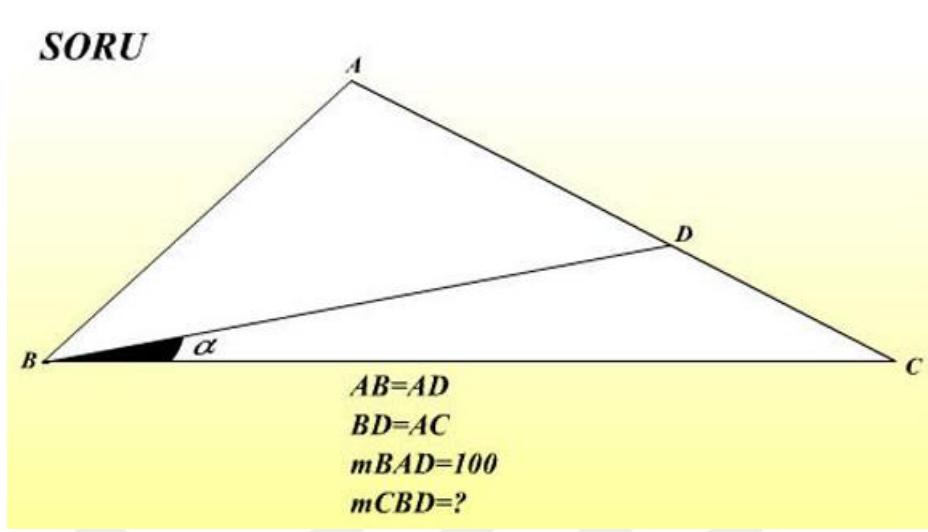


Şekil 4.30. ÖA6'nın dördüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu



Şekil 4.31. ÖA6'nın dördüncü soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu

Soru 5



Şekil 4.32. Öğretmen adaylarını çözmesi gereken beşinci soru

Öğretmen adaylarının beşinci soru için buldukları çözüm yolları sayılarının karşılaştırılması Tablo 4.5’te verilmiştir.

Tablo 4.5. Öğretmen adaylarının beşinci soru için buldukları çözüm yolu sayıları

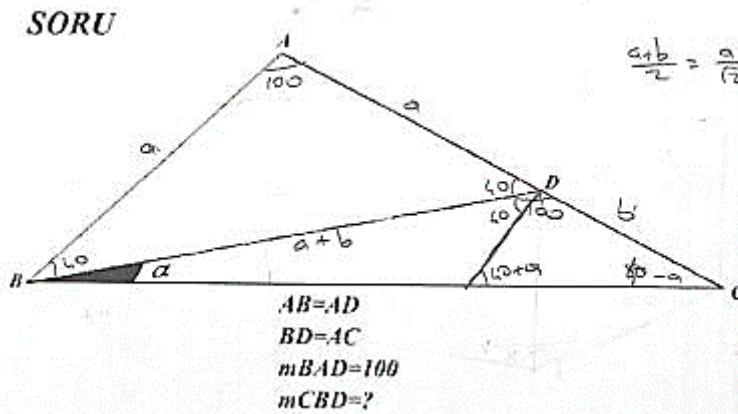
Öğretmen Adayı	Düzeyi	Kâğıt üzerinde	Geogebra
ÖA1	Yüksek	1	8
ÖA2	Yüksek	0	2
ÖA3	Orta	0	2
ÖA4	Orta	1	4
ÖA5	Düşük	1	4
ÖA6	Düşük	1	3
TOPLAM		4	23

Son haftaya bakıldığında öğretmen adaylarının kağıt üzerinde çözüm yolu bulmakta zorlandıklarını fakat GeoGebra ile en az iki farklı çözüm yolu buldukları görülmektedir. Dolayısıyla kağıt üzerindeki çözümlerinin toplam sayısı dörtte kalırken bu sayı GeoGebra’da yirmi üçe kadar yükselmiştir. Bireysel anlamda bakıldığında ÖA2 ve ÖA3 isimli katılımcılar kağıt üzerinde çözüm bulamamışken her aday

GeoGebra’da daha fazla çözüm yolu bulmuştur. Her düzeyden katılımcılarla yapılan görüşmeler şu şekildedir.

G: Kağıtta çözüm yaparken neler düşündün?

ÖA1:Hocam kağıtta çözüm yaparken sinüs teoremini kullandım ve buna göre açığı buldum. Daha fazla bi şey yapamadım aklıma gelmedi. Uğraştım ama olmadı (Şekil 4.33).



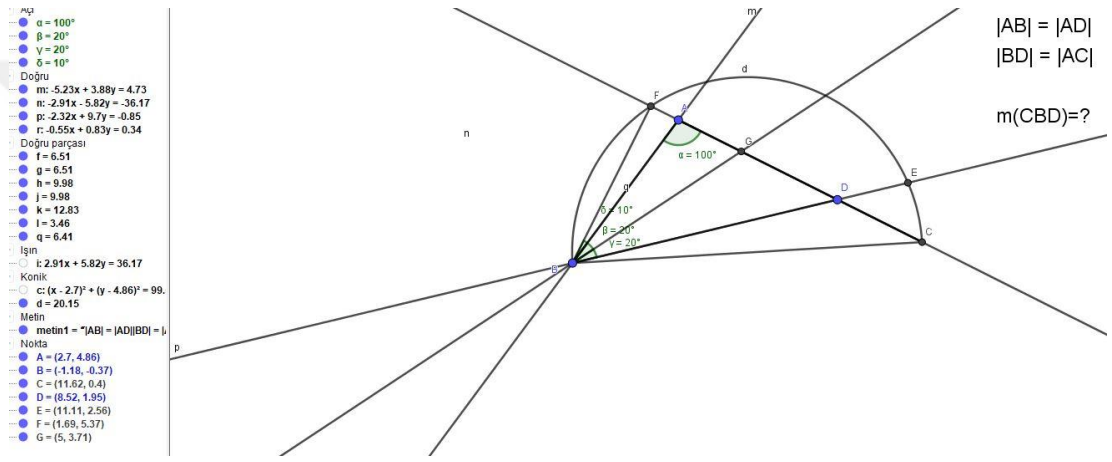
Şekil 4.33. ÖA1’in beşinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu

G: Peki GeoGebra’da çok fazla çözüm yapmışsın . Bunları yaparken neler düşündün ve neler yaptın?

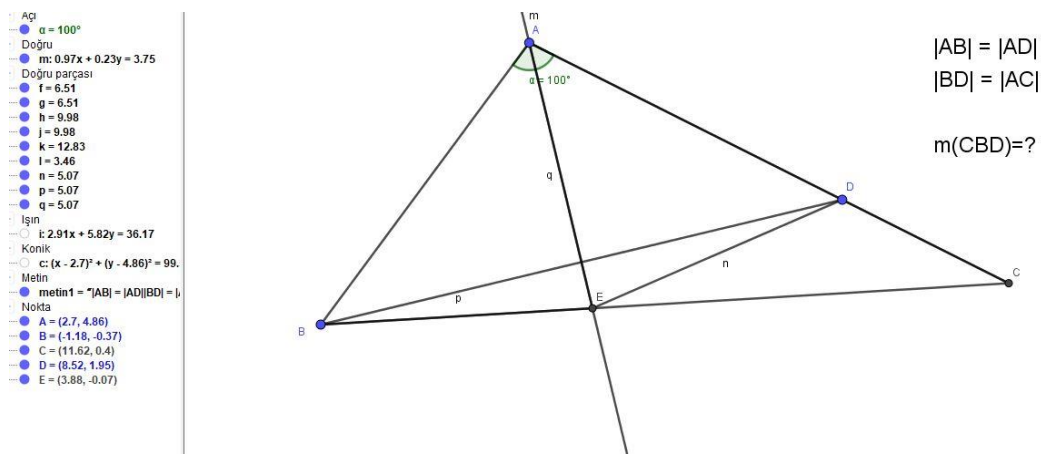
ÖA1:BD çap olacak şekilde bi çember, bi yarım çember çizdim. Ondan sonra bu şey yaptık, bu BA’yı uzattım, ondan sonra BD’yi uzattım, ondan sonra (uu) BAD’ye bir ABC’ye bir açıortay çizdim. Ondan sonra açıortayın burdan 20 olduğunu , 20-20 paylaştığının gördüm zaten, sonra hocam burda eğer şurası(düşünüyor) şimdi ne yaptık. Hıh! Ondan sonra dedim ki FBC’ye de bir açıortay çizdim, üstünden geçtiğini gördüm. O zaman buranın (açıyı gösteriyor) 10 olduğunu bulduk zaten. Hani ne dedik (düşünüyor) nasıl bulmuştuk? Bi dakika hocam. Tamam diğer doğrunun da açıortay olduğunu görüyoruz ve burdan 10 kaldığını görüyoruz. Ondan sonra diğer çözümde(duraksıyor ve düşünüyor) bu çözümde şey yaptım hocam ben ilk önce A’dan bir açıortay indirdim. Açıortay hem zaten dik iniyor burdan BC’yi kestiği noktaya E noktası dedim. E noktasında da D’ye bir doğru parçası çizdim. Ondan sonra hocam burda n’nin yani ED’nin ondan sonra BE’nin ve AE’nin birbirine eşit olduğunu

gördük. Bu AE ile BE birbirine eşitse bura (açıyı gösteriyor) 50 kalıyo zaten açılıştan dolayı. Burası 50 ise 10 kalıyo. Ondan sonra diğer çözümümde hocam bi eşkenar üçgen çizdim ben BC bir kenarı olacak şekilde. Ondan sonra çizdiğimizde hocam şey ben ABD'ye bir açılıştan çizdim. 20-20 paylaştırdı zaten bunu. B'deki açıyı. Ondan sonra EBC'den de bi açılıştan çizdim. İkisinde üzerinden geçtiğini gördüm. O zaman bura 20 ise zaten eşkenar üçgen olduğu için buraya 10 kalıyo. O zaman burasıda(istenilen açıyı gösteriyor) 10 oluyo.(diğer çözümü anlatıyo) Burda hocam bi daire çizdim ben. B,A,D den geçecek şekilde. Ondan sonra bu dairenin çapının neresi olduğunu bilmediğim için BE'den bir yarım daire çizdim. BE'nin burdan çap olduğunu gördük. Hocam o zaman buranın çapı BE ise biz burdan açıyı yazdık bura 40'sa(açıyı gösteriyor) gördüğü yay 80 o zaman B'den D'ye kadar olan yayın uzunluğu 160'sa D'den E'ye kadar olan yayın uzunluğu 20.bura 20 ise o zaman DBE açısı 10 oluyo. (bir sonraki çözümü anlatıyor)hocam burda ben bir kenarı AB olacak şekilde bir eşkenar üçgen çizdim. Çizdiğimiz eşkenar üçgende bide şey yaptım. BAD'den dik inecek şekilde BC'ye bir dikme çizdim. Buranın dik olduğunu gördüm. Bura dikse buranın zaten 100 olduğunu biliyoruz. BGA açısı 100'se BGF açısı 80 oluyo. Burasıda 90 olduğu için geriye de 10 kalıyo hocam. Hocam yine bu çözümde de bi eşkenar çizdim. AB'ye eşit olacak şekilde bi eşkenar çizdim. Ondan sonra da BDE'yi açılıştan olacak şekilde böyle bi açılıştan çizdiğimizde(şekil üzerindeki çizimi gösteriyor) buranın 40 buranın 20 olduğunu (ayrılan açıları gösteriyor) olduğunu biliyoduk zaten, o zaman DBE'nin açılıştan 10-10 paylaştıracığı için BC'nin de açılıştan olduğunu görmüş olduk. (diğer çözümü anlatıyor) Burda hocam bir kenarı DC olan bir eşkenar üçgen çizdim. Ondan sonra DCE'nin açılıştan çizdim. Açılıştan buranın 30-30 paylaştığını gördüm. Bura 30'sa şura 140'tı zaten(açıyı gösteriyor) o zaman buraya(istenilen açı) 10 kalıyo.(diğer çözümü anlatıyor) Hocam burda gene AD kenarlı bir eşkenar üçgen çizdim. Dış tarafa doğru. B'den E'yi birleştirdim burda ikizkenar oluştu zaten AE ile AB. Burda 10-10 paylaştılar zaten. Ondan sonra hocam bu AB'den E'ye çizdiğim doğru parçasıyla B'den C'ye çizdiğim doğru parçası birbirine eşit çıktı. Ondan sonra burdan C'den E'ye bir doğru parçası daha çizdim. Burdan bura 10 du.(açıyı gösteriyor) şuraya kalan 50'ydı. Ondan sonra nerden(duraksıyor) hıh! Şurdan hocam GC ile CE'de birbirine eşit oluyo. Eşitlikten o zaman bura 10'sa şurası 60'mıştı, 70 ediyö zaten. Şurasıda(açıyı gösteriyor) 110 du, buraya 70 kalıyo. Bura 70'se buranında 70 olması lazım. O zaman 140 yapıyo toplamı.

