T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ

YEDİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİNİN SOLO TAKSONOMİSİ DÜZEYLERİNE GÖRE İNCELENMESİ

BUSE KIZILKAYA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

PROF. DR. AHMET KAÇAR

HAZİRAN - 2026
KASTAMONU

TEZ ONAYI

Buse KIZILKAYA tarafından hazırlanan "**YEDİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİNİN SOLO TAKSONOMİSİ DÜZEYLERİNE GÖRE İNCELENMESİ**" adlı tez çalışmasının savunma sınavı **23.06.2026** tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği ile Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Danışman	Prof. Dr. Ahmet KAÇAR Kastamonu Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Yaşar AKKAN Trabzon Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Doç. Dr. İbrahim KEPCEOĞLU Kastamonu Üniversitesi	.....

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Enstitü Müdürü Prof. Dr. Selahattin KAYMAKCI .....

TAAHHÜTNAME

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu; ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını, bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini bildirir ve taahhüt ederim.

Buse KIZILKAYA

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

YEDİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİNİN SOLO TAKSONOMİSİ DÜZEYLERİNE GÖRE İNCELENMESİ

BUSE KIZILKAYA

KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ
DANIŞMAN: PROF. DR. AHMET KAÇAR

Cebir, matematik öğretimi için temel yapı taşlarından biri konumundadır. Cebirsel düşünme ise matematikte örüntüleri, ilişkileri ve genellemeleri fark ederek bunları sembollerle ifade etme becerisi kazandırması sayesinde soyutlama, problem çözme ve analitik düşünme yetilerini geliştirmesi yönü ile matematik öğretimi açısından büyük bir öneme sahiptir. Eğitim açısından ise matematik öğretimini yalnızca aritmetik düzeyde işlemleri uygulamaktan çıkarıp matematiksel ilişkileri anlamlandırılmasını sağlayarak ileri düzey matematiksel düşünmelerin gerçekleşmesini sağlar. Fakat birçok çalışma öğrencilerin cebir ve cebirsel düşünme alanında güçlükler yaşamakta olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin bu alanda sıklıkla güçlük yaşaması, cebirin öğretimi ve öğrenimini daha derinlemesine incelemeyi gerekli kılmaktadır. Cebirsel düşünme, yalnızca cebirsel işlemleri kapsayan dar bir alanla sınırlı olmayıp, sembollerle ilişki kurma, çoklu temsilleri kullanma ve genelleme yapma gibi üst düzey bilişsel süreçleri içeren geniş bir kavram olarak tanımlanmaktadır. Bu bağlamda, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesi, onların matematiksel öğrenme süreçlerini anlamak açısından önemli bir adım oluşturmaktadır. Bu çalışma ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini "semboller ve cebirsel ilişkiler kurma", "çoklu temsilleri kullanma" ve "genellemeleri formüle etme" boyutları temel alınarak SOLO taksonomisi bağlamında değerlendirilmesini ve öğrencilerin SOLO Taksonomisi'nin beş bilişsel aşamasında hangi düzeyde olduğunun tespit edilmesini amaçlamaktadır. Çalışma, 2024-2025 eğitim-öğretim yılının ikinci yarıyılında Türkiye'nin kuzeyinde yer alan bir ilde bulunan iki devlet ortaokulunda öğrenim gören toplam 47 yedinci sınıf öğrencisi ile yapılmıştır. Çalışma cebirsel ifadeler ve eşitsizlikler konuları kapsamında öğrencilerin sahip oldukları hazırbulunuşluklar doğrultusunda gerçekleştirilmiştir. Veriler araştırmacı tarafından geliştirilen ve uzman görüşleri doğrultusunda düzenlenen, cebirsel ifadeler ve eşitlik denklem konularında oluşturulan 10 adet açık uçlu soru barındıran ölçme aracı ile elde edilmiştir. Araştırmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiş, öğrencilerin yanıtları içerik analiziyle değerlendirilmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin SOLO Taksonomisi düzeyleri belirlenmiş, cebirsel düşünmenin alt boyutlarına göre SOLO taksonomisi düzeyleri dağılımları tespit edilmiş ve cebirsel düşünme boyutlarına ilişkin yanıtları, SOLO taksonomisi düzeyleri açısından dağılımı incelenmiştir. Elde edilen bulgular doğrultusunda SOLO Taksonomisi düzeylerinin dağılımına bakıldığında, öğrencilerin %55'sinin yapı öncesi düzeyde yer aldığı tespit edilmiştir. Yanıt birimi düzeyindeki genel dağılımda yalnızca bir yanıt soyutlanmış yapı düzeyinde yer almıştır; cebirsel düşünme boyutları ortalamalarına göre

ise soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci bulunmamıştır. Ayrıca tek yönü yapı düzeyinde %16 oranında tespit edilen cevaplar, öğrencilerin kavramsal bütünlük kurmada zorlandıklarını göstermiştir. Cebirsel düşünmeye ait bulguların tespiti için problemler cebirsel düşünmenin üç alt boyutu olan genellemeleri formüle etme, çoklu gösterimden yararlanma ve ilişki kurma becerilerine göre sınıflandırılmış ve her bir beceri alanına ilişkin öğrenci yanıtları SOLO Taksonomisi düzeylerine göre puanlanmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda, öğrencilerin genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutundaki en fazla %42,6 oranıyla tek yönlü yapı düzeyinde, ardından %25,5 oranıyla yapı öncesi düzeyde yer aldıkları ve en az %2,1 ile ilişkisel yapı düzeyinde oldukları belirlenmiştir. Çoklu temsillerden yararlanma ve temsiller arası ilişki kurma boyutundaki öğrencilerin %38,2'sinin çok yönlü yapı düzeyinde, %10,8'inin ise ilişkisel yapı düzeyinde bulunduğu görülmüştür. Son olarak, sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutuna ilişkin öğrenci cevaplarının %51 ile büyük çoğunluğunun yapı öncesi düzeyinde yer aldığı tespit edilmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Cebirsel Düşünme, SOLO Taksonomi, Matematik Eğitimi, Cebirsel İfadeler.

Haziran 2026, 112 Sayfa

ABSTRACT

MSC THESIS

EXAMINATION OF ALGEBRAIC THINKING SKILLS OF 7TH GRADE STUDENTS ACCORDING TO SOLO TAXONOMY LEVELS

BUSE KIZILKAYA

KASTAMONU UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
MATHEMATICS EDUCATION
SUPERVISOR: PROF. DR. AHMET KAÇAR

Algebra constitutes a fundamental building block of mathematics education. Algebraic thinking, by enabling students to recognize patterns, relationships, and generalizations and to express them symbolically, contributes to the development of abstraction, problem-solving, and analytical thinking skills, making it highly important in mathematics instruction. From an educational perspective, algebraic thinking extends mathematics teaching beyond mere arithmetic operations by helping students understand mathematical relationships, thereby supporting the development of higher-order mathematical reasoning. However, numerous studies indicate that students often experience difficulties in algebra and algebraic thinking, highlighting the need for a deeper examination of algebra teaching and learning. Algebraic thinking is not limited to narrow procedural skills; it encompasses higher-order cognitive processes, such as establishing relationships with symbols, utilizing multiple representations, and making generalizations. In this context, determining students' levels of algebraic thinking constitutes an important step toward understanding their mathematical learning processes. This study aims to evaluate the algebraic thinking levels of seventh-grade students based on the dimensions of "establishing symbolic and algebraic relationships," "using multiple representations," and "formulating generalizations," within the framework of the SOLO Taxonomy, and to determine their positions within its five cognitive levels. The study was conducted during the second semester of the 2024–2025 academic year with 47 seventh-grade students from two public middle schools in the northern region of Turkey. It focused on students' prior knowledge in the context of algebraic expressions and inequalities. Data were collected using a ten-item open-ended scale, developed by the researcher and refined based on expert opinions, which included problems on algebraic expressions and equations. A qualitative research approach was adopted, and students' responses were analyzed through content analysis. Based on the findings, students' SOLO Taxonomy levels were identified, the distribution of SOLO levels across the sub-dimensions of algebraic thinking was determined, and students' responses to each dimension of algebraic thinking were examined according to the SOLO Taxonomy levels. The findings revealed that 55% of the students were at the prestructural level of the SOLO Taxonomy. Regarding the overall distribution of response units, only one response reached the extended abstract level, whereas no student attained this level when the averages of the algebraic thinking dimensions were considered. Additionally, 16% of responses were at the uni-structural level, indicating challenges in establishing conceptual coherence. To assess algebraic thinking sub-dimensions, problems were classified according to formulating generalizations, using multiple representations, and establishing

relationships, and students' responses were scored based on SOLO Taxonomy levels. The results showed that in formulating generalizations, 42,6% of students were at the uni-structural level, 25,5% at the pre-structural level, and only 2,1% at the relational level. In using multiple representations, 40% of students were at the multi-structural level, and 8% at the relational level. In terms of the skill of using multiple representations, 38,2% of students were at the multi-structural level, while 10,8% were at the relational level. In the establishing relationships skill, 51% of students were at the pre-structural level, while only 2% reached the relational level.

KEYWORDS: Algebraic Thinking, SOLO Taxonomy, Mathematics Education, Algebraic Expressions.

June 2026, 112 Page

TEŞEKKÜR

Araştırmamın başlangıcından sonuna kadar sakin ve anlayışlı tavrı ile rehber olan, bilgi ve tecrübeleri ile her zaman yol gösteren, yapıcı eleştirileri ile çalışmamı daha nitelikli bir noktaya taşıyan saygı değer hocam Prof. Dr. Ahmet Kaçar'a teşekkürlerimi sunarım.

Bu zorlu süreçte beni tezi en güzel şekilde bitirebileciğim yönünde her zaman motive eden kendime olan inancımı pekiştirmemi sağlayan ve her zaman desteği ile yanımda olan sevgili eşim Kubilay'a ayrıca her zaman yanımda olan, maddi ve manevi olarak her zaman destek olan annem, babam ve kardeşime yürekten teşekür ederim.