Biz şurdan çizdiğimizde, şuranın 10'u gittiği için şuraya(açıortayın kalan kısmını gösteriyor) 30 kalmıştı,o zaman bizden istenilen açığa 10 kalır.(son çözümünü anlatıyor) Burda hocam gene bi eşkenar üçgen, BC kenarlı bir eşkenar üçgen çizdim. Burda çizdiğim eşkenar üçgenin açıortayını çizdik hocam. O zaman zaten hani 30-30 paylaştığını biliyoruz. O zaman bura 30'sa şuranın zaten 20 olduğunu biliyoduk. Açıortay olduğu için. O zaman şuraya da 10 kalıyor dedik (Şekil 4.34, Şekil 4.35 ve Şekil 4.36).

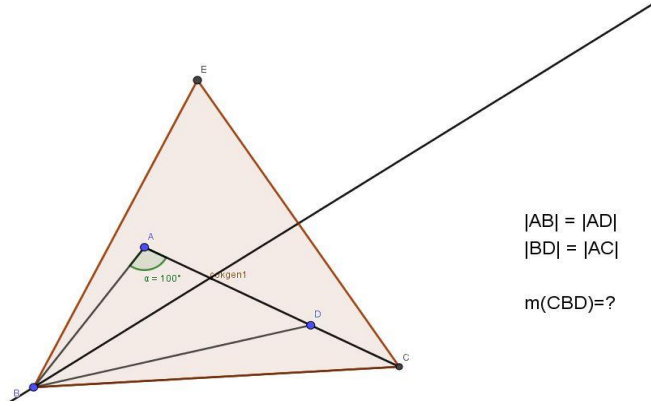


Şekil 4.34. ÖA1'in beşinci soru ile ilgili geogebraortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu



Şekil 4.35. ÖA1'in beşinci soru ile ilgili geogebraortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu

Açı  $\alpha = 100^\circ$   
 Doğru  $q: -0.55x + 0.83y = 0.34$   
 $r: -0.55x + 0.83y = 0.34$   
 Doğru parçası  $f = 6.51$   
 $g = 6.51$   
 $h = 9.98$   
 $i = 9.98$   
 $k = 12.83$   
 $l = 3.46$   
 $m = 12.83$   
 İşim  $c: 2.91x + 5.82y = 36.17$   
 Konik  $c: (x - 2.7)^2 + (y - 4.86)^2 = 99$   
 Metin  $\text{metin1} = "|\text{AB}| = |\text{AD}|"$   
 Nokta  $A = (2.7, 4.86)$   
 $B = (-1.18, -0.37)$   
 $C = (11.52, 0.4)$   
 $D = (8.52, 1.95)$   
 Çokgen  $\text{çokgen1} = 71.23$



$|\text{AB}| = |\text{AD}|$   
 $|\text{BD}| = |\text{AC}|$   
 $m(\text{CBD})=?$

Şekil 4.36. ÖA1'in beşinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 3. çözüm yolu

Yukarıda görüşmede de ortaya çıkan durumda ÖA1 isimli katılımcının bu soruya GeoGebrada daha rahat çizimler yaparak çözüm sayısının fazla olmasını sağlamıştır. Aslında yaptığı çözümlerde ortak olarak eşkenar üçgen çizmiştir. Fakat eşkenar üçgenlerin yerlerini değiştirerek çözümde çeşitliliğe ulaşmıştır. Bu çizimleri kağıt üzerinde yapamamasında kaynaklı olarak ta çözüm sayısında düşüklük olmaktadır. GeoGebra programındaki komutlar sayesinde ÖA1 isimli katılımcının çözümlere ulaşmadaki yolu basitleştirdiğini görmekteyiz.

Kağıtta çözümü olmamasına rağmen GeoGebra programı yardımıyla çözüm yapabilen ÖA3 isimli görüşmede ise şunlar kaydedilmiştir.

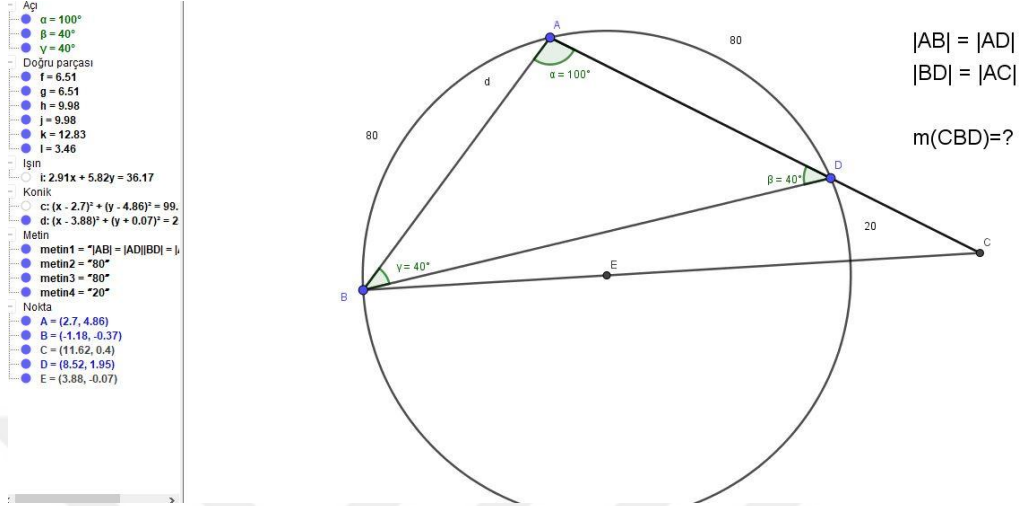
G: Kağıtta çözüm yok neden?

ÖA3: Kağıtta çözüm yolu bulamadım bu hafta. Uğraştım ama aklıma gelmedi sanırım soru zordu.

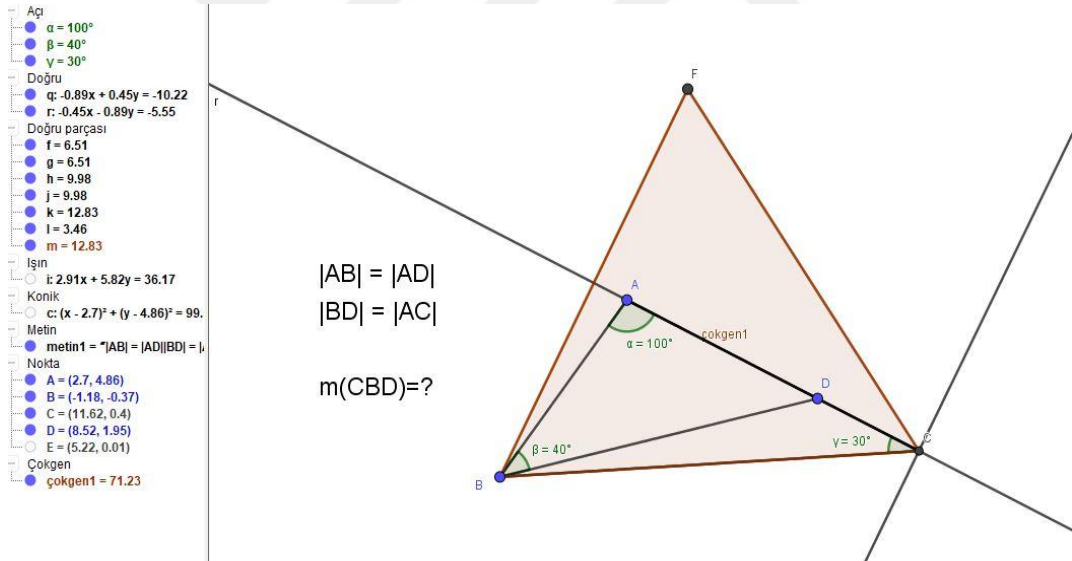
G: Peki GeoGebra yardımıyla bulduğun çözümleri anlatır mısın ?

ÖA3: GeoGebra'da ABD üçgeninden geçen bir çember çizdim. Sonra bu çemberin merkezini buldum. Ondan sonra buraları şey yaptım. (düşünüyorum) B açısı 40 olduğu için onu gören çevre yay 80, ondan sonra AB'yi gören yay 80. Burada şey olduğu için yarım çember olduğu için 180 olacak ve buraya 20 kaldı (küçük yayı gösteriyor). O yüzden de bu CBD açısı 10 olur. İkinci bir çözümlüm daha var. Şimdi BC'yi kenar kabul edip bir eşkenar üçgen çizdim. Sonra bu eşkenar üçgenin C noktasından bir açıortay çizdim. Yani bu FCB açısı 60 oldu. Açıortayda bunu ikiye

böler, burası 30 olur. 30 , 100 daha 130, 140 geriye direk 10 kalıyor (Şekil 4.37 ve Şekil 4.38).



Şekil 4.37. ÖA3'ün beşinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 1. çözüm yolu



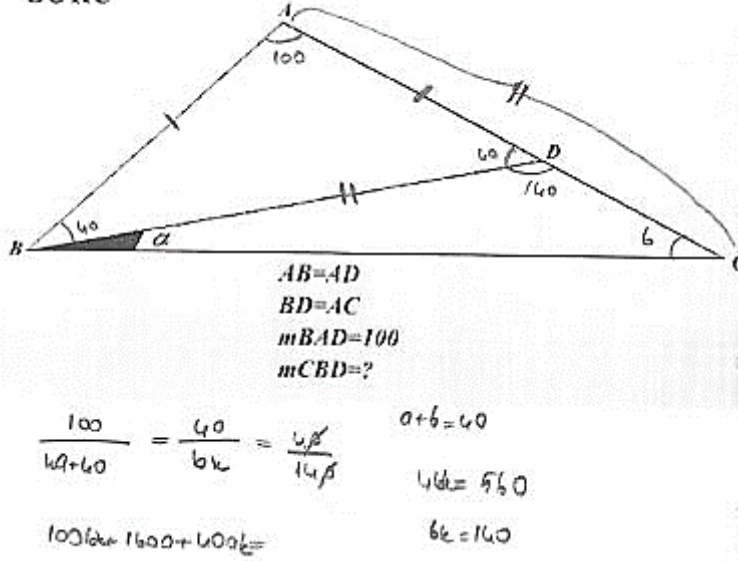
Şekil 4.38. ÖA3'ün beşinci soru ile ilgili geogebra ortamında oluşturduğu 2. çözüm yolu

Son olarak ÖA6 isimli katılımcıyla yapılan görüşme şu şekilde kaydedilmiştir.

G: Kağıtta çözüm yaparken neler düşündün?

ÖA6: Kağıtta çözüm yaparken açılarla kenarlar arasında bir bağlantı kurmaya çalıştım ama bi talihsizlik oldu ve sorunun cevabını yanlış buldum. Bunu GeoGebra ile çözdüğümde anladım.

### SORU



Şekil 4.39. ÖA6'nın beşinci soru ile ilgili kağıtta oluşturduğu çözüm yolu

ÖA6 isimli katılımcı kağıtta soruyla uğraşmış fakat sonuca ulaşamamıştır (Şekil 4.39). GeoGebra'da çözüm bulurken neler yaptığına dair görüşmeye devam edilmiştir.

G: GeoGebra'da çözüm yaparken neler düşündün bahsedebilir misin?

ÖA6: öncelikle bi tane çember çizdim. AB ve C kenarlarını içine alacak şekilde. İlk önce orta dikmeler çizerek merkezi buldum. Daha sonra ABD üçgenindeki ikizkenarlıktan dolayı B açısının gördüğü yay 80 derece iki katı olduğu için, merkezde 80 derece olarak (uu) karşılık buldu. Daha sonra çapın (uu) dörde böldüm çemberi 80'i, 90'a tamamladım. Ordan da 10-10 merkezden yayı göreceğim bi 20 derecelik açı buldum. Aynı şekilde yaylara 20 derece dedim. Bunu karşısında da 20 derecelik bi yer var daha sonra bunu tamamladığımızda şurası 60 geliyor. AB ve F üçgeni eşkenar üçgen. Ordanda aradığımız CBD'yi 10 olarak buluyoruz. Diğer çözümlerim daha basit. Diğer çözümlerimde ABD noktalarından geçen bi çember çizdik, merkezi bulduk. Merkezle A noktasını birleştirdik. BD, AF'ye dik aynı zamanda. Aynı şekilde eşkenar üçgen dolayı 40 derecenin gördüğü yay merkezdeki 80 derecenin gördüğü yay eşit. Şurası dik olduğu için bu diklik burda da geçerli. BFE üçgeninde 80-90 burayada (istenilen açıyı gösteriyor) 10 kaldı (Şekil 4.40).