BUSE KIZILKAYA

Kastamonu, 2026

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEZ ONAYI ... **ii**
TAAHHÜTNAME ... **iii**
ÖZET ... **iv**
ABSTRACT ... **vi**
TEŞEKKÜR ... **viii**
İÇİNDEKİLER ... **ix**
ŞEKİLLER DİZİNİ ... **xi**
TABLOLAR DİZİNİ ... **xii**
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ ... **xiii**
1. GİRİŞ ... **1**
1.1 Matematiksel Düşünme Süreçlerinin Sınıflandırılmasında Taksonomiler ... 1
1.1.1 Bloom Taksonomisi ... 3
1.1.2 SOLO Taksonomisi ... 4
1.1.2.1 SOLO taksonomisi düzeyleri ... 8
1.2 Matematiksel ve Cebirsel Düşünme ... 13
1.2.1 Matematiksel Düşünme ... 13
1.2.2 Cebirsel Düşünme ... 15
1.2.2.1 Cebirsel düşünmenin ana boyutları ... 18
1.3 Araştırmanın Önemi ... 21
1.4 Araştırmanın Amacı ... 23
1.5 Araştırmanın Alt Problemleri ... 23
1.6 Sınırlılıklar ... 24
2. İLGİLİ ÇALIŞMALAR ... **25**
2.1 SOLO Taksonomi ile İlgili Çalışmalar ... 25
2.2 Cebir ve Cebirsel Düşünme ile İlgili Çalışmalar ... 29
3. YÖNTEM ... **35**
3.1 Araştırmanın Modeli ... 35
3.2 Çalışma Grubu ... 36
3.3 Veri Toplama Araçları ... 37
3.4 Uygulama Süreci ... 40
3.5 Verilerin Analizi ... 41
4. BULGULAR ... **47**
4.1 Cebir Öğrenme Alanına Yönelik Görevlerdeki Yanıtların SOLO Taksonomisi Düzeyleri Bağlamında Betimlenmesi ... 47
4.2 Cebirsel Düşünmenin Temel Boyutları Bağlamında SOLO Taksonomisi Düzeylerinin Dağılımı ... 55
4.2.1 Sembolik Dil ve Cebirsel İlişkileri Kullanma Boyutuna İlişkin Bulgular ... 55
4.2.2 Çoklu Temsillerden Yararlanma ve Temsiller Arası İlişki Kurma Boyutuna İlişkin Bulgular ... 62
4.2.3 Genellemelere Ulaşma ve Formüle Etme Boyutuna İlişkin Bulgular ... 66

4.3 Cebirsel Düşünme Boyutlarına İlişkin Yanıtların SOLO Taksonomisi Düzeylerine Göre Dağılımı 71
5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR 74
5.1 SOLO Taksonomisi Düzeylerine İlişkin Bulguların Tartışılması 74
5.2 Cebirsel Düşünme Boyutlarına Göre SOLO Taksonomisi Düzeylerine İlişkin Bulguların Tartışılması 77
5.2.1 Sembolik Dil ve Cebirsel İlişkileri Kullanma Boyutuna İlişkin Bulguların Tartışılması 77
5.2.2 Çoklu Temsillerden Yararlanma ve Temsiller Arası İlişki Kurma Boyutuna İlişkin Bulguların Tartışılması 80
5.2.3 Genellemelere Ulaşma ve Formüle Etme Boyutuna İlişkin Bulguların Tartışılması 84
5.3 Cebirsel Düşünme Boyutlarına İlişkin SOLO Taksonomisi Düzey Dağılımlarının Tartışılması 87
6. ÖNERİLER 90
6.1 Araştırmanın Bulgularına Dayalı Öneriler 90
6.2 Gelecek Araştırmalara Yönelik Öneriler 91
KAYNAKLAR 93
EKLER 103
EK A. Cebirsel Düşünme Düzeyi Ölçme Aracı 104
EK B. Etik Kurulu İzini 109
EK C. Tez Onayı 110
EK D. Milli Eğitim Müdürlüğü Çalışma İzin Onayı 111
ÖZGEÇMİŞ 112

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1 SOLO taksonomisi düzeyleri 7
Şekil 1.2 SOLO taksonomisi düzeyleri arasındaki ilişki 10
Şekil 1.3 Kare örüntüsü sorusu 11
Şekil 1.4 Düşünme ve matematiksel düşünme alt düşünme biçimleri 14
Şekil 3.1 Farklı kodlanan öğrenci yanıtına ilişkin örnek 46
Şekil 4.1 Yedinci sınıf öğrencilerinin ölçme aracına verdikleri yanıtların SOLO taksonomisi düzeylerine göre dağılımı 49
Şekil 4.2 Yapı öncesi düzeyinde öğrenci cevabı örneği 50
Şekil 4.3 Tek yönlü yapı düzeyinde öğrenci cevabı örneği 51
Şekil 4.4 Çok yönlü yapı düzeyinde öğrenci cevabı örneği 52
Şekil 4.5 İlişkisel yapı düzeyinde öğrenci cevabı örneği 53
Şekil 4.6 Soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci cevabı örneği 54
Şekil 4.7 İlişki kurma becerisi 2. Soru öğrenci cevabı örneği 58
Şekil 4.8 İlişki kurma becerisi 5. Soru öğrenci cevabı örneği 59
Şekil 4.9 İlişki kurma becerisi 4. Soru öğrenci cevabı örneği 60
Şekil 4.10 İlişki kurma becerisi 9. Soru alt soruları öğrenci cevabı örneği 61
Şekil 4.11 İlişki kurma becerisi 7. Soru alt soruları öğrenci cevabı örneği 62
Şekil 4.12 Çoklu temsillerden yararlanma boyutunda 3. Soru öğrenci cevabı örneği 64
Şekil 4.13 Çoklu temsillerden yararlanma boyutunda 6. Soru öğrenci cevabı örneği 65
Şekil 4.14 Çoklu temsillerden yararlanma boyutunda 8a sorusu öğrenci cevabı örneği 66
Şekil 4.15 Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda 8b sorusu öğrenci cevabı örneği 68
Şekil 4.16 Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda 1a sorusu öğrenci cevabı örneği 69
Şekil 4.17 Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda 10a sorusu öğrenci cevabı örneği 70
Şekil 4.18 Öğrencilerin cebirsel düşünmenin temel boyutlarındaki SOLO düzeylerine göre dağılımı 72

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 1.1 Bilişsel alan taksonomileri 3
Tablo 1.2 Revize edilmiş bloom taksonomisinin iki boyutlu yapısı 4
Tablo 1.3 Bilişsel gelişimin Piaget ve SOLO evrelerine göre aşamaları 5
Tablo 1.4 Yüzeysel yapı ve derin yapı 7
Tablo 1.5 SOLO taksonomisi düzeyleri ve gösterge fiilleri 8
Tablo 3.1 Yedinci sınıf cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem konularına ilişkin kazanım-soru dağılımı 38
Tablo 3.2 Ölçme aracında yer alan soruların cebirsel düşünmenin üç alt boyutuna göre dağılımı 39
Tablo 3.3 SOLO taksonomisi düzeylerine ilişkin kodlamalar 43
Tablo 4.1 Yedinci sınıf öğrencilerinin ölçme aracına verdikleri yanıtların solo taksonomisi düzeylerine göre dağılımı 48
Tablo 4.2 Öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutundaki SOLO düzeylerine göre dağılımı 56
Tablo 4.3 Öğrencilerin çoklu temsillerden yararlanma ve temsiller arası ilişki kurma boyutundaki SOLO düzeylerine göre dağılımı 63
Tablo 4.4 Öğrencilerin genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutundaki SOLO düzeylerine göre dağılımı 67
Tablo 4.5 Öğrencilerin cebirsel düşünmenin temel boyutlarındaki SOLO düzeylerine göre dağılımı 71

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar

ÇYYD	**:** Çok Yönlü Yapı Düzeyi
İYD	**:** İlişkisel Yapı Düzeyi
NCTM	**:** Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi
SOLO	**:** Gözlemlenebilen Öğrenme Çıktılarının Yapısı
SYD	**:** Soyutlanmış Yapı Düzeyi
TYYD	**:** Tek Yönlü Yapı Düzeyi
YÖD	**:** Yapı Öncesi Düzey

1. GİRİŞ

Bu bölümde, araştırmanın amacı doğrultusunda çalışmanın kuramsal temelini oluşturan kavram ve yaklaşımlara yer verilmiştir. Bu kapsamda öncelikle öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini anlamlandırmada kullanılan taksonomiler ele alınmış; ardından cebirsel düşünmenin yapısı, bileşenleri ve öğrenme sürecindeki yeri açıklanmıştır. Böylece araştırmada öğrencilerin cevaplarını değerlendirmek ve cebirsel düşünme düzeylerini yorumlamak için kullanılan teorik çerçevenin kavramsal dayanakları ortaya konulmuştur.

1.1 Matematiksel Düşünme Süreçlerinin Sınıflandırılmasında Taksonomiler

Matematik, tarihsel süreç içerisinde hem bilimsel hem de toplumsal yaşamın temel bileşenlerinden biri olarak önemini sürekli artırmıştır. Doğa bilimleri, teknoloji, mühendislik, finans ve meteoroloji gibi birçok bilim alanının yanı sıra müzik ve resim gibi sanat dallarında da matematiksel düşünme ve temsil biçimlerinden yararlanılmaktadır. Bu yönüyle matematik, farklı disiplinlerin anlaşılmasında, açıklanmasında ve geliştirilmesinde temel bir araç işlevi görmektedir.

Matematik, bireylerin düşünme, sorgulama ve araştırma becerilerini geliştiren; problem durumlarını analiz etme sürecinde yol gösterici bir işlev üstlenen temel bir bilim dalıdır (Yenilmez ve Kağancı, 2023). Bu nedenle matematik, düşüncenin gelişmesi, düzenlenmesi ve işlevsel hâle gelmesi bakımından en çok ihtiyaç duyulan bilim alanlarından biri olarak görülmektedir (Günhan, 2006). Aynı zamanda bireylerin bilişsel gelişimini desteklemede önemli bir rol üstlenen matematik, öğrenilmesi ve öğretilmesi gereken temel bir bilim alanı olarak değerlendirilmektedir (Orbeyi, 2007).

Geçmişten günümüze yaşamın farklı alanlarında etkisini sürdüren matematiğin önemi giderek artmış; bu durum, bilimsel ilerlemenin matematik öğretimiyle yakından ilişkili olduğu düşüncesini de beraberinde getirmiştir (Altun, 2006). Matematik eğitimi, yalnızca sayı ve işlemler kapsamında ele alınabilecek basit hesaplama becerileriyle sınırlı değildir. Bunun ötesinde bireylere akıl yürütme, analiz etme, ilişki kurma, tahmin etme ve problem çözme gibi üst düzey düşünme becerileri kazandırmayı

amaçlamaktadır (Umay, 2003). Matematik eğitiminin formal biçimde gerçekleştirildiği ilk kurumsal ortam okullardır. Bu nedenle okullarda yürütülen matematik öğretimi kapsamında kazandırılması hedeflenen bilgi, beceri ve davranışların sistemli bir biçimde düzenlenebilmesi için öğretim programları önemli bir işlev üstlenmektedir. Matematik eğitiminin bireylere kazandırmayı amaçladığı bilgi, beceri ve düşünme süreçlerinin sistemli biçimde yapılandırılabilmesi, öğretim programlarının niteliği ve bu programlarda yer alan hedeflerin nasıl düzenlendiği ile yakından ilişkilidir.

Öğretim programları, bir dersin öğretiminde okul içinde ve okul dışında gerçekleştirilecek tüm eğitim-öğretim etkinliklerine yön veren temel bir rehber niteliğindedir (Demirel, 2010; Ersoy, 2006). Türkiye'de matematik öğretim programları, zaman içerisinde ortaya çıkan bilimsel, toplumsal ve eğitimsel gelişmeler doğrultusunda çeşitli değişim ve güncellemelerden geçmiştir. Cumhuriyet'in ilanından bu yana ortaokul matematik öğretim programlarında 1924, 1930, 1938, 1949, 1951, 1962, 1970, 1988, 1995, 1997, 2002, 2005, 2009, 2013, 2015, 2018 ve 2024 yıllarında önemli düzenlemeler yapılmıştır. Bu düzenlemeler içerisinde 2018 yılında hazırlanan matematik öğretim programı, uzun süre uygulamada olan temel programlardan biri olmuş; 2024 yılında ise bu program üzerine yeni bir düzenleme yapılarak Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli oluşturulmuştur. Yeni programın, 2024-2025 eğitim-öğretim yılından itibaren beşinci sınıf düzeyinden başlanarak kademeli biçimde tüm sınıf düzeylerinde uygulanması planlanmıştır.

Uygulanan öğretim programları temel olarak hedef, içerik, eğitim-öğretim süreçleri ve ölçme-değerlendirme olmak üzere dört ana ögeden oluşmaktadır. Programın temel ögelerinden biri olan hedefler, öğretim sürecinde kazandırılması amaçlanan bilgi, beceri ve davranışların sistemli biçimde düzenlenmesine olanak sağlamaktadır. Bu doğrultuda öğretim programlarında yer alan hedeflerin ve bu hedeflere bağlı olarak hazırlanan kazanımların belirli ölçütlere göre sınıflandırılması hem program geliştirme çalışmalarına hem de öğretimin etkililiğinin değerlendirilmesine katkı sunmaktadır (Bloom, 1956; Krathwohl, 2002). Hedeflerin sınıflandırılmasına yönelik ilk kapsamlı çalışma, 1948 yılında Amerika Birleşik Devletleri'ndeki yükseköğretim kurumlarında görev yapan araştırmacılar tarafından başlatılmıştır (Yüksel, 2007). Bu çalışma,

hedeflenen tüm öğrenme alanlarını kapsayan geniş bir sınıflandırma amacı taşımasına rağmen, ilk aşamada yalnızca bilişsel alanla sınırlı kalmıştır (Bloom, 1956). Daha sonraki yıllarda bilimsel gelişmeler ve eğitim alanındaki araştırmalar doğrultusunda bilişsel, duyuşsal ve psikomotor öğrenme alanlarına ilişkin hedef ve davranışların sınıflandırılmasına yönelik çeşitli taksonomi çalışmaları yapılmıştır (Yenilmez ve Kağancı, 2024). Bu sınıflandırmalara ilişkin taksonomiler Tablo 1.1'de sunulmuştur.

Tablo 1.1 Bilişsel alan taksonomileri (Arı, 2013)

Bilişsel Alan Taksonomileri				
Bloom Taksonomi	SOLO Taksonomi	Anderson Taksonomi	Fink Taksonomi	Dettmer Taksonomi
(Bloom vd., 1956)	(Biggs ve Collis, 1982)	(Anderson vd., 2000)	(Fink, 2003)	(Dettmer, 2006)

Tablo 1.1'de görüldüğü üzere zaman içinde farklı bilişsel olarak sınıflandırmaların yapıldığı taksonomiler oluşturulmuştur. Bunlar Bloom Taksonomisi, Anderson Taksonomisi, Dettmer Taksonomisi, SOLO Taksonomi ve Fink Taksonomisidir.

1.1.1 Bloom Taksonomisi

Benjamin Bloom, 1956 yılında bilişsel alanına yönelik altı basamaklı, davranışların ve hedeflerin kategorize edilmesini amaçlayan Bloom Bilişsel Alan Taksonomisini oluşturmuştur (Birgin, 2016). Bu basamaklar; bilgi, kavrama, uygulama, analiz, sentez ve değerlendirme düzeylerinden oluşmaktadır (Bloom, 1956). Taksonomide düzeyler hiyerarşik bir yapı göstermekte ve daha düşük düzeyli bilişsel süreçlerden daha karmaşık bilişsel süreçlere doğru ilerlemektedir. Bilişsel öğrenme alanlarına yönelik Bloom ve diğerleri tarafından oluşturulan sınıflandırma dönemin eğitim anlayışı çerçevesinde şekillenmiştir. Bu nedenle günümüzde uygulanan yapılandırmacı yaklaşım ile ölçülmesi öngörülen üst düzey bilişsel becerileri analiz etme konusunda yetersiz kaldığı tespit edilmiştir. Bloom'un taksonomisindeki tek boyutta sıralamanın yerine üst düzey bilişsel becerilerin sınıflandırılabileceği biçimde değiştirilmesi amacıyla taksonomi Anderson ve Krathwohl tarafından yeniden yapılandırılmıştır (Anderson ve Krathwohl, 2001). Yapılan değişiklikler sonrasında taksonomi sınıflandırması 'Bilişsel Süreç Boyutları' ve 'Bilgi Boyutu' olarak iki boyuta ayrılmıştır. Bu sayede süreç ve bilgi açısından değerlendirilmenin yapılması

amaçlanmıştır (Krathwohl, 2002). Yenilenmiş taksonominin iki boyutu ve düzeyleri Tablo 1.2'de sunulmuştur.

Tablo 1.2 Revize edilmiş bloom taksonomisinin iki boyutlu yapısı (Krathwohl, 2002)

Bilgi boyutu	Bilişsel süreç boyutu					
	1.Hatırlama	2.Anlama	3.Uygulama	4.Analiz Etme	5.Değerlendirme	6.Yaratma
A. Olgusal bilgi	X					
B. Kavramsal bilgi		X		X		X
C. İşlemsel bilgi			X			
D. Bilişüstü bilgi						

Tablo 1.2'de görüldüğü üzere Yenilenmiş Bloom Taksonomisi iki boyutlu bir yapıya sahiptir. Yenilenmiş taksonomide bilgi, yalnızca bir bilişsel basamak olarak değil; olgusal, kavramsal, işlemsel ve bilişüstü bilgi türlerinden oluşan ayrı bir boyut olarak ele alınmıştır. Taksonominin ikinci boyutu da bilişsel süreç boyutudur. Bu kısmın alt boyutlarında ise hiyerarşik olarak hatırlama, anlama, uygulama, analiz etme, değerlendirme ve yaratma basamakları yer almaktadır.

1.1.2 SOLO Taksonomisi

İlk bilişsel sınıflandırma taksonomisi, Bloom tarafından 1956 yılında ortaya konulan Bilişsel Alan Taksonomisi'dir. Bloom'un geliştirdiği bu taksonomi, değişen eğitim anlayışı ve üst düzey düşünme becerilerinin daha kapsamlı biçimde değerlendirilebilmesi ihtiyacı doğrultusunda Anderson ve Krathwohl tarafından yeniden yapılandırılmıştır (Anderson ve Krathwohl, 2001). İlk kez 1956 yılında geliştirilen Bloom Taksonomisi, günümüzde de eğitim alanındaki önemini ve işlevselliğini korumaktadır (Arı, 2013). Ancak Bloom Taksonomisi kullanılarak kazanımların ya da ölçme-değerlendirme sorularının hangi bilişsel düzeyde yer aldığını belirleme sürecinde bazı belirsizliklerin ortaya çıkabildiği ifade edilmektedir. Bunun yanında Bloom Taksonomisi daha çok öğrenme çıktılarının bilişsel düzeylerini

sınıflandırmaya odaklanırken, öğrencilerin verdikleri yanıtların niteliğini ve yapısal karmaşıklığını değerlendirmeye yönelik farklı bir sınıflandırma yaklaşımına da ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda Hattie ve Purdie (1998), SOLO taksonomisinin Bloom Taksonomisi'nden kaynaklanabilecek bazı sınırlılıkların giderilmesine katkı sağlayabileceğini ve bu nedenle ilgili çalışmalarda SOLO taksonomisinden yararlanılmasının uygun olacağını belirtmiştir.

SOLO Taksonominin adı İngilizcesi 'Structure of the Observed Learning Outcomes' olan kelimelerin baş harflerinden oluşan kısaltma ile oluşmuştur. Türkçe karşılığı 'Gözlemlenebilen Öğrenme Çıktılarının Yapısı' olarak ifade edilmektedir. SOLO taksonomisi John Biggs ve Kevin Collis tarafından 1982 tarihli çalışmalarında gözlemlenebilen öğrenme çıktılarının nitelik açısından değerlendirilmesi için oluşturulmuştur (Biggs ve Collis, 1982). Taksonominin, öğrenme çıktılarının hem niceliğine hem de niteliğine ilişkin analiz olanağı sunarak değerlendirme sürecinde kullanılabilecek kapsamlı bir ölçüt niteliği taşıdığı belirtilmektedir (Maddrell, 2011). SOLO taksonomisi öğrencilerin problem durumlarına verdikleri cevapların incelemesini yaparak bilişsel anlamda hangi düzeyde olduklarını ortaya koymayı sağlayan bir sınıflandırma örneğidir. SOLO taksonomisi, bilişsel gelişimi farklı dönemler ve evreler üzerinden açıklayan ve bu evreleri mantıksal bir çerçevede tanımlayan Piaget'in bilişsel gelişim kuramı temel alınarak oluşturulmuştur (Biggs ve Collis, 1991). Piaget ve SOLO evrelerine göre aşamaları Tablo 1.3'de gösterilmiştir.