çözüm yollarında düzeyi yüksek çıkan adayların kağıt üzerindeki çözüm sayılarının az olduğu görülmüştür. Yüksek düzeyde geometri bilgisine sahip olan adayların GeoGebra kullanarak çok daha fazla çözüm yolu ürettikleri görülmüştür.

Düşük seviyedeki adayların ise orta düzeydeki adaylara göre GeoGebra ile daha fazla çözüm yoluna ulaştıkları görülmüştür. Bunun sebebi ise hazır bulunuşluk testine göre düşük düzeyde olan ÖA5 isimli öğretmen adayının GeoGebra ile fazla çözüm yolu bulmasıdır.

Alt problemlere cevap bulabilmek amacıyla hem kağıt ortamındaki çözüm yollarına hem de GeoGebra ortamlarındaki çözüm yollarına içerik analizi yapılmıştır. Bu içerik analizine göre her farklı çözüm yolu için madde başlıkları (kısa kodlar) oluşturulmuştur. Bu madde başlıkları dikkate alınarak öğretmen adaylarının elde ettikleri çözüm yolları sınıflandırılmıştır.

Birinci alt probleme ait bulgulara ulaşmak için her sorunun kağıttaki çözüm yollarının nasıl oluşturulduğuna bakılmış ve bu çözüm yolları kodlanarak tablolar oluşturulmuştur.

İkinci alt problem olan GeoGebra ortamındaki çözüm yolları için de aynı şekilde kodlama yapılarak tablolar oluşturulmuştur. Son olarak iki tablo birleştirilerek aralarındaki ilişkiye bakılmıştır.

Aşağıda, öğretmen adaylarının ulaştıkları çözüm yolları ve oluşturulan tablolar alt problemleri göre verilerek bu tablolar açıklanmış ve yorumlanmıştır.

### **4.3 Birinci Alt Probleme Ait Bulgular**

Öğretmen adaylarının kağıt üzerinde oluşturmuş oldukları çözüm yollarının kodlamaları bu başlık adı altında sunulacaktır.

Tablo 4.7. Öğretmen adaylarının birinci soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları

SORU 1	Kağıt üzerinde oluşturulan çözüm yolu
ÖA1	Ek çizim ve özel üçgen elde etme
ÖA2	Geçersiz çözüm yolu
ÖA3	Geçersiz çözüm yolu
ÖA4	Ek çizim ve özel üçgen elde etme
ÖA5	Ek çizim ve özel üçgen elde etme
ÖA6	Geçersiz çözüm yolu

ÖA1, ÖA4 ve ÖA5 isimli katılımcılar verilen üçgenin bir kenarını uzatıp orada özel üçgen elde etmişler ve açıları takip ederek çözüm yolu oluşturmuşlardır. ÖA2, ÖA3 ve ÖA6 isimli katılımcıların kağıt üzerinde oluşturmaya çalıştıkları çözüm yolları matematiksel olarak uygun olmadığından geçersiz çözüm yolu olarak kodlanmıştır.

Tablo 4.8 Öğretmen adaylarının ikinci soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları

SORU 2	Kağıt üzerindeki çözüm yolu
ÖA1	Özel üçgen özelliği
ÖA2	Özel üçgen özelliği
	Çevrel çemberi çizimi
ÖA3	Özel üçgen özelliği
	Çevrel çemberi çizimi
ÖA4	Özel üçgen özelliği
ÖA5	Özel üçgen özelliği
ÖA6	Özel üçgen özelliği

ÖA2 isimli katılımcı kağıt üzerinde iki çözüm yolu bulmuş diğer katılımcılar sadece bir çözüm yoluna ulaşabilmişlerdir. Katılımcılar ikinci soruya çözüm yollarını oluştururken sadece özel üçgenlerde kenarların oranlarından yararlanarak sonuca

ulaşabilmişlerdir. ÖA2 isimli öğrenci katılımcı üçgenin çevrel çemberini çizmiş ve ikinci bir çözüm yolu bulmuştur.

Tablo 4.9. Öğretmen adaylarının üçüncü soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları

SORU 3	Kağıt üzerindeki çözüm yolu
ÖA1	Çözüm yolu yok
ÖA2	Çember çizimi
	Sinüs teoremi
ÖA3	Çember çizimi
	Sinüs teoremi
ÖA4	Çözüm yolu yok
ÖA5	Sinüs teoremi
ÖA6	Paralelkenar çizimi

ÖA1 ve ÖA4 isimli katılımcılar kağıt üzerinde herhangi bir çözüm yolu bulamamışlardır. ÖA2 ve ÖA3 isimli katılımcılar ikişer tane aynı çözüm yoluna ulaşmışlardır. İlk çözüm yollarında, karenin üzerinde verilen üçgenin bir köşesini merkez kabul eden çember çizmişlerdir. İkinci çözüm yollarında ise verilen açılar ve kenarlardan sinüs teoreminden yararlanmışlardır. ÖA5 isimli katılımcı sadece sinüs teoremi kullanarak çözüm yolu elde etmiştir. ÖA6 isimli katılımcı ise verilen doğrulardan paralelkenar elde ederek bir çözüm yolu bulmuştur.

Tablo 4.10. Öğretmen adaylarının dördüncü soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları

SORU 4	Kağıt üzerindeki çözüm yolu
ÖA1	Çözüm yolu yok
ÖA2	Çemberde giriş özelliği
ÖA3	Çemberde giriş özelliği
ÖA4	Çemberde giriş özelliği
ÖA5	Çemberde giriş özelliği
ÖA6	Çemberde giriş özelliği

ÖA1 isimli hariç diğer katılımcılar kağıt üzerinde yalnızca bir çözüm yolu bulabilmişlerdir. Ve çözüm yolları aynı olup verilen çemberin kirişine dikmeler indirerek bir dikdörtgen elde etmişlerdir.

Tablo 4.11. Öğretmen adaylarının beşinci soru için kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolları

SORU 5	Kağıt üzerindeki çözüm yolu
ÖA1	Sinüs teoremi
ÖA2	Geçersiz çözüm yolu
ÖA3	Geçersiz çözüm yolu
ÖA4	Çember çizimi
ÖA5	Sinüs teoremi
ÖA6	Geçersiz çözüm yolu

Beşinci soruda ÖA1 ve ÖA5 isimli katılımcılar kağıt üzerinde sinüs teoreminden faydalanarak çözüm yoluna ulaşmışlardır. ÖA4 ve ÖA6 isimli katılımcılar ise üçgenin bir köşesini merkez kabul eden bir çember çizerek çözüm yolunu elde etmişlerdir. ÖA2 ve ÖA3 isimli katılımcılar ise kağıtta herhangi bir çözüm yolu bulamamışlardır.

#### 4.4 İkinci Alt Probleme Ait Bulgular

Tablo 4.12. Öğretmen adaylarının birinci soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları

SORU 1	GeoGebra ortamında oluşturulan çözüm yolu
ÖA1	Kenarı uzatıp açı ölçme
	Kenarı uzatıp dik çizme
	İkizkenar üçgen çizimi ve açıları yerleştirme
	Üçgenin çevrel çemberi çizme
	Kenarı uzatıp üçgenin simetrisini alma
	Bir kenarın üzerine eşkenar üçgen çizme
ÖA2	Üçgenin çevrel çember çizme
	Açıortay çizme
	Kenarı uzatıp dik çizme

Tablo 4.12'nin devamı

ÖA3	Üçgenin çevrel çember çizme
ÖA4	Üçgenin çevrel çember çizme
	Açıortay çizimi
ÖA5	Kenarı uzatıp dik çizme
	İkizkenar üçgen çizimi ve açıları yerleştirme
	Üçgenin çevrel çemberi çizme
ÖA5	Kenarı uzatıp üçgenin simetrisini alma
	Bir kenarın üzerine eşkenar üçgen çizme
ÖA6	Kenarı uzatıp dik çizme
	Açıortay çizme
	Dik çizip açı ölçme

Öğretmen adaylarının ilk soru için GeoGebra ile ürettikleri çözüm yollarını sınıflandırdığımızda yukarıdaki Tablo 4.12 karşımıza çıkmaktadır. ÖA1 ve ÖA5 isimli katılımcıların çözümlerine bakıldığında ÖA1 isimli katılımcı farklı olarak kenarı uzatıp açı ölçümlerinden yararlanarak bir çözüm yolu üretmiştir. ÖA1 ve ÖA5 isimli katılımcılar GeoGebra programının kısa yollarından faydalanmış ve çözüm yolu sayılarını arttırmışlardır. Üçgenin bir köşesini merkez kabul eden bir çember çizerek bir çözüm yolu elde etmişlerdir. Kenarı verilen üçgene eşit olan bir eşkenar üçgen çizerek çözüm yoluna ulaşmışlardır. Verilen üçgenin bir kenarına göre simetrisini alarak yeni bir çözüm yolu bulmuşlardır. Verilen üçgenin bir kenarını uzatıp o kenara dik çizerek başka bir çözüm yolu bulmuşlardır. Son olarak ikizkenar üçgen oluşturarak çözüm yolu bulmuşlardır.. ÖA2 isimli katılımcı ise ilk çözüm yolunu oluştururken üçgenin çevrel çemberi çizmiştir. İkinci çözüm yolunda açıortay oluşturmuştur. Ve son çözüm yolunda verilen üçgenin bir kenarını uzatıp o kenara dik çizmiştir. ÖA3 isimli katılımcı sadece verilen üçgenin çevrel çemberini çizerek çözüm yolu üretmiştir. ÖA4 isimli katılımcı üçgenin çevrel çemberini çizerek ilk çözüm yolunu üretmiştir. İkinci çözüm yolunda ise iç açıortayı çizerek bulmuştur. ÖA6 isimli katılımcı ilk çözüm yolunda bir kenarı uzatıp ona dik çizmiştir. İkinci çözüm yolunu oluştururken iç açıortay çizmiştir. Son olarak bir kenara dik indirmiş ve açıları yerleştirerek çözüm yolu bulmuştur.

Tablo 4.13. Öğretmen adaylarının ikinci soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları

SORU 2	GeoGebra ile elde edilen çözüm yolu
ÖA1	Küçük üçgenin çevrel çemberi çizimi
	Verilen bir kenarı çap kabul eden çember çizimi
	Paralel doğrular çizimi
	Kenarı uzatıp dik çizimi
	Bir kenarı çap kabul eden yarım çember çizimi
ÖA2	Özel üçgen özelliği
	Üçgenin çevrel çember çizimi
	Küçük üçgenin çevrel çemberi çizimi
	Açıortay çizimi
ÖA3	Özel üçgen özelliği
	Üçgenin çevrel çember çizimi
	Küçük üçgenin çevrel çemberi çizimi
	Açıortay çizimi
ÖA4	Üçgenin çevrel çember çizimi
	Paralel doğrular çizimi
ÖA5	Açıortay çizimi
	Açıyı bölme
	Kenarı uzatıp dik çizimi
	Verilen bir kenarı çap kabul eden çember çizimi
	Küçük üçgenin çevrel çemberi çizimi
	Bir köşeyi merkez kabul eden çember çizimi
ÖA6	Özel üçgen özelliği

ÖA1 isimli katılımcı GeoGebra programını kullanarak küçük üçgenin çevrel çemberini çizmiş ve ilk çözüm yolunu bulmuştur. İkinci çözüm yolunda ise verilen üçgenin bir kenarını çap kabul eden bir çember çizmiştir. Üçüncü çözüm yolunda üçgenin kenarlarına paralel doğrular çizmiş ve kesiştirerek sonuca ulaşmıştır. Dördüncü çözüm yolunda bir kenarı uzatıp, kenara dikindirmiştir. Beşinci ve son çözüm yolunda ise yine kenarı çap kabul eden yarım çember çizmiştir.ÖA2 isimli

katılımcı ilk çözüm yolunda özel üçgenin kenarlarının oranından yararlanmıştır. İkinci çözüm yolunda üçgenin çevrel çemberini çizmiştir. Dördüncü çözüm yolunda verilen üçgenin içinde bulunan üçgenin çevrel çemberini çizmiştir. Son çözüm yolunu oluştururken açıortay çizerek sonuca ulaşmıştır. ÖA3 isimli katılımcı ÖA2 isimli katılımcının bulduğu çözüm yollarının aynısına ulaşmıştır. ÖA4 isimli katılımcı üçgenin çevrel ilk çözüm yolunda çevrel çember çizmiştir. İkinci çözüm yolunda ise üçgenin kenarına paralel doğrular çizip açı ölçümlerinden yararlanmıştır. ÖA5 isimli ilk çözüm yolunu oluştururken açıortay çizerek açıları yerleştirmiştir. İkinci çözüm yolunda açıyı parçalamış ve özel üçgen elde etmiştir. Üçüncü çözüm yolunda üçgenin bir kenarını çap kabul eden çember çizmiştir. Dördüncü çözüm yolunda küçük üçgenin çevrel çemberini çizmiştir. Ve son olarak üçgenin bir köşesini merkez kabul eden çember çizerek çözüm yolu oluşturmuştur. ÖA6 isimli katılımcı sadece kağıtta bulduğu çözüm yolunu GeoGebraya taşımış özel üçgen özelliğinden faydalanmıştır.