Tablo 1.3 Bilişsel gelişimin Piaget ve SOLO evrelerine göre aşamaları (Çelik, 2007)

Piaget'in Evreleri	SOLO Evreleri
Duyusal Motor	Duyusal Motor
İşlem Öncesi	İmgesel
Somut İşlemler	Somut Sembolik
Soyut İşlemler	Soyut
	Soyut Sonrası

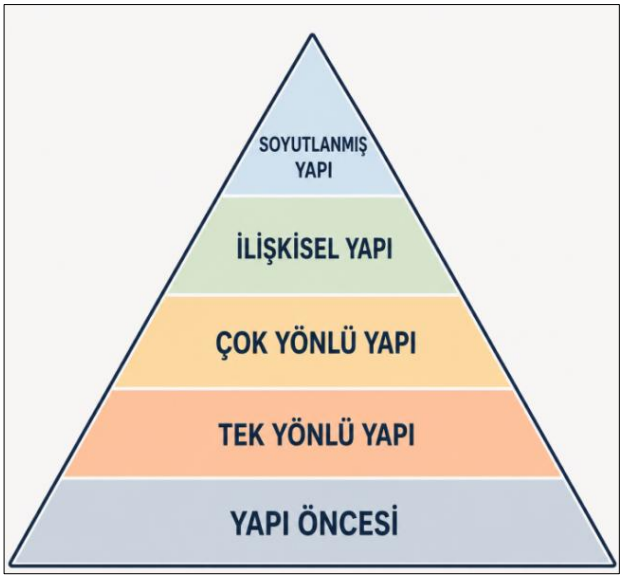
Tablo 1.3'de görüldüğü üzere Piaget'in bilişsel gelişim evrelerinden yola çıkılarak SOLO taksonomisi geliştirilmiştir. Evreler kendi özelliğini niteleyen mantıksal yapılar ile tanımlanmıştır (Biggs ve Collis, 1991; Pegg ve Tall, 2005). Biggs ve Collis tarafından geliştirilen SOLO taksonomisi, Piaget'in bilişsel gelişim kuramında aynı

evrede değerlendirilen bazı öğrenme çıktılarının farklı düzeylerdeki öğrencilerde görülebilmesi durumunu açıklamak amacıyla oluşturulmuştur. SOLO taksonomisinde öğrenme çıktılarının niceliğinden çok niteliği önemsenmekte; diğer bir ifadeyle taksonomi, öğrencilerin verdikleri cevapların niteliksel yapısına odaklanmaktadır (Pegg ve Tall, 2005). Bu yönüyle SOLO taksonomisi, Piaget'in bilişsel gelişim evrelerinden ayrılmaktadır.

Biggs ve Collis (1982) tarafından geliştirilen SOLO taksonomisi, konu içeriğinden bağımsız bir yapıya sahip olması nedeniyle matematik dışındaki farklı disiplinlerde de kullanılabilen kapsamlı bir eğitim taksonomisi olarak değerlendirilmektedir (Chan vd., 2002). SOLO taksonomisinin sadece ölçme ve değerlendirme süreci için değil kazandırılmak istenilen öğrenme çıktılarını kazandırmak, öğretim programlarındaki kazanımlarının oluşturulmasında da kullanılabilecek bir taksonomi konumundadır.

SOLO Taksonomisi, farklı eğitim kademelerinde öğrencilerin yanıtlarının yapısal niteliğini değerlendirmek amacıyla kullanılmaktadır. SOLO taksonomisi, katılımcıların cevaplarını veya tepkilerini analiz etmeye odaklanan; cevapların niceliksel boyutundan çok niteliksel yapısını ortaya koymaya yardımcı olan bir sınıflandırma yaklaşımıdır.

Taksonomi, hiyerarşik bir düzen içinde bulunan beş düzeyden oluşmaktadır. Her bir düzey bir sonraki düzey için zemin oluşturmaktadır (Konyalıhatipoğlu, 2016). Düzeyler arasındaki geçişte aşamalılık söz konusudur. Hiyerarşik bir yapıya sahip olan SOLO taksonomisinde, düzeyler arasında bir üst seviyeye geçildikçe ilgili görev ya da öğrenme çıktısının niteliğinin arttığı kabul edilmektedir (Biggs ve Collis, 1979). SOLO Taksonomisinin hiyerarşik bir düzen içerisinde bulunan beş düzeyi; Yapı Öncesi (YÖ), Tek Yönlü Yapı (TYY), Çok Yönlü Yapı (ÇYY), İlişkisel Yapı (İY) ve Soyutlanmış Yapı (SY) şeklindedir (Biggs ve Collis, 1982). SOLO Taksonomisine ait düzeyler Şekil 1.1'de sunulmuştur.



Şekil 1.1 SOLO taksonomisi düzeyleri

Şekil 1.1'de görüldüğü üzere SOLO taksonomisinde yapı öncesi düzey en alt basamakta, soyutlanmış yapı düzeyi ise en üst basamakta yer almaktadır. Bu sınıflandırma basamakları arasında bir üst basamağa geçişte öğrencilerin vermiş oldukları cevapların yapısal karmaşıklığı artmaktadır. Bir üst basamağa geçildikçe mantıksal bütünlük, ilişkilendirmeler ve olayları çok boyutlu bir düzlemde analiz etme kapasitesi artmaktadır (Biggs ve Collis, 1991; Chan vd, 2002). SOLO taksonomisi düzeyleri kendi içinde yüzeysel yapı ve derin yapı olmak üzere iki gruba ayrılabilir; yüzeysel yapı niceliksel artışı, derin yapı ise niteliksel artışı ifade etmektedir. Bu iki grup olan yüzeysel yapı ve derin yapının ayırımı Tablo 1.4'te sunulmuştur.

Tablo 1.4 Yüzeysel yapı ve derin yapı (Elazzabi ve Kaçar, 2020)

	Yüzeysel Yapı	Derin Yapı
SOLO Taksonomisi Düzeyleri	Tek Yönlü Yapı Çok Yönlü Yapı	İlişkisel Yapı Soyutlanmış Yapı

Tablo 1.4'te görüldüğü üzere SOLO taksonomisinde tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeyleri yüzeysel yapı kapsamında değerlendirilmektedir. Bu düzeyler arasındaki geçişte niteliksel bir artış olmaz niceliksel olarak öğrenmeler artar. Tek yönlü yapı düzeyinden çok yönlü yapı düzeyine ulaşan öğrenci konunun birçok yönünü görebilmesi nedeni ile niceliksel olarak bilgi artışı olur. İlişkisel yapı ve soyutlanmış yapı düzeylerinde de öğrenme çıktılarında niteliksel bir artış görülmektedir. Bu iki

düzey arasındaki geçişte, neden-sonuç bağlantısı kurma gibi süreçler aracılığıyla bilginin daha yoğun biçimde anlamlandırılması ve kullanılması söz konusu olmaktadır.

Taksonomi katılımcıların cevaplarına göre düşünme seviyelerinin ve bilgi seviyelerinin tespit edilmesine yarar. Bu sebep ile taksonomi öğrenmeler ile ilgili olarak katılımcılar için konunun ne düzeyde anlaşıldığını ve problem çözme yeterliliklerinin tespitini sağlamakta önemli bir yere sahiptir (Groth ve Bergner, 2006; Lian ve Idris 2006). Taksonominin düzeylerinin ve düzeyleri niteleyen gösterge fiilleri Tablo 1.5' da sunulmuştur.

Tablo 1.5 SOLO taksonomisi düzeyleri ve gösterge fiilleri (Doğan, 2020; Görpe, 2022)

SOLO Düzeyleri	Niceliksel Artış ve Yüzeysel Öğrenme			Niteliksel Artış ve Derin Öğrenme	
	Yapı Öncesi	Tek Yönlü Yapı	Çok Yönlü Yapı	İlişkisel Yapı	Soyutlanmış Yapı
Gösterge Fiiller	Problemde verilenleri tekrar etmek 'Bilmiyorum' demek Cevap vermemek	Açıklamak Tanımlamak Ezberlemek Basit işlemler uygulamak İsimlendirmek	Birleştirmek Sınıflandırmak İlişkilendirmek Algoritma ve yöntemleri uygulamak Listelemek	Analiz etmek Karşılaştırmak Birleştirmek Sebep ve sonuçları açıklamak	Kuram oluşturmak Genelleme yapmak Değerlendirmek

Tablo 1.5'te görüldüğü üzere taksonominin ilk basamağı olan yapı öncesinde öğrencinin bilgisi eksik ve konu alakasız iken sonraki düzeylere geçildikçe öğrencinin sahip olduğu bilgi birikimi ve ilişki kurmaları artar.

1.1.2.1 SOLO taksonomisi düzeyleri

1. Yapı Öncesi: Bu düzey taksonominin en alt basamağıdır. Öğrenciler üzerinde çalışılan konu için bilgi sahibi olmaktan uzaktırlar. Üzerinde çalışılan öğrenme çıktısını ya hiç anlamamışlardır ya da az düzeyde anlamışlardır (Biggs, 1995). Soru sorulduğunda uygun olmayan, ilgisiz veya hatalı olan cevaplar verme yönelik bir yöntem ile soruya yaklaşır. Öğrenciler kendilerinden beklenen becerileri yerine getiremezler (Lian ve Yew, 2012). Çözüm için ortaya çıkarılan fikir problemin çözümüne katkı sağlayacak bir çözüm önerisi değildir (Leung, 2000). Bu düzeyde

öğrenci konu içeriği ile ilgili bilgi parçacıklarına sahip olsa da bu bilgiler birbiri ile ilişkilendirilmemiş veya düzensizdir aynı zamanda konunun içeriğinden uzaktır.

2. Tek Yönlü Yapı: Taksonominin bu düzeyinde öğrenci sorulan soruya dar bir bakış açısı ile bakabilmektedir (Leundg, 2000; Lister vd. 2006). Öğrenci konunun yapısının gerektirdiği dili bu düzeyde kullanabilir (Wadhwa, 2008). Konu hakkında bir önceki düzeyden farklı olarak içerik ile bağlantılı bilgi parçacıklarına sahiptir fakat bu parçacıklar arasında ilişki kuramaz. Parçanın bütün içindeki yerini kavrayamaz. Bilgiyi aktarabilir, basit yönergeleri yerine getirebilir, konuyu kendi sözcükleri ile ifade edebilir, isimlendirebilir ve sayabilir gibi basit yönergeleri yerine getirebilir.

3. Çok Yönlü Yapı: Bu düzeyde öğrenci, çalışılan konunun temel noktalarının farkındadır. Konunun farklı yönlerini görebilmektedir. Görülen farklı yönler arasında bir bağıntı kurulamaz (Padiotis ve Mikropoulos, 2010). Öğrenmeler önceki basamaklara göre konu ile daha fazla bağlantılıdır ve konuya uygundur. Fakat birleştirme, eklemleme gibi yeterlilikleri yerine getirmede yetersizlikler mevcuttur. Sentezleme konusundaki yetersizlik dolayısı ile verilen cevaplar arasında tutarsızlıklar görülebilir. Öğrenci konunun iki durumu arasındaki benzerlik ve farklılıklarını sıralayabilir fakat aralarındaki ilişkiyi anlamlandıramaz (Tan ve Chua, 2008). İsimlendirme, tek tek sayma, tanıtma, sınıflandırma, birleştirme, yöntemleri uygulama, yapılandırma ve verilen yönergeleri yerine getirme şeklinde olan adımları yerine getirebilir.

4. İlişkisel Yapı: Öğrenci bu aşamada sentez yapabilir. Bilgi parçacıklarını birleştirip anlamlı bir bütün oluşturabilir (Kanuka, 2011; McGill, 2013). Oluşturduğu bütünler ile genelleme yapabilir ama bu genellemeler mevcut bilgileri ile sınırlıdır. Transfer edebilme özelliğini öğrenci kazanmıştır ulaşılan bir sonucu başka bir duruma uygulayabilir (Lucas ve Mladenovic, 2008). İlişkilendirme yapabilir, analiz edebilir, kuram uygulayabilir ve sebep-sonuç ilişkisi kurabilecek düzeydedir. Yapılan ilişkilendirme ve yapılabilen uygulamalar var olan bilgilerle sınırlıdır, var olan bilgilerin ötesinde bir şey yapamaz (Doğan, 2020).

5. Soyutlanmış Yapı: Bu düzey modelin en yetkin olunan basamağıdır. Öğrenci ilişkilendirilmiş yapıda bir araya getirdiği parçaları daha yüksek bir soyutlama seviyesi ile yapılandırabilir. Öğrenciler bu seviyede üst bilişsel bilgileri kavrayabilir ve bilgileri ile yaratıcı yeni fikirler oluşturabilirler (Gezer ve İlhan, 2015). Öğrenciler mevcut bilgilerinden ileri düzey genellemeler yapabilirler, varsayımda bulunabilirler, tümdengelimsel akıl yürütme yolları ve kombinasyonel düşünme süreçlerini kullanabilir düzeydedirler. SOLO taksonomisi düzeyler arasındaki ilişki Şekil 1.2'de sunulmuştur.

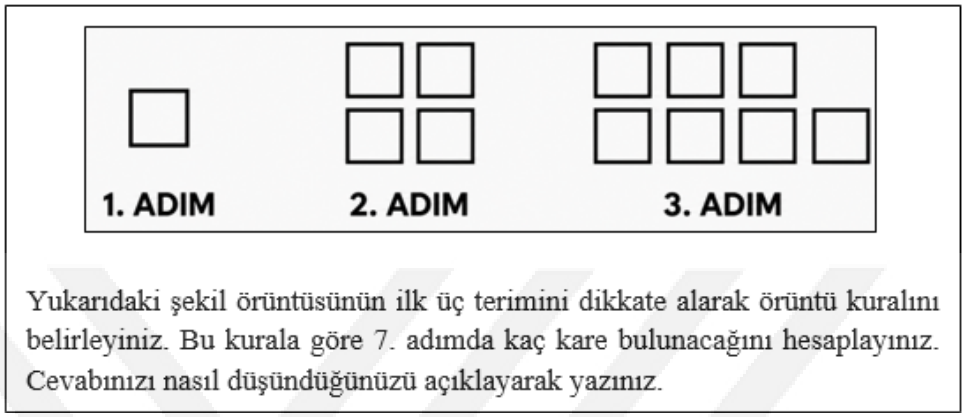


Şekil 1.2 SOLO taksonomisi düzeyleri arasındaki ilişki

Şekil 1.2'de görüldüğü üzere taksonominin üst düzeylerine doğru geçildikçe tutarlılık, ilişkilendirme, anlamlandırma, çok yönlü bakma ve kavrama artmaktadır (Biggs ve Collis, 1982). Düzeylerin açıklanması ve tanımlanmasında yer alan fiiller, görevler ve yeterlilikler dikkate alındığında, düzeylerin belirlenmesinde cevapların yapısal karmaşıklığının temel alındığı görülmektedir. Yapı öncesi düzeyden tek yönlü yapı düzeyine geçişte konu yalnızca tek bir yönüyle ele alınmaktadır. Tek yönlü yapı düzeyinden çok yönlü yapı düzeyine geçişte ise konunun birden fazla yönü dikkate alınmakta; ancak bu yönler arasında anlamlı ilişkiler kurulamamaktadır. İlk üç düzey arasındaki tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeylerinde ilerlemede nicel olarak bir artış görülmektedir (Bursa, 2022). Çok yönlü yapı düzeyinden ilişkisel yapı düzeyine geçiş aşamasında tespit edilen konunun farklı boyutları açısından ilişkilendirme yapılır. İlişkisel yapı düzeyinden soyutlanmış yapı düzeyine geçişte ise öğrenci tüm

bilgilerinin ötesinde yeni bir bilgi sentezi yapabilir. Bu nedenle son iki düzey arasında geçişte de niteliksel bir artış söz konusudur.

SOLO taksonomisinde bir öğrencinin hangi düzeyde olduğunun tespitinin daha iyi anlaşılabilmesi için Şekil 1.3'teki örnek beş düzey için öğrenci cevapları bazında açıklanmıştır.



Şekil 1.3 Kare örüntüsü sorusu

Aşağıda, SOLO taksonomisi düzeyleri doğrultusunda yöneltilen soruya ilişkin öğrenci cevaplarına yer verilmiştir.

Yapı Öncesi Düzeyi: Bu düzeyde öğrencinin ortaya attığı fikirlerin problemin çözümüne bir katkısı yoktur (Leundg, 2000).

- 'Bilmiyorum.'

- 'Şekil örüntüsünün örüntü kuralını yazınız ve 7. adımda olmamak için kaç kare daha lazım olurdu hesaplayınız.'

Öğrencinin cevapları soruyu tekrar etme veya cevaba yönelik olmayan yanıtlar verme şeklindedir.

Tek Yönlü Yapı Düzeyi: Bu düzeyde öğrenci bilgiyi ifade edebilir (anımsayabilir), basit yönergelerden oluşan algoritmaları yerine getirebilir, bir ifadeyi başka ifade

kalıpları ile (kendi sözcükleriyle) anlatabilir, ayrıştırabilir (tanıyabilir), isimlendirmeler yapabilir ve sayma yapabilirler.

- ‘1.Adımda 1 kare var, 2. adımda 4 kare var ve 3. adımda 7 kare var.’

Sorunun çözümüne tam katkı sağlamasa da öğrenci şekilleri farkında adım basamakları olduğunu ayırt edebilmektedir.

Çok Yönlü Yapı Düzeyi: Öğrenci konunun farklı yönlerini görebilir. Fakat konunun farklı yönleri arasında bağlantı kuramaz (Padiotis ve Mikropoulos, 2010).

- ‘1.Adımda 1 kare var, 2. adımda 4 kare var ve 3. adımda 7 kare var. Kareler her seferinde üçer tane artıyor. Diğer adımlarda da üçer üçer artar der ve tek tek sayar. 1 - 4 - 7 - 10 - 13 - 16 - 19 olur. 7. adımda 19 kare olması gerektiğini bulabilir.’

Soruda yer alan şekil örüntüsü ile sayı örüntüsünü kavrayabilir ve bu doğrultuda sorulan adımı bulabilir.

İlişkisel Yapı Düzeyi: Öğrenci bu düzeyde genelleme yapabilirler ama genellemeler mevcut bilgileri ile sınırlı kalır.

- Şekillerde kare sayısı her defasında 3’er adet artıyor o zaman artış miktarı üçtür. Artış miktarı ile her bir adımı çarparsam o adımda kaç kare ekleneceğini bulabilirim. Bu şekil örüntüsünde birinci adım 3 ile değil 1 ile başladığı için de bu çarpımdan iki çıkarılması gerekir. (3×n-2) şeklinde genel formül elde edebilir.

Artık sorudaki şekil örüntüsü ile sayı örüntüsünü kavrayıp aralarındaki ilişki doğrultusunda bir örüntü kuralı oluşturabilir durumdadır.

Soyutlanmış Yapı Düzeyi: Öğrenci bu düzeyde ilişkilendirilmiş yapı basamağında anlamlı olarak birleştirilip bir bütün oluşturacak bir biçimde toparlanan parçaları daha ileri bir soyutlama seviyesinde yapılandırabilir (Görpe, 2022).

- ‘Şekil örüntüsü bir, dört, yedi şeklinde devam ediyor. O zaman şekil örüntüsü olmasa da artışın sabit olduğu her yerde kullanılabilir. Para biriktirirken ilk gün bir ve sonraki her gün üçer lira daha fazlasını koyarak kaç gün sonunda ne kadar birikim yapılacağının hesaplanmasına yönelik bir durumda biriken para sayılmadan da örüntü kuralı ile hesaplanabilir.’

Bu düzeyde verilen sorunun çözümünün ötesinde transfer etme gibi daha ileri düzey düşünmeler geçekleşir.

Şekil 1.3’te öğrencilerin cevaplarının taksonomi düzeylerine göre incelemesinden görüldüğü üzere basamaklar arasından ilerlemede bilgi azdan çoğa doğru geçiş sağlamaktadır. Bilgi basamaklar arasında geçişte daha iyi kavranır duruma gelmiştir.

1.2 Matematiksel ve Cebirsel Düşünme

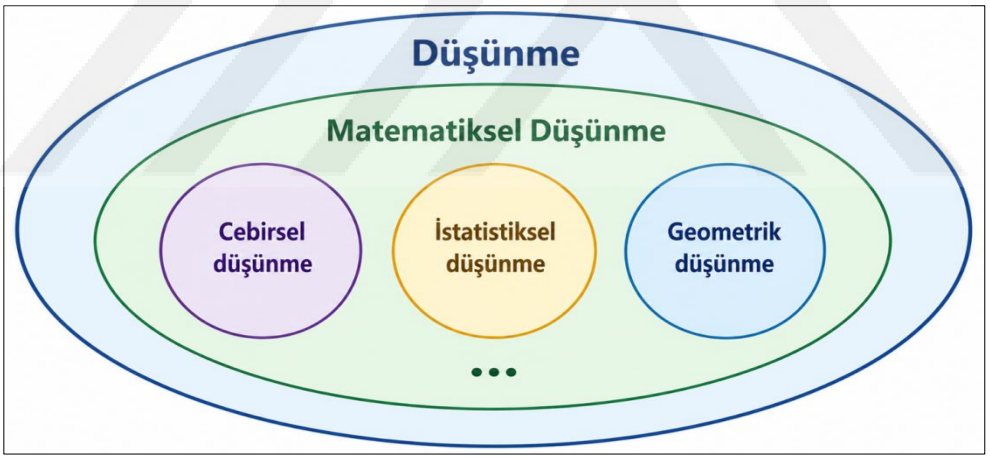
Matematiksel düşünme, bireyin matematiksel durumları anlamlandırma, ilişkilendirme, problem çözme ve genelleme yapma süreçlerini kapsayan geniş bir düşünme biçimi olarak ele alınmaktadır (Mason vd., 2010; Schoenfeld, 1992). Cebirsel düşünme ise matematiksel düşünmenin özel bir boyutu olarak örüntüleri fark etme, nicelikler arasındaki ilişkileri açıklama, genelleme yapma ve bu ilişkileri sembolik temsillerle ifade etme süreçleriyle öne çıkmaktadır (Kaput, 2008; Kieran, 2004; NCTM, 2000). Bu nedenle bu bölümde önce matematiksel düşünme kavramı ele alınacak, ardından cebirsel düşünmenin yapısı ve temel bileşenleri açıklanacaktır.