Tablo 4.14. Öğretmen adaylarının üçüncü soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları

SORU 3	GeoGebraortamında oluşturulan çözüm yolları
ÖA1	Karenin içinde verilen kenarı uzatma
	Benzerlik yardımı ile
	Verilen kenarı uzatarak karenin kenarı ile kesiştirme
	Karenin çevrel çember çizimi
	Dikmeler çizerek
	Verilen kenarı uzatarak köşeden dik indirme
	Karenin içindeki üçgenin çevrel çember çizimi
	Eşkenar üçgen çizimi
ÖA2	Karenin içindeki üçgenin çevrel çember çizimi
	Eşkenar üçgen çizimi
	Sinüs teoremi
	Dikmeler çizerek
	Açıortay çizerek
	Verilen kenarı uzatma
ÖA3	Karenin içindeki üçgenin çevrel çember çizimi
	Eşkenar üçgen çizimi
	Sinüs teoremi
	Dikmeler çizerek
	Açıortay çizimi
ÖA4	Verilen kenarı uzatma
	Çember çizimi
	Sinüs teoremi
	Açıortay çizimi

Tablo 4.14'ün devamı

ÖA5	Karenin içindeki üçgenin çevrel çember çizimi
	Eşkenar üçgen çizimi
	Sinüs teoremi
	Dikmeler çizerek
	Açıortay çizerek
	Verilen kenarı uzatma
ÖA6	Paralelkenar çizimi
	Eşkenar üçgen çizimi

ÖA1 isimli katılımcı GeoGebra programı ile bulduğu ilk çözüm yolunda verilen bir kenarı uzatıp oluşan üçgenin açılarını yerleştirmiştir. İkinci çözüm yolunda ise benzerlikten yararlanmıştır. Üçüncü çözüm yolunda verilen bir kenarı uzatıp karenin kenarı ile kesiştirerek açılarını yerleştirmiştir. Dördüncü çözüm yolunda karenin çevrel çemberini çizmiştir. Beşinci çözüm yolunda karenin kenarlarına dikmeler çizmiştir. Altıncı çözüm yolunda karenin içindeki üçgenin kenarlarını uzatmış ve köşeden dik indirmiştir. Yedinci çözüm yolunda karenin içinde bulunan üçgenin çevrel çemberini çizmiştir. Son çözüm yolunda karenin kenarına eşit uzunluğa sahip kenarı olan eşkenar üçgen çizmiştir. ÖA2 isimli katılımcı ilk çözüm yolunda karenin içindeki üçgenin çevrel çemberini çizmiştir. İkinci çözüm yolunda verilen kenarla aynı uzunlukta kenarı olan bir eşkenar üçgen çizmiştir. Üçüncü çözüm yolunda sinüs teoremi kullanmıştır. Dördüncü çözüm yolunda üçgenin kenarlarına dikmeler indirmiştir. Beşinci çözüm yolunda açıortay çizmiştir. Ve son çözüm yolunda verilen bir kenarı uzatıp karenin bir kenarı ile kesiştirmiştir. ÖA3 isimli katılımcı ÖA2 isimli katılımcı ile aynı çözüm yollarına ulaşmış sadece verilen kenarı uzatarak elde edilem çözüm yoluna ulaşamamıştır. ÖA4 isimli katılımcı ilk çözüm yolunda verilen üçgenin bir köşesini merkez kabul eden çember çizmiştir. İkinci çözüm yolunda sinüs teoreminden yararlanmıştır. Üçüncü çözüm yolunda açıortay çizmiştir. Son olarak verilen bir kenarı uzatarak dördüncü çözüm yoluna ulaşmıştır. ÖA5 isimli katılımcı ÖA2 isimli katılımcı ile aynı çözüm yollarına ulaşmıştır. ÖA6 isimli katılımcı verilen kenarlara paralelller çizerek bir paralelkenar elde etmiş ve çözüm yolunu oluşturmuştur. Diğer bir çözüm yolunu ise verilen kenara eşit uzunlukta kenarı olan bir eşkenar üçgen çizerek elde etmiştir.

Tablo 4.15. Öğretmen adaylarının dördüncü soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları

SORU 4	GeoGebra ile elde edilen çözüm yolu
ÖA1	Çemberde kiriş özelliği
ÖA2	Çemberde kiriş özelliği
ÖA3	Çemberde kiriş özelliği
ÖA4	Çemberde kiriş özelliği
ÖA5	Çemberde kiriş özelliği
ÖA6	Çemberde kiriş özelliği
	Pisagor teoremi

Bu sorunun çözüm yolu üretiminde bütün katılımcılar çemberde kiriş özelliğini kullanarak dikdörtgen oluşturmuşlardır. Sadece ÖA6 isimli katılımcı ikinci çözüm yoluna ulaşmıştır. ÖA6 isimli katılımcı ikinci çözüm yolunda Pisagor teoremini kullanmıştır.

Tablo 4.16. Öğretmen adaylarının beşinci soru için geogebra ortamında oluşturdukları çözüm yolları

SORU 5	GeoGebra ile elde edilen çözüm yolu
ÖA1	İç açıyı bölme
	İç açıortay çizimi
	Üçgenin dışına eşkenar üçgen çizimi
	Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
	Eşit kenarlardan birini kenar kabul eden eşkenar çizimi
	Eşkenar üçgen çizimi
	Üçgenin içine eşkenar üçgen çizimi
	Kenarın üstüne eşkenar üçgen çizimi
ÖA2	Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
	Üçgenin dışına eşkenar üçgen çizimi
ÖA3	Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
	Üçgenin dışına eşkenar üçgen çizimi

Tablo 4.16'nın devamı

ÖA4	İç açıortay çizimi
	Paralel ve dik doğrular çizimi
	Eşit kenarlardan birini kenar kabul eden eşkenar çizimi
	Eşkenar üçgen çizimi
ÖA5	Üçgenin bir kenarını çap kabul eden çember çizimi
	İç açıortay çizimi
	Eşkenar üçgen çizimi
	Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
ÖA6	Üçgenin iki noktasından geçen çember çizimi
	Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
	Eşit kenarlardan birini çap kabul eden çember çizimi

ÖA1 isimli katılımcı GeoGebra ortamında oluşturduğu ilk çözüm yolunda üçgenin iç açısını özel açılara bölmüştür. İkinci çözüm yolunda ise aynı açının açıortayını çizmiştir. Üçüncü çözüm yolunda üçgenin dışına en uzun kenarını, kenar kabul eden bir eşkenar üçgen çizmiştir. Dördüncü çözüm yolunda üçgenin üç köşesinden geçen bir çember çizmiştir. Beşinci çözüm yolunda verilen eşit kenarlardan birini kenar kabul eden bir eşkenar üçgen çizmiştir. Altıncı çözüm yolunda ise üçgenin kısa kenarını kenar kabul eden bir eşkenar üçgen çizmiştir. Yedinci çözüm yolunda üçgenin iç kısmına eşkenar üçgen çizmiştir. Sekizinci çözüm yolunda verilen bir kenarın üzerine eşkenar üçgen yapıştırmış ve diğer kenar ile birleştirmiştir. ÖA2 ilk çözüm yolunda üçgenin üç köşesinden geçen bir çember çizmiştir. İkinci çözüm yolunda üçgenin dışına en uzun kenarını, kenar kabul eden bir eşkenar üçgen çizmiştir. ÖA3 isimli katılımcı GeoGebra ortamında ÖA2 isimli katılımcıyla aynı çözüm yollarını oluşturmuştur. ÖA4 isimli katılımcı ilk çözüm yolunda iç açıortay çizmiştir. İkinci çözüm yolunda üçgenin kenarlarına paralel doğrular çizmiş daha sonra bu doğrulara dikme indirmiştir. Üçüncü çözüm yolunda verilen eşit kenarlardan birini kenar kabul eden bir eşkenar üçgen çizmiştir. Dördüncü çözüm yolunda ise üçgenin kısa kenarını kenar kabul eden bir eşkenar üçgen çizmiştir. ÖA5 ilk çözüm yolunda üçgenin bir kenarını çap kabul eden bir çember çizmiştir. İkinci çözüm yolunda iç açıortay çizmiştir. Üçüncü çözüm yolunda verilen eşit kenarlardan birini kenar kabul eden bir

eşkenar üçgen çizmiştir. Dördüncü çözüm yolunda üçgenin üç köşesinden geçen bir çember çizmiştir. ÖA6 isimli katılımcı ilk çözüm yolunda üçgenin iki noktasından geçen çember çizmiştir. İkinci çözüm yolunda ise bu sefer üçgenin üç noktasından geçen çember çizmiştir. Üçüncü çözüm yolunda ise eşit kenarlardan birini çap kabul eden çember çizmiştir.

#### 4.5 Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular

Tablo 4.17. Öğretmen adaylarının birinci soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları

SORU 1	Kağıt üzerinde oluşturulan çözüm yolu	GeoGebra ortamında oluşturulan çözüm yolu
ÖA1	Ek çizim ve özel üçgen elde etme	Kenarı uzatıp açı ölçme
		Kenarı uzatıp dik çizme
		İkizkenar üçgen çizimi ve açıları yerleştirme
		Çevrel çemberi çizme
		Kenarı uzatıp üçgenin simetrisini alma
		Bir kenarın üzerine eşkenar üçgen çizme
ÖA2	Hatalı çözüm yolu	Çevrel çember çizme
		Açıortay çizme
		Kenarı uzatıp dik çizme
ÖA3	Hatalı çözüm yolu	Çevrel çember çizme
ÖA4	Ek çizim ve özel üçgen elde etme	Çevrel çember çizme
		Açıortay çizimi
ÖA5	Ek çizim ve özel üçgen elde etme	Kenarı uzatıp dik çizme
		İkizkenar üçgen çizimi ve açıları yerleştirme
		Çevrel çemberi çizme
		Kenarı uzatıp üçgenin simetrisini alma
		Bir kenarın üzerine eşkenar üçgen çizme
ÖA6	Hatalı çözüm yolu	Kenarı uzatıp dik çizme
		Açıortay çizme
		Dik çizip açı ölçme

Öğretmen adaylarının birinci soruya buldukları çözüm yollarının karşılaştırılması Tablo 4.17’de yapılmıştır. ÖA2, ÖA3 ve ÖA6 isimli katılımcıların kağıt üzerinde bulmuş oldukları çözüm yollarının hatalı olmalarını, kendileri çözüm yollarını GeoGebra programına taşımaları sonucu bulmuşlardır. Kağıt üzerinde yaptıklarını GeoGebra programında da yapmışlar ve çizdikleri doğruların hatalı çözüm yolu bulmalarındaki faktör olduğunu keşfetmişlerdir. Öğretmen adaylarının yaptıklarının kesin doğruluğunu sağlaması sebebiyle GeoGebra programı çözüm yollarındaki hatalarının tespit edilmesine sebep olmuştur. Ayrıca öğretmen adayları üçgene ait olan yardımcı elemanları GeoGebra ile daha rahat bir şekilde üretmiş ve çözüm yolu sayılarında artış görülmüştür. Kağıtta yapamadıkları çevrel çemberi GeoGebra ile daha rahat çizmişlerdir. Aynı şekilde GeoGebra ortamında açıortayları daha net bir şekilde indirmişlerdir. Ayrıca simetri almakta GeoGebra ortamında kolaylıkla yapabildikleri bir işlem olmuştur. Ve üçgenin bir kenarına eşit olacak şekilde yeni bir eşkenar üçgen oluşturmak GeoGebra programıyla daha basit ve mümkün olmuştur. Öğretmen adaylarının GeoGebra programıyla yapabildikleri işlemler daha az zaman aldıkları için çözüm yollarında artış gözlenmiştir. Öğretmen adayları kağıda yazıp çizmekte zorlansalarda GeoGebra ile daha kolay ve hızlı çizimler oluşturabilmeleri de çözüm yollarındaki artışın sebeplerindedir.