1.2.1 Matematiksel Düşünme

Düşünme, bireyin zihninde var olan bilginin ötesine geçmesini, bilgiyi sentezlemesini, problem kurma ve problem çözme gibi zihinsel süreçleri gerçekleştirmesini sağlayan bilişsel etkinliklerin bütünü olarak ele alınmaktadır (Çubukçu, 2004). Bu yönüyle düşünme; bilgi işleme, anlam oluşturma, problem çözme ve karar verme gibi süreçleri içeren karmaşık bir zihinsel faaliyettir. Aynı zamanda sonradan geliştirilebilen bir beceri olması nedeniyle bireyin çevresindeki dünyayı anlamlandırma, yorumlama ve bu dünyaya uyum sağlama kapasitesinin temelini oluşturmaktadır.

Düşünceleri anlama, düşünceler arasında bağlantılar kurma, bu bağlantıların kaynaklarını belirleme ve problemleri çözme süreçleri ise matematiksel düşünme kapsamında değerlendirilmektedir (Lutfiyya, 1998). Matematiksel düşünme, bireyin olayları anlamlandırmasına, çözüm yolları üretmesine ve verilerden anlam çıkarmasına olanak sağlayan kapsamlı bir düşünme biçimidir. Bu nedenle matematik öğretiminin temel koşullarından biri, öğrencilerin matematiksel düşünebilme becerilerinin geliştirilmesidir. Matematiksel düşünme; problem çözme, analitik düşünme ve mantıksal akıl yürütme yeterliliklerini içeren çok boyutlu bir süreçtir. Ayrıca yalnızca matematiksel problemlerin çözümünde değil, günlük yaşamda karşılaşılan durumları değerlendirme, karar verme ve sorunlara sistematik biçimde yaklaşma açısından da önemli bir role sahiptir.

Matematiksel düşünmenin gelişimi, aritmetik, cebir, geometri ve olasılık gibi matematiğin temel bileşenlerinin anlaşılmasıyla ilişkilidir (Dindyal, 2003). Bu bağlamda matematiksel düşünme, aritmetik, cebir ve geometri gibi farklı alt düşünme biçimlerini içeren geniş bir yapı olarak değerlendirilmektedir (Carroll, 1994). Bu alt düşünme biçimleri arasındaki ilişki Şekil 1.4'te sunulmuştur.



Şekil 1.4 Düşünme ve matematiksel düşünme alt düşünme biçimleri (Dindyal, 2003)

Şekil 1.4'te görüldüğü üzere matematiksel düşünme, genel düşünme sürecinin daha özel bir biçimini oluştururken; cebirsel düşünme de matematiksel düşünmenin daha özel bir boyutu olarak ele alınmaktadır. Problem kurma ve problem çözme süreçleri, matematik öğretiminde hem düşünmeyi geliştiren hem de öğrencilerin düşünme biçimlerini değerlendirmeye olanak sağlayan önemli araçlardır. Problem kurma

sürecinde öğrencinin verilen durumu anlamlandırması, ilişkileri fark etmesi ve bu ilişkileri değişkenler aracılığıyla ifade edebilmesi gerekmektedir (Dikkartın Övez ve Çınar, 2018). Bu süreç, soyut düşünebilme becerisiyle yakından ilişkilidir. Nitekim matematiğin soyut yapısı, özellikle cebirsel ifadeler ve ilişkiler aracılığıyla daha belirgin hâle gelmektedir (Altun, 2005). Bu nedenle matematiksel düşünmenin özel bir boyutu olarak cebirsel düşünmenin yapısının ve temel özelliklerinin ayrıca ele alınması gerekmektedir.

1.2.2 Cebirsel Düşünme

Cebir, matematiğin temel öğrenme alanlarından biri olup sayılar, harfler ve semboller aracılığıyla matematiksel ilişkileri, genellemeleri ve denklemleri inceleyen bir alan olarak tanımlanmaktadır (Altun, 2014; Kieran, 1992). Bu yönüyle cebir, yalnızca bilinmeyenleri bulmaya yönelik işlemsel bir süreç değil; nicelikler arasındaki ilişkileri temsil etme, sembollerle ifade etme ve bu ilişkileri farklı durumlara genelleyebilme sürecidir. Cebir kelimesinin kökeni Harezmi'nin *al Kitab al-Muhtaşar fi Hisab al-Ğabr wal-Muqabala* adlı eserindeki "al-jabr" sözcüğüne dayandırılmakta ve ayrı olan parçaların bütünleştirilmesi anlamıyla matematikte ilişkileri bir araya getiren yapısal bir alanı ifade etmektedir (Bağdat ve Anapa Saban, 2014). Günlük yaşamda finans, mühendislik, veri analizi, yapay zekâ ve şifreleme gibi pek çok alanda cebirsel yapıların kullanılması, cebir öğreniminin önemini artırmaktadır. Bununla birlikte cebir, soyut yapısı ve sembolik dili nedeniyle öğrencilerin öğrenmekte zorlandıkları alanlardan biri olarak görülmektedir (Dede ve Argün, 2003; Geller ve Chard, 2011). Bu güçlüklerin önemli bir bölümü, öğrencilerin aritmetikten cebire geçiş sürecinde sayısal işlemlerden sembolik ve genelleştirilmiş ilişkilere yönelmekte zorlanmalarından kaynaklanmaktadır. Nitekim cebir, aritmetiğin daha genel bir boyutunu oluşturarak yalnızca belirli sayılarla yapılan işlemleri değil, tüm sayı kümeleri ve bu kümeler arasındaki ilişkileri ele almaktadır (Palabıyık ve İspir, 2011). Bu nedenle cebir öğretimi, öğrencilerin yalnızca işlem yapma becerilerini değil; örüntüleri fark etme, ilişkileri açıklama, genelleme yapma ve sembolik temsilleri anlamlandırma becerilerini de geliştirmeyi gerektirmektedir. Bu noktada cebir öğretiminin temelinde yer alan kavram, öğrencilerin matematiksel ilişkileri görme ve

bu ilişkileri farklı temsil biçimleriyle ifade etme süreçlerini kapsayan cebirsel düşünmedir.

Cebirsel düşünme, cebir alanıyla yakından ilişkili olmakla birlikte yalnızca cebir disipliniyle sınırlı olmayan, daha kapsayıcı bir düşünme biçimini ifade etmektedir. Matematiksel düşünmenin özel bir boyutu olarak değerlendirilen cebirsel düşünme; akıl yürütme, farklı temsil biçimlerini kullanma, değişkenleri anlamlandırma, sembolleştirme, model kullanma, örüntüleri fark etme ve muhakeme yapma gibi birçok matematiksel beceriyi içinde barındırmaktadır (Kaf, 2007). Bu yönüyle cebirsel düşünme, matematiksel yapıların ve ilişkilerin soyutlanarak semboller, işlemler ve temsiller aracılığıyla analiz edilmesine dayanmaktadır. Aritmetik düşünme çoğunlukla bilinen sayısal durumlarla işlem yapmaya odaklanırken, cebirsel düşünme bilinmeyen nicelikler, değişkenler ve bu nicelikler arasındaki ilişkiler üzerine düşünmeyi gerektirmektedir (Radford, 2006). Bu nedenle cebirsel düşünmenin temelinde örüntüleri keşfetme, ilişkileri belirleme, bir durumu ya da problemi genelleştirme ve bu genellemeleri uygun sembolik ya da sözel ifadelerle ortaya koyma süreçleri yer almaktadır.

Cebirsel düşünme yalnızca soyut matematiksel yapılarla sınırlı değildir; günlük yaşamda karşılaşılan çeşitli problem durumlarının anlamlandırılmasında da önemli bir role sahiptir. NCTM'ye (2000) göre cebirsel düşünme, bireylerin günlük yaşamda karşılaştıkları durumlar üzerine düşünmelerini, çıkarımda bulunmalarını, yorum yapmalarını ve çözüm yolları geliştirmek için zihinsel olarak aktif olmalarını içermektedir. Örneğin oran ve ilişkilerin kurulmasını gerektiren yemek tarifi hazırlama, finansal işlemler, mimari planlama, bankacılık, teknoloji, kriptoloji ve şifreleme gibi alanlarda cebirsel düşünmeden yararlanılmaktadır. Bu durum, cebirsel düşünmenin yalnızca okul matematiği kapsamında değil, farklı bağlamlarda ilişkileri fark etme, modelleme ve genelleme yapma açısından da işlevsel olduğunu göstermektedir.

Alanyazında cebirsel düşünme farklı araştırmacılar tarafından çeşitli biçimlerde tanımlanmıştır. Swafford ve Langrall (2000), cebirsel düşünmeyi miktarı bilinmeyen nicelikler üzerinde işlem yapabilme yeteneği olarak tanımlarken; Kieran ve Chalouh

(1993), matematiksel sembollerin anlamlandırılması ve matematiksel muhakeme süreçleriyle ilişkilendirmiştir. Hawker ve Cowley (1997), cebirsel düşünmenin örüntü ve düzenliliklerin gösterilmesini, yapılandırılmasını ve genellenmesini içerdiğini belirtmiştir. Benzer şekilde Kaput (1999), cebirsel düşünmeyi matematikteki örüntülerden ve aritmetik temellerden genellemelere ulaşma, bu genellemeler üzerinde tartışma ve bunları matematiksel dille ifade etme süreci olarak açıklamıştır. Greenes ve Findell (1998) ise cebirsel düşünmeyi gösterimler, orantısal akıl yürütme, değişkenleri anlama, örüntüleri ve fonksiyonları kavrama, tümevarım ve tümdengelim yoluyla akıl yürütme süreçlerini içeren bir yapı olarak ele almıştır. Herbert ve Brown (1997) da cebirsel düşünmeyi farklı durumların analizinde matematiksel sembol ve araçların kullanılması; matematiksel bilgilerin kelimeler, şablonlar, tablolar, grafikler ve denklemler yoluyla temsil edilmesi olarak tanımlamıştır.

Bu tanımlar birlikte değerlendirildiğinde cebirsel düşünmenin yalnızca sembolik işlem yapma becerisine indirgenemeyeceği; bilinmeyen ile bilinen arasında ilişki kurma, sembolleri anlamlı biçimde kullanma, genelleme yapma, örüntüleri fark etme ve matematiksel ilişkileri farklı temsil biçimleriyle ifade etme gibi yeterlilikleri kapsadığı görülmektedir. Cebir, temellerini aritmetikten almakta ve güçlü bir aritmetik bilgi birikimine dayanmaktadır (Akkan vd., 2011). Bu nedenle öğrencilerin aritmetik bilgilerindeki eksiklikler, cebirsel düşünme süreçlerini olumsuz yönde etkileyebilmektedir (Warren, 2005). Bununla birlikte aritmetiksel düşünme ile cebirsel düşünme arasında önemli bir ayrım bulunmaktadır. Aritmetiksel düşünme daha çok bilinen sayısal durumlar üzerinde işlem yapmaya odaklanırken, cebirsel düşünme bilinmeyen sayısal veriler, değişkenler ve ilişkiler üzerinde düşünmeyi gerektirmektedir (Radford, 2006). Bu bağlamda cebir, matematiksel düşüncelerin açıklanmasında kullanılabilecek sembolik bir dil olarak değerlendirilmektedir (Sutherland ve Rojano, 1993).