Tablo 4.18. Öğretmen adaylarının ikinci soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları

SORU 2	Kağıt üzerinde oluşturdukları çözüm yolu	GeoGebra ortamında oluşturdukları çözüm yolu
ÖA1	Özel üçgen özelliği	Küçük üçgenin çevrel çemberi çizimi
		Verilen bir kenarı çap kabul eden çember çizimi
		Paralel doğrular çizimi
		Kenarı uzatıp dik çizimi
		Bir kenarı çap kabul eden yarım çember çizimi
ÖA2	Özel üçgen özelliği	Özel üçgen özelliği
	Çevrel çemberi çizimi	Üçgenin çevrel çember çizimi
		Küçük üçgenin çevrel çemberi çizimi
ÖA3	Özel üçgen özelliği	Açıortay çizimi
		Özel üçgen özelliği
		Üçgenin çevrel çember çizimi
		Küçük üçgenin çevrel çemberi çizimi
	Açıortay çizimi	

Tablo 4.18'in devamı

ÖA4	Özel üçgen özelliği	Üçgenin çevrel çember çizimi
		Paralel doğrular çizimi
ÖA5	Özel üçgen özelliği	Açıortay çizimi
		Açıyı bölme
		Kenarı uzatıp dik çizimi
		Verilen bir kenarı çap kabul eden çember çizimi
		Küçük üçgenin çevrel çemberi çizimi
	Özel üçgen özelliği	Bir köşeyi merkez kabul eden çember çizimi
ÖA6	Özel üçgen özelliği	Özel üçgen özelliği

Öğretmen adaylarının kağıt üzerinde bulmuş oldukları çözüm yollarına bakıldığında ÖA2 isimli katılımcı hariç diğerleri bir ve aynı çözüm yolunu elde etmişlerdir. Ayrıca Tablo 4.18'e bakıldığında ÖA2, ÖA3 ve ÖA6 kağıttaki çözüm yollarını GeoGebra ortamına taşımış diğer katılımcılar başka çözüm yolları bulmalarına rağmen kağıt üzerindeki çözüm yollarını GeoGebra programı ile yapmamışlardır. Öğretmen adaylarının GeoGebra'da kullanılan kısa yollarla ve kesin bulgularla oluşturdukları ifadeler çözüm yollarındaki artışa sebep olmuştur. Tablo 4.18'de görüldüğü gibi katılımcılardan ÖA6 hariç diğerleri GeoGebra programı ile daha fazla çözüm yolu elde etmişlerdir. Bunda kağıt üzerinde yapamadıkları çember çizimini GeoGebra ile daha kolay ve etkin bir biçimde kullanmaları etkili olmuştur. Ayrıca açıortay çizimi ve kebarları uzatıp o kenarlara dik indirmeyi kolay kılan GeoGebra çözüm yolundaki artış sebebi olarak görülmektedir.

Tablo 4.19. Öğretmen adaylarının üçüncü soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları

SORU 3	Kağıt üzerindeki çözüm yolu	GeoGebra ile elde edilen çözüm yolu
ÖA1	Çözüm yolu yok	Karenin içinde verilen kenarı uzatma
		Benzerlik yardımı ile
		Verilen kenarı uzatarak karenin kenarı ile kesiştirme
		Karenin çevrel çember çizimi
		Dikmeler çizerek
		Verilen kenarı uzatarak köşeden dik indirme
		Karenin içindeki üçgenin çevrel çember çizimi
Eşkenar üçgen çizimi		

Tablo 4.19'un devamı

ÖA2	Çember çizimi	Karenin içindeki üçgenin çevrel çember çizimi
	Sinüs teoremi	Eşkenar üçgen çizimi
		Sinüs teoremi
		Dikmeler çizerek
		Açıortay çizerek
		Verilen kenarı uzatma
ÖA3	Çember çizimi	Karenin içindeki üçgenin çevrel çember çizimi
		Eşkenar üçgen çizimi
		Sinüs teoremi
	Sinüs teoremi	Dikmeler çizerek
		Açıortay çizimi
ÖA4	Çözüm yolu yok	Verilen kenarı uzatma
		Çember çizimi
		Sinüs teoremi
		Açıortay çizimi
ÖA5	Sinüs teoremi	Karenin içindeki üçgenin çevrel çember çizimi
		Eşkenar üçgen çizimi
		Sinüs teoremi
		Dikmeler çizerek
		Açıortay çizerek
		Verilen kenarı uzatma
ÖA6	Paralelkenar çizimi	Paralelkenar çizimi
		Eşkenar üçgen çizimi

ÖA1 ve ÖA4 isimli katılımcılar kağıt üzerinde çözüm yolu bulamamalarına rağmen GeoGebra programı kullanarak birden fazla çözüm yolları bulmuşlardır. ÖA2, ÖA3, ÖA5 ve ÖA6 isimli katılımcılar kağıt üzerindeki çözümlerini GeoGebra programına taşımışlar ayrıca diğer sorularda olduğu gibi programın kısa yollarından faydalanarak başka çözüm yolları bulmuşlardır. Öğretmen adaylarından sadece ÖA6 isimli katılımcı hariç diğerleri yine GeoGebra programıyla çember çizmişlerdir. Görülmekte olduğu gibi öğretmen adaylarının programı kullandıkça çözüm yollarında bir artış gözükmektedir.

Tablo 4.20. Öğretmen adaylarının dördüncü soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları

SORU 4	Kağıt üzerinde oluşturulan çözüm yolu	GeoGebra ortamında oluşturulan çözüm yolu
ÖA1	Çözüm yolu yok	Çemberde giriş özelliği
ÖA2	Çemberde giriş özelliği	Çemberde giriş özelliği
ÖA3	Çemberde giriş özelliği	Çemberde giriş özelliği
ÖA4	Çemberde giriş özelliği	Çemberde giriş özelliği
ÖA5	Çemberde giriş özelliği	Çemberde giriş özelliği
ÖA6	Çemberde giriş özelliği	Çemberde giriş özelliği Pisagor teoremi

Öğretmen adayları bu soruda çözüm yolu üretmekte zorlanmışlardır. Kağıt üzerinde ve GeoGebra programında genel çözüm yolları sayılarına bakıldığında bu soruda bir düşünüş görülmektedir. Bunun sebebi sorunun zorluğuna bağlanabilir. Bütün katılımcılar ÖA1 hariç kağıt üzerinde aynı çözüm yoluna ulaşmışlardır. GeoGebra'ya da bu çözüm yolunu taşımışlardır. sadece ÖA6 isimli katılımcı ikinci bir çözüm yolu olarak GeoGebra'da Pisagor bağıntısını kullanmıştır.

Tablo 4.21. Öğretmen adaylarının beşinci soru için her iki ortamda oluşturdukları çözüm yolları

SORU 5	Kağıt üzerinde oluşturulan çözüm yolu	GeoGebra ortamında oluşturulan çözüm yolu
ÖA1	Sinüs teoremi	İç açıyı bölme
		İç açıortay çizimi
		Üçgenin dışına eşkenar üçgen çizimi
		Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
		Eşit kenarlardan birini kenar kabul eden eşkenar çizimi
		Eşkenar üçgen çizimi
		Üçgenin içine eşkenar üçgen çizimi
		Kenarın üstüne eşkenar üçgen çizimi

Tablo 4.21'in devamı

ÖA2	Çözüm yolu yok	Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
		Üçgenin dışına eşkenar üçgen çizimi
ÖA3	Çözüm yolu yok	Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
		Üçgenin dışına eşkenar üçgen çizimi
ÖA4	Çember çizimi	İç açıortay çizimi
		Paralel ve dik doğrular çizimi
		Eşit kenarlardan birini kenar kabul eden eşkenar çizimi
		Eşkenar üçgen çizimi
ÖA5	Sinüs teoremi	Üçgenin bir kenarını çap kabul eden çember çizimi
		İç açıortay çizimi
		Eşkenar üçgen çizimi
		Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
ÖA6	Çember çizimi	Üçgenin iki noktasından geçen çember çizimi
		Üçgenin üç noktasından geçen çember çizimi
		Eşit kenarlardan birini çap kabul eden çember çizimi

Tablo 4.21'e bakıldığında öğretmen adaylarının çözüm yollarının sayısının yine GeoGebra ile daha fazla olduğu görülmektedir. ÖA1 ve ÖA5 isimli katılımcılar kağıt üzerinde sinüs teoreminden başka çözüm yolu bulamamalarına rağmen GeoGebra programında birden fazla çözüm yolu bulmuşlardır. Ayrıca kağıt üzerinde buldukları sinüs teoremini GeoGebra programına yansıtamamışlardır. Yapılan görüşmede GeoGebra ile çizim yapmak katılımcılar için daha kolay geldiğinden daha farklı çözüm yolları elde etmişlerdir. Hatta çizdikleri eşkenar üçgeni taşıyarak daha farklı çözüm yollarına ulaşmışlardır. Kağıt üzerinde zor olan taşıma işleminin GeoGebra programıyla kolaylıkla yapılması katılımcıların daha fazla çözüm yoluna ulaşmalarına olanak sağlamıştır. ÖA2 ve ÖA3 isimli katılımcıların kağıt üzerinde herhangi bir çözüm yolu olmamasına rağmen GeoGebra ortamında ikişer farklı çözüm yolları vardır. Her ne kadar çözüm yolları aynı olsa bile kağıt üzerinde bulamadıkları çözüm yoluna GeoGebra ortamında ulaşmışlardır. ÖA4 isimli katılımcı GeoGebra ortamında kağıt üzerinde bulduğundan farklı ve fazla çözüm yolu elde etmiştir. Açıortay çizimi

ve paralel doğruları daha kolay çizdiğini ifade eden ÖA4 GeoGebrada çokgen oluşturma seçeneğini de kullanarak eşkenar üçgen elde etmiş ve buradan iki farklı çözüm yoluna ulaşmıştır. ÖA6 isimli katılımcı ise kağıt üzerinde bulmuş olduğu çözüm yolunu GeoGebra ortamına taşımış ve GeoGebra ortamında benzer çemberler çizerek üç farklı çözüm yolu bulmuştur.



## 5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Yapılan bu çalışmada, öğretmen adaylarının çoklu çözüm gerektiren geometri problemlerinde kağıt üzerinde ve GeoGebra ortamında çoklu çözüm yolu oluşturma süreçleri incelenmiştir. Verilerden elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının çözüm yollarını sayısı GeoGebra ortamında artış göstermektedir. Öğretmen adayları bazı sorularda kağıt üzerinde buldukları çözüm yollarını GeoGebra ortamına taşımış fakat bazılarını ise taşımamış onun yerine farklı çözüm yollarına yönelmişlerdir. Bu durum Balomenou ve Kordaki (2009) tarafından yapılan çalışmaya benzerlik göstermektedir. Adı geçen bu çalışmada (Balomenou ve Kordaki, 2009) öğrencilerden üçgenin alanı ile ilgili soruların Cabri ortamında birden fazla yolla çözülmesi istenmiş ve öğrenciler bilgisayar ortamında birden çok yoldan çözüm yaptıkları belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının GeoGebra programını kullanarak sorular için daha fazla çözüm yoluna ulaştıkları gözlemlenmiştir. Yapılan görüşmelerde GeoGebra yazılımının pencerelerinin ve araç çubuklarının kullanılabilirliği ve yazılımın görsellik sağlaması üzerine pozitif görüş hakimdir. Öğrenciler kağıt üzerinde yapamadıklarını GeoGebra sayesinde daha kolay yapabildiklerini söylemişlerdir. Öğretmen adaylarının kağıt ile yapamadıklarını GeoGebra programı sayesinde başarabildiklerini görmeleri sağlanmıştır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının öz güvenleri gelişmiş ve daha rahat çözüm yolları buldukları gözlemlenmiştir. Kağıtta yapılan yanlıştın silinmesi uğraş gerektirirken GeoGebra ile yapılan bir yanlıştın daha kolay geri alınması da öğretmen adayların daha fazla çözüm üretmenlerine etki etmiştir. Baltacı, Yıldız ve Kösa (2015) yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının Analitik Geometri Öğretiminde GeoGebra yazılımının potansiyeli hakkındaki görüşlerine başvurmuş ve olumlu sonuçlar alınmıştır. Adı geçen çalışmada sonuç olarak öğretmen adaylarının GeoGebra yazılımının hem iki boyutlu penceresinin hem de üç boyutlu penceresinin kullanışlı olduğunu belirtmişlerdir. Mevcut çalışmada öğretmen adaylarının GeoGebra ortamında daha kolay çözüme ulaşması ile ilgili sonuç Hohenwarter ve Jones (2007), Dikovich (2009) ve Baydaş (2010)'ın araştırmalarındaki GeoGebra yazılımının, öğretmen adaylarının görüşleri doğrultusunda kullanışlı olduğu sonuçlarıyla paralellik göstermiştir. Yine Kutluca ve Zengin (2011) GeoGebra yazılımının görselliği artırdığını, bu sayede öğrencilerin matematiksel ve geometrik nesnelere arasındaki

ilişkileri daha kolay kavrayacağını ve zor olan konuların bu şekilde daha da iyi öğrenilebileceğini ifade etmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının yazılımın arayüzü, görselliği ve pencereleri ile ilgili görüşleri yukarıdaki araştırmaların sonuçlarına paralellik göstermektedir.