Cebirsel düşünme; sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ve genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutları etrafında açıklanmaktadır (Bağdat, 2013; Çelik, 2007). Bu doğrultuda bu araştırmada cebirsel düşünme üç temel boyut kapsamında ele alınmıştır:

- Sembolik Dil ve Cebirsel İlişkileri Kullanma
- Çoklu Temsillerden Yararlanma
- Genellemelere Ulaşma ve Formüle Etme

1.2.2.1 Cebirsel düşünmenin ana boyutları

Sembolik Dil ve Cebirsel İlişkileri Kullanma: Cebirsel düşünmenin gelişiminde öğrencilerin cebirsel ifadeleri okuyabilmeleri, yazabilmeleri, hesaplama yapabilmeleri, cebirsel ifadeler üzerinde çalışabilmeleri ve matematiksel ilişki ile yapıları tanımlayabilmeleri önemli görülmektedir (Erling vd., 2016'dan akt. Elazzabi, 2020). Bu bağlamda cebirsel düşünmenin temelinde cebirsel ifadeleri anlamlandırma, bu ifadeler üzerinde işlem yapma ve matematiksel ilişkileri fark ederek açıklama süreçleri yer almaktadır. Genelleştirilmiş ifadelerde kullanılan sembollerin anlam kazanmasında da cebirsel düşünme önemli bir role sahiptir (Smith ve Thompson, 2007). Öğrenciler, yalnızca işlemlerin sonucunu bulmaya odaklanmak yerine sayıların özellikleri, işlemler arasındaki ilişkiler ve bu ilişkilerin arkasında yer alan kural ya da örüntüler üzerine düşünebildiklerinde cebirsel düşünme sürecine dâhil olmaktadırlar. Örneğin toplama işlemlerinde yalnızca sonucu hesaplamak yerine işlemlerin dayandığı düzenliliği fark etmek, cebirsel düşünmenin gelişimi açısından önemlidir. Gauss'un toplam formülünü keşfi, bu durumun gelişmiş bir örneği olarak değerlendirilebilir. Bu süreç ilerledikçe öğrenciler, nicelikleri ve ilişkileri temsil etmek için sembollerden yararlanarak daha formal bir matematiksel dil kullanmaya başlayabilirler.

Matematiksel kavramların, işlemlerin ve sembollerin bir arada kullanılmasıyla matematiksel düşüncelerin aktarılması matematiksel terminoloji aracılığıyla gerçekleşmektedir (Aldan Karademir ve Deveci, 2019). Günlük yaşamda iletişim kurmak için farklı diller kullanılsa da bilimsel düşüncelerin kısa, açık ve öz biçimde ifade edilmesi için özel bir dile ihtiyaç duyulmuş; bu ihtiyaç matematiksel dil aracılığıyla karşılanmıştır (Nasibov ve Kaçar, 2005). Matematik öğretim programında da matematiksel terminoloji ve dile hâkim olma, öğrencilerin matematiksel

düşüncelerini tutarlı biçimde ifade edebilmeleri ve akademik bir dille paylaşabilmeleri açısından özel amaçlar arasında yer almaktadır.

Matematik dili, kendine özgü terim ve sembolleri içeren evrensel bir yapıya sahiptir (Akarsu, 2013). Bu dil aracılığıyla hem somut hem de soyut kavramlar daha anlaşılır biçimde ifade edilebilmektedir. Matematiksel dil; semboller, işlemler, formüller ve kurallar aracılığıyla anlam kazanmakta; semboller ise kavramların ve işlemlerin daha öz, düzenli ve evrensel biçimde temsil edilmesini sağlamaktadır. Bir problem durumunda bilinmeyen ya da eksik olan niceliğin belirlenmesi gerektiğinde, bu niceliğin sembolleştirilmesi ve oluşturulan sembol üzerinden çalışılması gerekmektedir (Pimm, 2002). Matematikte semboller; bilinmeyen, sabit sayı ya da genellemeleri ifade etmek amacıyla farklı biçimlerde kullanılabilmektedir. Öğrencilerin sembolleri ve bu sembollerin farklı anlamlarını kavramaları; örüntüleri fark etme, ilişkiler kurma, genellemeler oluşturma ve bu genellemeleri formüle etme açısından önemli bir adım oluşturmaktadır (Driscoll, 1999).

Cebirsel düşünmenin önemli bileşenlerinden biri, matematiksel terminolojinin doğru kullanılması ve matematiksel ilişkilerin harfler ya da semboller aracılığıyla ifade edilmesidir. Semboller, soyut matematiksel bilgilerin daha somut ve işlenebilir hâle getirilmesine katkı sağladığı için cebirsel düşünme becerisini güçlendirmektedir (Yıldırım, 2000). Öğrenciler başlangıçta aritmetik düşünmenin etkisiyle bilinmeyeni göstermek için kutu ya da farklı şekiller gibi informal temsiller kullanabilirler. Ancak sınıf düzeyi ilerledikçe ve aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçiş gerçekleştikçe, öğrenciler bu informal gösterimler yerine bilinmeyenleri harflerle, yani değişkenlerle ifade etmeye başlarlar. Bu geçiş, sembollerin anlamlı kullanımı yoluyla cebirsel düşünmenin gelişiminde önemli bir aşama olarak değerlendirilebilir.

Çoklu Temsillerden Yararlanma: Cebirsel düşünmenin matematik öğrenme sürecindeki önemli yeri dikkate alındığında, cebir öğretiminin eğitim-öğretim sürecinde merkezi bir konuma sahip olduğu görülmektedir. Cebir öğretimi, ilkokul yıllarında aritmetik temeller üzerine inşa edilmekte ve ilerleyen sınıf düzeylerinde fonksiyonlar gibi daha kapsamlı konulara kadar genişlemektedir. Ancak aritmetiksel düşünmeden cebirsel düşünmeye geçiş kendiliğinden gerçekleşen bir süreç değildir

(Akkan vd., 2011). Öğrencilerin cebirsel düşünme becerisi geliştirebilmeleri, hazırbulunuşlukları ile önceki bilgileri arasında anlamlı ilişkiler kurabilmelerine bağlıdır (Herscovics ve Linchevski, 1994). NCTM (2000), cebirsel düşünme ile aritmetiksel düşünme arasındaki ilişkinin öğretim sürecinde kurulmasının önemine dikkat çekmektedir. Ortaokul Matematik Öğretim Programı'na göre cebir öğretimine altıncı sınıf düzeyinde başlanmakta ve bu düzeyde öğrencilerin basit cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları hedeflenmektedir (MEB, 2018). İlerleyen sınıf düzeylerinde öğrencilerin cebirsel düşünme yeterlikleri geliştikçe cebir öğrenme alanına ilişkin konu kapsamı da genişlemektedir.

Matematik alan becerileri arasında matematiksel muhakeme, matematiksel problem çözme, matematiksel temsil, veriye dayalı karar verme ve araç-teknolojiden yararlanma becerileri yer almaktadır (MEB, 2024). Bu beceriler içerisinde matematiksel temsil, matematik diliyle ifade edilebilecek bir durumun, problemin ya da çözümün bireyin zihinsel süreçlerinde anlamlandırılmasına ve başkalarıyla paylaşılmasına olanak sağlayan önemli bir yapı olarak değerlendirilmektedir (MEB, 2024). Matematiksel düşünceler ile grafikler, semboller ve diğer temsil biçimleri arasında ilişki kurmak, matematik öğrenme sürecinde önemli bir yere sahiptir. Farklı temsil biçimleri, gerçek yaşam gözlemlerinin ifade edilmesini, soyut ve karmaşık düşüncelerin görünür hâle getirilmesini ve problem durumlarında verilen bilgiler arasındaki ilişkilerin anlaşılmasını kolaylaştırmaktadır. Bu yönüyle temsiller, cebirsel düşünme sürecinde öğrencilerin ilişkileri fark etmelerine, matematiksel yapıları anlamlandırmalarına ve bu yapıları farklı biçimlerde ifade etmelerine katkı sağlamaktadır.

Genellemelere Ulaşma ve Formüle Etme: Genelleme, bireyin izlenimlerinden, deneyimlerinden ve bilgi birikiminden hareketle belirli durumlar arasındaki ilişki, kural ve örüntüleri fark ederek daha geniş durumlar ya da kümeler hakkında yargıya ulaşma süreci olarak ele alınabilir. Dörfler'e (1991) göre genelleme, düşünme ve iletişim süreçlerinde hem bir amaç hem de bir araç niteliği taşımaktadır. Benzer şekilde Amit ve Neria (2008), genellemelerin matematiksel bilginin gelişimi açısından temel bir role sahip olduğunu belirtmektedir. Mason (1996) ise genelleştirmeyi matematiksel etkinliklerin merkezinde görmüş ve genellemeleri matematiğin kalbi olarak

nitelendirmiştir. Baki (2008), genellemeyi bir olay ya da durum içerisindeki örüntünün fark edilerek bu örüntünün belirli bir düşünce etrafında soyutlanması süreci olarak tanımlamaktadır. Lee (1996) de cebirin ve genel olarak matematiksel bilginin, ilişkilerin genellenmesine dayandığını ifade etmektedir.

1.3 Araştırmanın Önemi

Matematik eğitimi, bireylere sayı ve işlemlere dayalı hesaplama becerilerinin yanında akıl yürütme, analiz etme, ilişki kurma, tahmin etme ve problem çözme gibi üst düzey düşünme becerileri kazandırmayı da amaçlamaktadır (Altun, 2006; Umay, 2003). Bu nedenle matematik öğretiminde öğrencilerin yalnızca doğru sonuca ulaşıp ulaşmadıklarının belirlenmesi yeterli değildir. Öğrencilerin matematiksel durumları nasıl anlamlandırdıkları, hangi ilişkileri kurdukları, sembolleri ve temsilleri nasıl kullandıkları da öğrenme sürecinin niteliğini ortaya koyması bakımından önemlidir. Bu durum, öğrencilerin düşünme süreçlerini ve cevaplarının yapısal özelliklerini değerlendirmeye olanak sağlayan ölçme ve analiz yaklaşımlarına duyulan ihtiyacı artırmaktadır.