Ayrıca bu çalışma grubunda yer alan öğretmen adayı sayısının az olması, her öğretmen adayının bir bilgisayarda çalışabilmesi ve bütün bilgisayarlarda GeoGebra programının yüklü olması olumlu etkilerdir. Katılımcıların farklı profillerden olması çözüm sayılarına etki etmemiştir. Soruların değişken haftalarda zorlaşması çözüm sayısında düşüşe sebep olmuştur. Ama çözüm sayılarını geneline bakıldığında GeoGebra programıyla yapılan çözümler daha fazladır. Bu da göstermektedir ki GeoGebra programı kullanarak çoklu çözüm gerektiren geometri problemleri daha fazla yolla çözülebilmektedir.

Öğretmen adaylarının GeoGebra kullanımı yaygınlaştığında çözüm sayısında çok fazla olmasada bir artış gözlemlenmiştir. İlk hafta çözüm yolu sayısı 20 iken ikinci hafta 22, üçüncü hafta 31 çözüm yolu bulmuşlardır. Fakat dördüncü hafta çözüm yolları sayısı sorunun zorluk düzeyine bağlı olarak düşmüş ve 7 de kalmıştır. Son hafta ise öğretmen adaylarının GeoGebra kullanarak ulaştıkları çözüm yolu sayısı 23 olmuştur. Öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmelerde de GeoGebra kullanımı arttıkça çözüm yolu sayılarının arttığını söylemişlerdir. GeoGebra kullanma sürelerinin artışı öğretmen adaylarının çizimler ve şekil tamamlama konusunda daha kolay hareket etmelerine olanak sağlamıştır.

## 6. ÖNERİLER

Yapılan çalışma ve toplanılan verilen ışığında geliştirilen öneriler aşağıda sunulmuştur.

- Geometri dersi geleneksel yöntemlerle anlatıldığı için öğrenciler tarafından zor bir ders olarak kabul görmektedir. Halbuki öğrenciler konular anlatılırken olayın içine çekilse öğrencide aidiyet ve katılım duygusu ile birlikte derse karşı ilgi ve alakasıda gelişebilir.
- Öğrencilerin bakış açısının genişlemesi ve oluşturabilecekleri çözüm yolları sayılarının artması, soru çözümünde özgüvenli bir şekilde deneme yanılma yollarına başvurulması açısından derslerde GeoGebra programı kullanılabilir. Hatta son zamanlarda lise ders kitaplarında bazı örneklerde GeoGebra programından faydalanılmıştır.
- Çalışma öğretmen adayları üzerinde yapılmasıyla sınırlı kalmayıp lise ve ilköğretimin ikinci kademesinde öğrencilerle yapılabilir. Programın dinamik olması ve sürekli gelişmesi kullanıcın da paralel olarak gelişmesine yardımcı olacaktır.
- Lise bilgisayar derslerinde GeoGebra programı öğrencilere öğretilbilir ve paralel olarak matematik derslerinde GeoGebra kullanılarak öğrencilerin öğrendiklerini uygulamaya geçirmeleri sağlanabilir.
- Teknolojinin kaçınılmaz olduğu bu yüzyılda öğrencilerin en önemli kazanımları öğrendiği ortaöğretim programında bilgisayar dersleri içeriğinde matematik yazılım konularınada yer verilmelidir. Bu sayede öğrencilerin hem bilgisayar bilirligi hem de matematiksel terimlere aşinalıkları artabilir. Ayrıca yazılıma uyarı seslerinin eklenmesi olumlu yönde etki edebileceğini düşünmektedirler.
- Disiplin olarak farklı davranışlar kazandırmayı amaçlayan geometri dersinin işlenişinde GeoGebra programında faydalanılması işlem yapılmasını kolaylaştırabilir. Bu çalışmada görüldüğü gibi öğretmen adaylarının bazıları kağıt üzerinde çözümlerde zorlanırken GeoGebra programı ile birden fazla çözüme ulaşabilmişlerdir. Problemler çok çözümlü olmasına rağmen kağıt

üzerinde çözüm yolları bulmakta zorlanan öğretmen adayları GeoGebra sayesinde daha fazla çözüme ulaşabilmişlerdir.

- Bu çalışmadan yola çıkarak ortaöğretimde matematik derslerinde geometri konuları işlenirken çizimler GeoGebra programı kullanılarak yapılabilir. Böylelikle problem çözümlerinde sadece bir yola bağlı kalmıyacağı ve çözümün zenginleştirilebileceği görülmüş olacaktır.



## KAYNAKLAR

- Airey, J. & Linder C. (2009). A disciplinary discourse perspective on university science learning: Achieving fluency in a critical constellation of modes. *Journal of Research in Science Teaching*, 46(1), 27-49.
- Akay, H., Soybaş, D. & Argün, Z. (2006). "Problem Kurma Deneyimleri ve Matematik Öğretiminde Açık Uçlu Soruların Kullanımı". *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 14(1), 129-146.
- Akın, E., & Çeçen, M. A. (2014). Ortaokul öğrencilerinin okuma stratejileri üstbilişsel farkındalık düzeylerinin değerlendirilmesi (Muş-Bulanık Örneği). *Turkish Studies- International Periodical For The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 9(8), 91-110.
- Altun, M. (2002). *İlköğretim ikinci kademedeki (6, 7 ve 8. Sınıflarda) matematik öğretimi* (2. baskı). Bursa: Erkam Matbaası.
- Altun, M. (2005). *Matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel Alfa Akademi Basım Yayım.
- Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. (10. Baskı). Bursa: Alfa Aktüel.
- Altun, M., & Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 1-21.
- Arslan, A. (2012). *6 Yaş Grubu Çocuklarda Genel Problem Çözme Becerilerini Değerlendirme Ölçeğinin Geliştirilmesi, Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları*. Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Atay, A. (2015). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin GeoGebra dinamik matematik yazılımını kullanarak oluşturdukları matematiksel görevlerin bilişsel düzeylerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

- Atiyah, M. (2001). Mathematics in the 20th Century: geometry versus algebra, *Mathematics Today*, 37(2), 46- 53.
- Bal, A. P. (2015). Sınıf öğretmeni adaylarının rutin ve gerçek yaşam problemlerine yönelik başarı düzeylerinin ve görüşlerinin incelenmesi. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, 5(3), 273-290.
- Balcı, A. (2009). Sosyal bilimlerde araştırma (7. baskı). *Ankara: Pegem A Yayıncılık*.
- Balomenou, A., & Kordaki, M. (2009). Multiple solution tasks within dynamic geometry systems. *Educattia 21*, no54, Special Volume: Virtual Instruments and tools in Sciences Education: Experiences and Perspectives, 71-78.
- Baltacı, S., Yıldız, A. ve Kösa, T. (2015). Analitik geometri öğretiminde GeoGebra yazılımının potansiyeli: Öğretmen adaylarının görüşleri. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(3), 483-505.
- Baydaş, Ö (2010). *Öğretim Elemanlarının Ve Öğretmen Adaylarının Görüşleri Işığında Matematik Öğretiminde GeoGebra Kullanımı*. Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Baydaş, Ö.,Göktaş, Y. ve Tatar, E. (2010).*Öğretmen Adaylarının Bakışıyla GEOGEBRA ile Matematik Öğretimi*. 9.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir
- Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 1 ve 5. Sınıflar*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2001). *İlköğretimde Matematik Öğretimi 1-5. Sınıflar İçin*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda Matematik Öğretimi (5-8. Sınıflar)*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Beilfuss, M., Hagevik, R., & Dickerson, D. (2006). *Literature review: Multiple representations in science education. As part of the paper set, Use of Multiple*

*Representations in Science Education*. Paper presented at the National Association of Research in Science Teaching, San Francisco, CA.

Berkant, H.G. & Eren, İ. (2013). İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü Öğrencilerinin Problem Çözme Becerilerinin Bazı Değişkenler Açısından İncelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 6(3), 1021-1041.

Billstein, R., Libeskind, S. & Lott, J. W. (2007). *A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers* (9th ed.). Boston: Addison-Wesley

Bingham, A. (1998). *Çocuklarda Problem Çözme Yeteneklerinin Geliştirilmesi* (Çev: Oğuzkan, A. F.). İstanbul: Milli Eğitim Yayınevi.

Bogdan, R., & Biklen, S. K. (2007). *Pearson Qualitative Research for Education: An Introduction to Theories and Methods* (5 th ed.). (pp. 21-22). USA: Pearson.

Carpenter, T. P., Corbitt, M. K., Kepner, H. S., Lindquist, M. M. & Reys, R. E. (1980). Naep note: Problem solving. *The Mathematics Teacher*, 73(6), 427-433.

Casey, M. B. (1990). A Planning and Problem Solving Prescholl Model: The Methodology of Being a Good Learner. *Early Childhood Research Quarterly*, (5), 53-67.

Charles, R., & Lester, F. (1982). *Teaching problem solving-What, why and how*. Palo Alto, CA: Dale Seymour Pub.

Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1994). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Choi, K. (2010). *Motivating students in learning mathematics with GeoGebra*. *First Eurasia Meeting Of GeoGebra (EMG): PROCEEDINGS*, Gülseçen, S., Ayvaz Reis, Z. ve Kabaca, T. (Eds.), İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları, Publication No:126

Chrysanthou, I. (2008). *The use of ICT in primary mathematics in Cyprus: the case of GeoGebra*, Master's thesis, University of Cambridge, UK.

- Cohen, L., Manion, K., & Manion, L. (2000). Research methods in education 5th edition.
- Contay, E. G., Kabaca, T., & İymen, E. (2010). GeoGebra ile Parabolün Geometrik Temsilinden Cebirsel Temsiline Dinamik Bir Geçiş Süreci. *9.Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Çakmak, M. (2003). Matematik derslerinde problem çözme yaklaşımının değerlendirilmesi. *Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi*, 10.
- Çavuşoğlu, E. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin okuduğunu anlama düzeyi ile matematik problemlerini çözme başarısı arasındaki ilişkinin incelenmesi*. (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Çınar, İ. (2013). *Matematik Dersinde Problem Çözme Stratejilerinin Alan Bağımlı-Alan Bağımsız Öğrenciler Üzerindeki Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- D’Zurilla, T. J. & Goldfried, M. R. (1971). Problem Solving and Behaviour Modification. *Journal of Abnormal Psychology*, 78(1), 107-126.
- Diković, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6, 191–203.
- Doğan, M. & İçel, R. (2011). *Bilgisayar Destekli Öğretimin Matematik Başarısına Etkisi: GeoGebra Örneği*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Dündar, S. (2015). Öğretmen Adaylarının Seriler Konusuyla İlgili Alıştırmaları ve Rutin Olmayan Problemleri Çözme Becerilerinin İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(3), 1293-1310.
- Ebret, A. (2015). *Etkinlik temelli matematik öğretiminin 3. Sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerine ve matematiğe ilişkin tutumlarına etkisi* (Yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.

- Filiz, M. (2009). *GeoGebra ve Cabri Geometri II Dinamik Geometri Yazılımlarının Web Destekli Ortamlarda Kullanılmasının Öğrenci Başarısına Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Forgan, J. W. (2003). *Teaching problem solving through children's literature*. Westport, Connecticut: Teacher Ideas Press.
- Furkan, H., & Zengin, Y. (2011). *Dinamik Matematik Yazılımı GeoGebra'nın Öğrencilerin Başarılarına ve Tutumlarına Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kahramanmaraş.
- Gök, T., ve Sılay, İ. (2008). Fizik eğitiminde işbirlikli öğrenme gruplarında problem çözme stratejilerinin öğrenci başarısı üzerindeki etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(34), 116-126.
- Görür, D. A. (2016). *Tarihsel bağlamlarla desteklenen matematik öğretiminin beşinci sınıf öğrencilerinin matematik başarısına, özyeterlik algısına ve matematiğe ilişkin inançlarına etkisi* (Yüksek lisans tezi). Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Güçlü, N. (2003). Lise Müdürlerinin Problem Çözme Becerileri. *Milli Eğitim Dergisi*, 160, 272-300.
- Gür, H. (2006). *Matematik Öğretimi* (1. Baskı), İstanbul: Lisans Yayıncılık.
- Hanegem, J.V. (2017). *Promoting Students' Problem-Solving Skills in Secondary Mathematics Education*. 01/02/2020 tarihinde <https://dspace.library.uu.nl/bitstream/handle/1874/351472/Research%20Paper%20Jose%20van%20Hanegem%203345033.pdf?sequence=2&isAllowed=y> adresinden alınmıştır.
- Hill, H.C., Rowan, B. & Ball, D.L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42 (2), 371-406.

- Hohenwarter, M. & Fuchs, K., (2004). *Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra*. 17/02/2020 tarihinde [https://www.researchgate.net/publication/228398347\\_Combination\\_of\\_dynamic\\_geometry\\_algebra\\_and\\_calculus\\_in\\_the\\_software\\_system\\_GeoGebra](https://www.researchgate.net/publication/228398347_Combination_of_dynamic_geometry_algebra_and_calculus_in_the_software_system_GeoGebra) adresinden alınmıştır.
- Hohenwarter, M. & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. *Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126-131.
- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: towards an International GeoGebra Institute. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 49-54.
- Hohenwarter, M. (2006). *GeoGebra - didaktische Materialien und Anwendungen für den Mathematikunterricht*. PhD thesis. University of Salzburg, Salzburg.
- Ildırı, A. (2009). *İlköğretim beşinci sınıf matematik ders kitabında ve öğrenci çalışma kitabında yer alan problemlerin incelenmesi ve bu problemlere ilişkin öğretmen görüşlerinin belirlenmesi* (Yüksek lisans tezi). Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- İlgin, H. & Arslan, D. (2012). Türkçe dersinde metinlerle problem çözme öğretiminin öğrencilerin problem çözme becerilerine etkisi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(2), 157-176.
- Kalaycı, N. (2001). *Sosyal Bilgilerde Problem Çözme ve Uygulamalar*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Kardaş, N., Anagün, Ş.S. & Yalçınoğlu, P. (2014). Problem Çözme Envanterini İlköğretim Öğrencilerine Uyarlama Çalışması: Doğrulayıcı Faktör Analizi Sonuçları. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 13(51), 182-194.
- Karp, A., & Wasserman, N. (2014). *Mathematics in middle and secondary schools: A problem solving approach*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Kneeland, S. (2001). Problem çözme. (Çev. Kalaycı, N.). Ankara: Gazi Kitabevi.

- Kutluca, T., & Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde GeoGebra kullanımı hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 160-172.
- Laterell, C. M. (2013). *What is problem solving ability?* 15/02/2020 tarihinde [http://www.lamath.org/journal/Vol1/What\\_IS\\_P\\_S\\_Ability.pdf](http://www.lamath.org/journal/Vol1/What_IS_P_S_Ability.pdf) adresinden alınmıştır.
- Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. In D. Pitta-Pantazi, & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the fifth conference of the European Society for Research in Mathematics Education—CERME-5* (pp. 2330–2339). <http://ermeweb.free.fr/Cerme5.pdf>.
- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in mathematics*, 66(3), 349-371.
- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2008). Solution spaces of multiple-solution connecting tasks as a mirror of the development of mathematics teachers' knowledge. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, 8(3), 233-251.
- Lester, F. K. (1994). Musings About Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.
- Lester, F.K. (1987). *Teaching Mathematical Problem Solving*. 01/02/2020 tarihinde [http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3243\\_88\\_3.pdf](http://ncm.gu.se/pdf/namnaren/3243_88_3.pdf) adresinden alınmıştır.
- Lu, Y. W. A. (2008). *Linking geometry and algebra: a multiple-case study of uppersecondary mathematics teachers' conceptions and practices of GeoGebra in England and Taiwan*, Master's thesis, University of Cambridge, UK.
- Memnun, D. S. (2015). Ortaokul öğrencilerinin matematik problemine ilişkin sahip oldukları metaforlar ve bu metaforların sınıf düzeylerine göre değişimi.

*Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 351-374.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaokul Matematik Dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: MEB Talim Terbiye Başkanlığı Yayınları.

Morgan, T. C. (1998). *Psikolojiye Giriş*. (Çev. H. Arııcı ve başk.), Ankara: Hacettepe Üniversitesi Psikoloji Bölümü Yayınları, (12.Baskı).

Muir, T., Beswick, K. & Williamson, J. (2008). "I'm not very good at solving problems": An exploration of students' problem solving behaviours. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27(3), 228-241.

Nancarrow, M. (2004). *Exploration of Metacognition and Non-routine Problem Based Mathematics Instruction on Undergraduate Student Problem Solving Success. Unpublished Doctoral Thesis*. Florida: The Florida State University.

Nasibov, F., Kaçar, A. (2005). Matematik ve Matematik Eğitimi Hakkında. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 339-346.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Olkun, S. & Toluk-Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde Matematik Öğretimine Çağdaş Yaklaşımlar*. Ankara: Ekinoks Eğitim Danışmanlık.

Olkun, S., & Ceylan, T. (2012). *GeoGebra Yazılımı Ortamında İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik İspat Biçimlerinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Olkun, S., & Toluk Z. (2003). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Öktem, S.P. (2009). *İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Gerçekçi Cevap Gerektiren Matematiksel Sözel Problemleri Çözme Becerileri*. Yüksek Lisans Tezi. Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü. Adana.

- Özmen, Z.M., Taşkın, D., & Güven, B. (2012). İlköğretim 7. sınıf öğretmenlerinin kullandıkları problem türlerinin belirlenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 37 (165), 1-16.
- Özyıldırım-Gümüş, F. & Umay, A. (2017). Problem çözme stratejileri öğretiminin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kavramsal/işlemsel çözüm tercihlerine ve problem çözme performansına etkisi. *İlköğretim Online*, 16(2), 746-764.
- Patton, M. Q. (2002). Two decades of developments in qualitative inquiry: A personal, experiential perspective. *Qualitative social work*, 1(3), 261-283.
- Polat, R. H. (2008). *Sınıf Öğretmenliği Öğrencilerinin Bazı Sosyo-Demografik Özellikleri ve Düşünme İhtiyacına Göre Problem Çözme Becerilerinin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery*. New York: John Wiley& Sons.
- Polya, G. (1990). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. (Çev. Halatçı, F.) İstanbul: Sistem Yayıncılık.
- Polya, G. (1997). *Nasıl çözmeli?* (çev. Feryal Halatçı). İstanbul: Sistem Yayıncılık.
- Posamentier, A. S. & Krulik, S. (2016). *Matematikte problem çözme: 3-6. sınıflar için* (L. Akgün, T. Kar & M. F. Öçal, çev. edt.). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Prabawanto, S. (2017). The Enhancement of Students' Mathematical Problem Solving Ability Through Teaching With Metacognitive Scaffolding Approach. *AIP Conference Proceedings*, 1848(1), 040014.
- Randall, S. J. (1989). *Learning to teach mathematics* (s.66). Merril Publishing Company.
- Reis, Z. A., (2010). Computer Upported With GeoGebra. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9. S1449-1455.

- Reusser, K., & Stebler, R. (1997). *Every word problem has solutions: The suspension of reality and sensemaking in the culture of school mathematics*. *Learn. Instruction*, 7, 309–328
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. In D. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Selçik, N., & Bilgici, G. (2011). GeoGebra yazılımının öğrenci başarısına etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 913-924.
- Sezgin, E. (2011). *Problem Çözme Becerisi Ölçeğinin Geliştirilmesi*. Yüksek Lisans Tezi. Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Sheffield, L. J. (2009). Developing mathematical creativity—Questions may be the answer. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 87–100). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Soytürk, İ. (2011). *Sınıf öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlığı öz-yeterlikleri ve matematiksel problem çözmeye yönelik inançlarının araştırılması*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- Stevens, M. (1998). *Sorun çözümlenme*. (Çev. Çimen, A.). İstanbul: Timaş Yayınları.
- Şahin, A. A. (2007). *13-14 yaş grubu öğrencilerin problem çözme stratejilerinin belirlenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

- Tomić, M.K. (2013). Mathematical software, in Croatian mathematics, classrooms – a review of GeoGebra and sketchpad. *Croatian Journal of Education*, 15(1), 197–208.
- Türnüklü, E. B. & Yeşildere, S. (2005). Problem, Problem Çözme ve Eleştirel Düşünme. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 107-123.
- Türnüklü, A. (2000). Eğitimbilim araştırmalarında etkin olarak kullanılabilen nitel bir araştırma tekniği: Görüşme. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, 24(24), 543-559.
- Umay, A. & Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195.
- Umay, A., (2007). *Eski Arkadaşımız Okul Matematiğinin Yeni Yüzü*. Ankara: Aydan Web Tesisleri.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim*. (S. Durmuş, çev. ed.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Voskoglou, M. G. (2008). Problem Solving in Mathematics Education: Recent Trends and Development. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Scienze Matematiche)*, 18, 22-28.
- Williams, K. M. (2003). Writing about the problem-solving process to improve problemsolving performance. *The Mathematics Teacher*, 96(3), 185-187.
- Wilson, J. W., Fernandez, M. L. & Hadaway, N. (1993). *Mathematical Problem Solving*. In P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (pp. 57–77). New York: Macmillian Publishing Company.
- Yavuz, İ., ve Kepceoğlu, İ. (2010). *GeoGebra Yazılımıyla Limit ve Süreklilik Öğretiminin Öğretmen Adaylarının Başarısına ve Kavramsal Öğrenmelerine Etkisi*. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- Yazgan, Y., & Arslan, Ç. (2017). *Matematiksel sıradışı problem çözme stratejileri ve örnekleri* (3. baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Yenilmez, K. (2013). *İlköğretim öğrencilerinin problem türlerini belirleme düzeyleri*. Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 0(19), 124-137
- Yeşildağ, F. (2009). “*Modern Fizik Öğretiminde Öğrencilerin Çoklu Modsal Betimlemeleri Algılamaları ve Modsal Betimlemelerle Hazırladıkları Yazma Aktivitelerini Değerlendirme sürecinin Öğrenmeye Etkisi*” (Yüksek Lisans Tezi). Atatürk Üniversitesi.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (9. Genişletilmiş Baskı) Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yıldız, A., Baltacı, S., Kurak, Y. & Güven, B. (2012). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli olmayan 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma durumlarının incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(1), 123-143.
- Yılmaz, T. Y. (2014). *Öğrencilerin çok çözümlü problemlerde kullandıkları stratejilerinin belirlenmesi ve matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesi* (Yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir

# **EKLER**

## EKLER

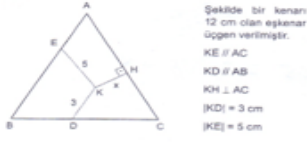
### EK 1: Geometri seviye belirleme sınavı

#### Sorular

#### GEOMETRİ SEVİYE BELİRLEME SINAVI Kazanım

#### Uzman Görüşü Biliş seviyesi ve kazanıma uygunluğu

1-)

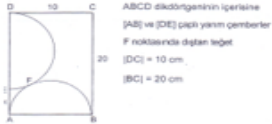


Yukarıdaki verilere göre, |KH| = x kaç cm dir?

9.4.3.4. Üçgenin çeşidine göre yüksekliklerinin kesiştiği noktanın konumunu belirler.

9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.

2-)

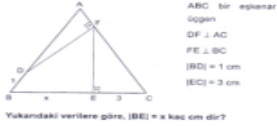


Yukarıdaki verilere göre, |AE| = x kaç cm dir?

11.5.1.2. Çemberde kirişin özelliklerini göstererek işlemler yapar.

9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.

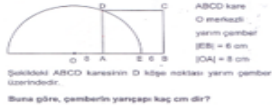
3-)



Yukarıdaki verilere göre, |BE| = x kaç cm dir?

9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.

4-)



Şekildeki ABCD karesinin O köşesi noktası yarım çember üzerindedir.  
Buna göre, çemberin yarıçapı kaç cm dir?

11.5.1.2. Çemberde kirişin özelliklerini göstererek işlemler yapar.

9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.

## EK 1'in devamı

### Sorular

5-)



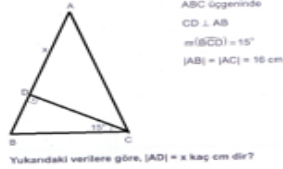
Yukarıdaki verilere göre, ABCD yamağının alanı kaç  $\text{cm}^2$ 'dir?

6-)



Yukarıdaki verilere göre, DEF üçgeninin alanı kaç  $\text{cm}^2$ 'dir?

7-)



### GEOMETRİ SEVİYE BELİRLEME SINAVI Kazanım

Uzman Görüşü  
Biliş seviyesi ve kazanıma  
uygunluğu

10.5.3.1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer.

9.4.3.1. Üçgenin iç ve dış açıortaylarının özelliklerini elde eder.

10.5.3.1. Özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve alan özelliklerini açıklayarak problemler çözer.

9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.

|

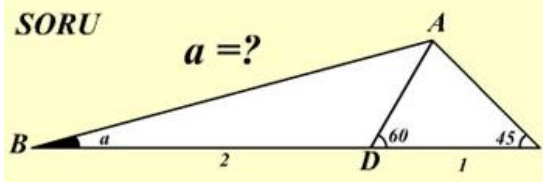
9.4.4.3. Dik üçgende dar açılarının trigonometrik oranlarını hesaplar.

9.4.4.1. Dik üçgende Pisagor teoremini elde ederek problemler çözer.

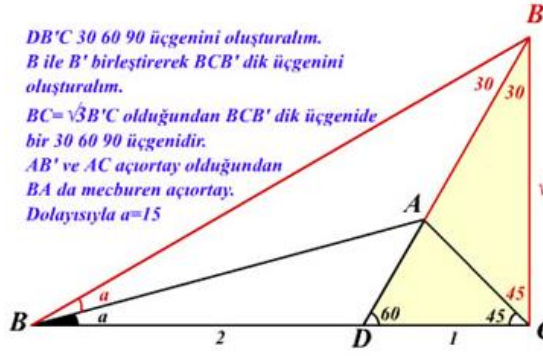
## EK 2: Çoklu çözüm gerektiren sorular

Uzman Görüşü

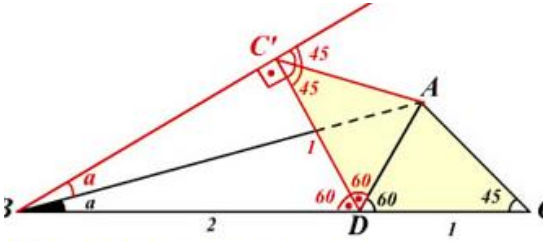
### Sorular



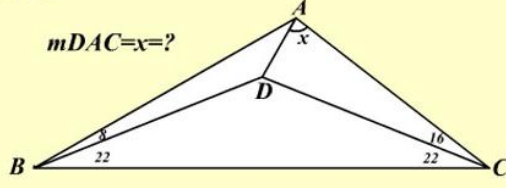
Çözüm1:



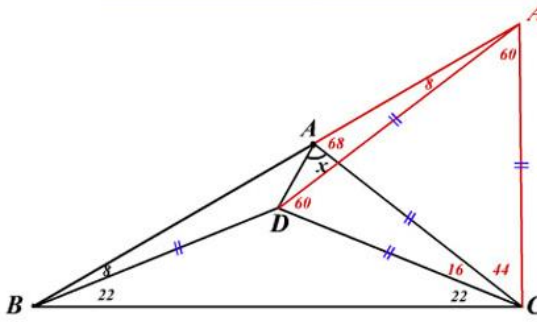
Çözüm2:



*ACD üçgeninin AD ye göre simetriği olan, AC'D üçgenini çizelim. B ile C' nü birleştirelim.  
Dikkat edilirse BC'D 30 60 90 üçgenidir.  
C'A ve DA ; BC'D üçgeninin dışaçortayları olduğundan BA da mecburen iç açortaydır.  
Buradan  $a=15$  dir.*

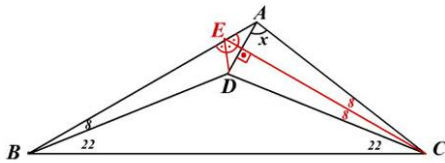
**SORU**

Çözüm1:



- 1-BDA' ikizkenar üçgenini oluşturalım.
- 2-A' ile C yi birleştirirsek ,  
A'DC nin eşkenar üçgen olduğu görülür.
- 3-Açılar yerlerine yazıldığında  
AA'C ve ADC üçgenleride ikizkenar üçgen  
olduğu görülür. Buradanda  
 $m\angle DAC = x = 82$  bulur.

Çözüm2:

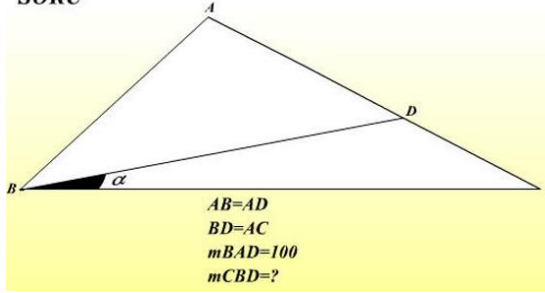


- 1-BCE ikizkenar üçgenini oluşturalım.
- 2-EC yi birleştirelim.
- 3-Açılar yerlerine yazılırsa AEDC nin  
bir deltoid olduğu kolayca görülür.  
Dolayısıyla  $m\angle DAC = x = 82$  bulur.

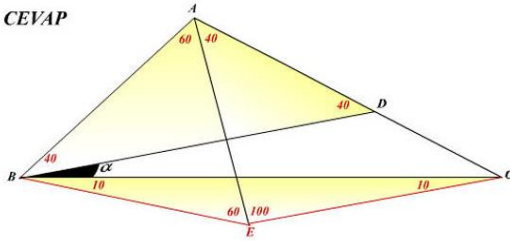
## EK2'nin devamı

Uzman Görüşü

**SORU**

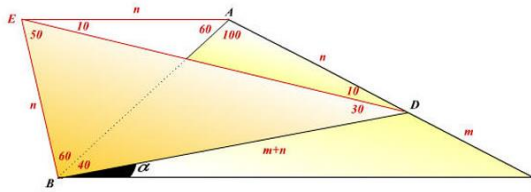


**CEVAP**



1-ABD ile eş olacak şekilde, ECA üçgenini şekildedeki gibi çizelim  
2-B ile E noktasını birleştiresek BEC ikiz kenar olur.  
Açılar takip edilirse  $a=10$  bulunur.

**CEVAP**

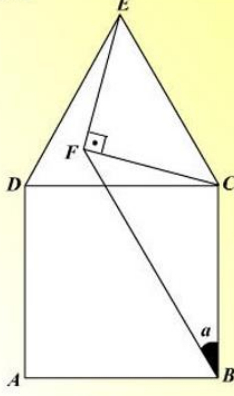


AEB eşkenar üçgenini çizip D ile E noktalarını birleştirecek  
DAE ikizkenar üçgen çıkar.  
açılar yerlerine yazılırsa BAC ve EDB üçgenlerinin benzer ve  
eş oldukları görülür.  
Buradanda istenilen açı  $a=10$  bulunur.

## EK2'nin devamı

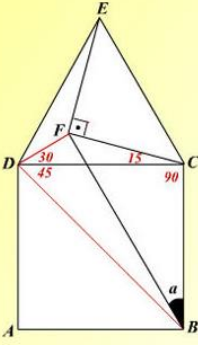
Uzman Görüşü

### SORU



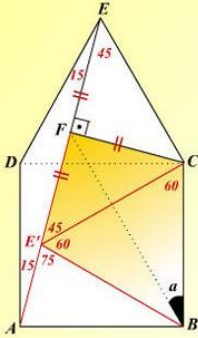
*ABCD kare  
CDE eşkenar üçgen  
CEF ikizkenar dik üçgen  
 $m(\angle CBF) = a = ?$*

### CEVAP



*D, F ve B noktalarını birleştirir  
açıları yerine yazarsak  
DFCB kirisler dörtgeni olur.  
Buradanda istenilen açı  
 $m(\angle FDC) = m(\angle FBC) = a = 30$  bulunur.*

### CEVAP



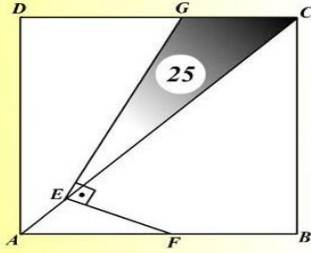
*A ve E noktalarını birleştirelim.  
Açıları yerlerine yazarak  
BCE' eşkenar üçgenini oluşturursak  
BCFE' dörtgeninin bir deltoit  
olduğu görülür.  
Buradanda istenilen açı  
 $m(\angle FBE') = m(\angle FBC) = a = 30$  bulunur.*



## EK2'nin devamı

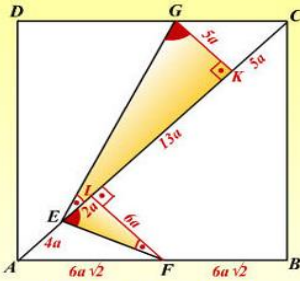
Uzman Görüşü

### SORU



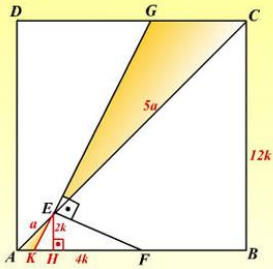
ABCD kare  
 $AF=FB$   
 $EC=5AE$   
 $\text{Alan}(ECG)=25$   
 ise  $\text{Alan}(ABCD)=?$

### CEVAP



$KGE$  benzer  $IEF$  olacak şekilde  
 çizimlerimizi yapıp  
 $EC=5$  ,  $AE=5$  ,  $4a=20$  a dersek  
 $IE=2a$  ,  $IF=6a$   
 $EK=3GK=3KC$   
 $EC=20a$   
 $A(ECG)=20a \cdot 5a/2=25$  ise  
 $\text{Alan}(ABCD)=288a^2=144$  olur

### CEVAP

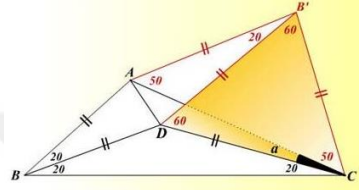
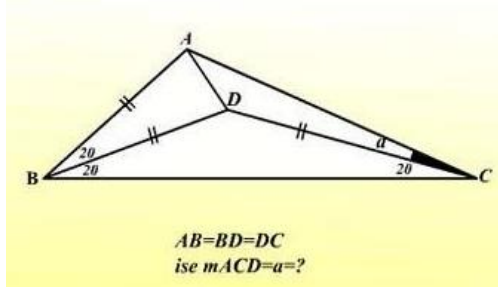


$GE$  nin uzantısı  $AB$  yi  $K$  da kessin  
 $EKF$  dik üçgeninde  $EH=2k$  dikmesini  
 çizip öklit uygularsak  $KH=KA=k$   
 Tarafı şekilde kelebek benzerliği uygulanırsa  
 $GC=5k$  bulunur.  
 $A(ECG)=5a \cdot 5k \sin 45/2=25$  ise  
 $\text{Alan}(ABCD)=6a \cdot 12k \cdot \sin 45=144$  olur

## EK2'nin devamı

Uzman Görüşü

**SORU**



## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Muhammed Ömer KÜÇÜKKAHVECİ  
Doğum Yeri ve Yılı : Tosya 1981  
Medeni Hali : Bekar  
Yabancı Dili : İngilizce (orta düzeyde)  
E-posta : mkuygar@gmail.com



### Eğitim Durumu

Lise : Göl Anadolu Öğretmen Lisesi, 1998  
Lisans : Atatürk Üniversitesi, 2004

### Mesleki Deneyim

İş Yeri : Göl Anadolu Lisesi, halen devam etmekte.