Cebirsel düşünme, matematiksel düşünmenin özel bir boyutu olarak öğrencilerin örüntüleri fark etme, değişkenleri anlamlandırma, cebirsel ilişkiler kurma, sembolleri kullanma, farklı temsillerden yararlanma ve genellemelere ulaşma süreçlerini içermektedir (Kaf, 2007; Kaput, 1999; Kieran ve Chalouh, 1993). Bu yönüyle cebirsel düşünme, yalnızca cebir öğrenme alanına ait işlemsel becerilerle sınırlı değildir. Aynı zamanda öğrencilerin matematiksel yapıları daha genel, ilişkisel ve soyut biçimde ele almalarını sağlayan temel bir düşünme biçimidir. Aritmetiksel düşünmeden cebirsel düşünmeye geçişin kendiliğinden gerçekleşmediği, öğrencilerin önceki bilgileri ile yeni öğrenmeleri arasında anlamlı ilişkiler kurmalarının bu süreçte belirleyici olduğu ifade edilmektedir (Akkan vd., 2011; Herscovics ve Linchevski, 1994). Bu nedenle öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinin incelenmesi, onların cebir öğrenme alanındaki mevcut durumlarını ortaya koymak ve sonraki öğrenmelere yönelik öğretimsel çıkarımlar geliştirmek açısından önem taşımaktadır.

Ortaokul Matematik Öğretim Programı'nda cebir öğretimi altıncı sınıf düzeyinde basit cebirsel ifadeleri anlamlandırma ile başlamakta; ilerleyen sınıf düzeylerinde cebirsel ifadeler, eşitlik, denklem, örüntüler ve ilişkiler gibi konularla genişlemektedir (MEB, 2018). Bu süreçte yedinci sınıf düzeyi, öğrencilerin cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem konularında daha sistemli biçimde düşünmelerinin beklendiği önemli bir aşamadır. Ayrıca Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde matematiksel muhakeme, problem çözme, temsil, veriye dayalı karar verme ve araç-teknolojiden yararlanma gibi matematik alan becerilerinin vurgulanması, cebirsel düşünmenin matematiksel öğrenmenin farklı boyutlarıyla ilişkili biçimde ele alınmasını gerekli kılmaktadır (MEB, 2024). Bu bağlamda öğrencilerin cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem konularındaki cevaplarının incelenmesi, hem mevcut öğretim programının beceri temelli yaklaşımıyla hem de cebirsel düşünmenin gelişimini anlamaya yönelik gereksinimle doğrudan ilişkilidir.

Öğrenci cevaplarının değerlendirilmesinde yalnızca doğru-yanlış ayrımına dayalı bir yaklaşım, öğrencilerin düşünme süreçlerini açıklamada sınırlı kalabilir. Bu noktada SOLO Taksonomisi, öğrencilerin problem durumlarına verdikleri cevapları yapısal karmaşıklık, ilişkilendirme, genelleme ve soyutlama düzeyleri açısından değerlendirmeye olanak sağlayan işlevsel bir kuramsal çerçeve sunmaktadır (Biggs ve Collis, 1982; Pegg ve Tall, 2005). SOLO Taksonomisi'nde düzeyler ilerledikçe öğrencilerin cevaplarında mantıksal bütünlük, ilişki kurma, çok yönlü düşünme ve bilgiyi daha nitelikli biçimde yapılandırma düzeyi artmaktadır (Biggs ve Collis, 1991; Chan vd., 2002). Bu nedenle SOLO Taksonomisi'nin cebirsel düşünme ile birlikte kullanılması, öğrencilerin yalnızca hangi cevabı verdiklerini değil, bu cevabı hangi düşünme yapısı içinde oluşturduklarını anlamaya katkı sağlayacaktır.

Bu araştırmanın önemi, 2024-2025 eğitim-öğretim yılında yedinci sınıf öğrencilerine uygulanacak cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem konularına ilişkin 10 soruluk ölçme aracına verilen cevapların, SOLO Taksonomisi düzeyleri ve cebirsel düşünmenin temel boyutları açısından incelenmesinden kaynaklanmaktadır. Bu yönüyle araştırma; öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme süreçlerini daha ayrıntılı biçimde ortaya koymayı amaçlamaktadır. Elde edilecek bulguların,

öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki mevcut durumlarını belirleme, olası öğrenme güçlüklerini görünür hâle getirme ve öğretim sürecinin geliştirilmesine yönelik çıkarımlar sunma açısından matematik eğitimi alanyazınına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Ayrıca çalışma, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde öne çıkan matematiksel becerilerin öğrenci cevapları üzerinden nasıl gözlemlenebileceğine ve değerlendirilebileceğine ilişkin bir değerlendirme zemini sunması bakımından da önemli görülmektedir.

1.4 Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler öğrenme alanına yönelik açık uçlu test sorularına verdikleri yanıtları SOLO taksonomisi düzeyleri ve cebirsel düşünmenin temel boyutları bağlamında incelemektir. Bu doğrultuda öğrencilerin yanıtları, sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutları açısından değerlendirilmiştir. Böylece öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki yanıtlarının hangi SOLO taksonomisi düzeylerinde yer aldığı, cebirsel düşünmenin ilgili boyutlarına göre SOLO düzey dağılımlarının nasıl şekillendiği incelenmektedir.

1.5 Araştırmanın Alt Problemleri

Araştırmanın amacı doğrultusunda, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler öğrenme alanına yönelik açık uçlu test sorularına verdikleri yanıtların SOLO taksonomisi düzeyleri ve cebirsel düşünmenin temel boyutları bağlamında incelenmesine yönelik aşağıdaki araştırma problemlerine yanıt aranmıştır:

1. Yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına yönelik açık uçlu görevlerdeki yanıtları SOLO taksonomisi düzeyleri bağlamında nasıl betimlenmektedir?

2. Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtların SOLO taksonomisi düzeyleri, sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ve genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutları bağlamında nasıl dağılım göstermektedir?

3. Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme boyutlarına ilişkin yanıtları, SOLO taksonomisi düzeyleri açısından nasıl bir dağılım göstermektedir?

1.6 Sınırlılıklar

Araştırma, 2024-2025 eğitim öğretim yılında Türkiye'nin kuzeyindeki bir ilde bulunan iki ortaokuldaki 47 yedinci sınıf öğrencisi ile sınırlıdır.

Araştırma, cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem konularına yönelik 10 açık uçlu problemden oluşan ölçme aracı ile sınırlıdır.

Araştırmada öğrencilerle görüşme yapılmadığından, düşünme süreçlerine ilişkin değerlendirmeler yazılı yanıtlarla sınırlıdır.

Bulgular, çalışma grubu, ölçme aracı, uygulama süreci ve araştırmanın yürütüldüğü eğitim öğretim yılı çerçevesinde değerlendirilmelidir.

2. İLGİLİ ÇALIŞMALAR

2.1 SOLO Taksonomi ile İlgili Çalışmalar

SOLO Taksonomisi çeşitli analizlerde çerçeve olarak kullanıldığı görülmektedir (Bağdat ve Saban, 2014; Doğan, 2020; Dönmez ve Zorluoğlu, 2020; Erbaş, 2021). Bu çalışmalardan birkaçında öğretim programlarındaki kazanımlar SOLO Taksonomisi çerçevesinde incelenmiştir (Acar ve Peker, 2023; Dilekçi, 2022; Doğan, 2020; Erbaş, 2021; Gezer ve İlhan, 2015). Aynı zamanda çalışmalarda SOLO taksonomisi çerçevesinde inceleme sadece matematik dersi özelinde değil aynı zamanda sosyal bilgiler, fen bilgisi gibi başka derslerin öğretim programı kazanımlarının incelenmesi için de yapılmıştır (Acet vd., 2021; Gezer ve İlhan, 2015). Programların incelenmesi haricinde ülke genelinde yapılan ortak sınavların SOLO taksonomisi çerçevesinde analizinin yapıldığı görülmektedir (Acet vd., 2021; İmer vd., 2023; Öğdem, 2022).

Doğan (2020) tarafından yapılan ilkokul düzeyindeki matematik dersi müfredatındaki kazanımların SOLO sınıflandırılması ekseninde çözümlenmesi yönünde bir çalışma bulunmaktadır. Matematik eğitimi programında yer alan hedeflenen çıktılar SOLO taksonomisi düzeylerine göre incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada 2018 yılında güncellenen uygulanmakta olan İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı (İMDÖP) kazanımları arasında yer alan 229 kazanım üzerinde yapılmıştır. Araştırma sonucu olarak kazanımların çoğunun tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeyinde yer aldığı, az sayıda kazanımın ilişkisel yapı düzeyinde bulunduğu ve kayda değer ölçüde soyutlanmış yapı içerisine giren kazanımların bulunmadığı tespit edilmiştir. Aynı şekilde Dilekçi (2022) çalışmasında 2018 yılında güncellenen uygulanmakta ortaokul düzeyinde matematik dersi kapsamında yer alan kazanımlar ile matematik dersi ders kitaplarında yer alan ünite sonu değerlendirme sorularının SOLO Taksonomisi ekseninde analiz edilmesi hedeflenmiştir. Çalışma sonucunda her sınıf düzeyi için SOLO taksonomisi düzeylerini de belirlemiştir. Genel sonuç olarak oransal olarak en fazla ilişkisel yapı düzeyi, en az ise tek ve çok yönlü yapı düzeyinde yer alan kazanımların olduğu tespit edilmiştir. Çalışmada matematik öğretim programı kazanımları ile ünite değerlendirme sorularının uyumlu olduğu tespit edilmiştir.

Öğretim programlarının incelenmesi üzerine yapılan bir diğer çalışma da Acar ve Peker (2023) tarafından yapılmıştır. Çalışmada 2018 yılı ortaokul kademesinde matematik dersinin öğretim programı kazanımlarının SOLO taksonomisine göre analizi yapılmıştır. Çalışma sonucunda kazanımların ağırlıklı olarak tek yönlü yapı ile çok yönlü yapı seviyelerinin olduğu, ardından soyutlanmış yapı seviyesinin takip ettiği görülmüştür. Tüm sınıf seviyelerine ait kazanımlarda en fazla tek yönlü yapı düzeyine ait kazanımların olduğu en az ise ilişkisel yapı düzeyine ait kazanımların yer aldığı tespit edilmiştir.

Görpe'nin (2022) ortaokul öğrencilerinin problem çözme becerilerinin SOLO taksonomisine göre analizini yaptığı bir çalışması bulunmaktadır. Çalışmada açık uçlu problemden oluşan on soruluk problem çözme testi 305 kişiden oluşan sekizinci sınıf öğrenci grubuna yazılı bir şekilde uygulama yapılmıştır. Yazılı cevapların incelenmesi sonucunda amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak 19 öğrenci seçilmiş ve mülakat yapılmıştır. Araştırma bulgularına göre öğrencilerin yoğunluk olarak tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeyinde olduğu tespit edilmiş. Üst düzey düşünme seviyelerine ulaşan öğrencilerin azınlıkta olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Aynı zamanda çalışmada SOLO taksonomisinin konu eksiklerinin ve kavram yanılgılarının tespit etmede kolaylaştırdığı ve matematik dersinin değerlendirilmesinde kullanımının uygun olduğu belirtilmiştir.

Musan ve Sarıca (2012) tarafından yapılan çalışma 8. sınıf denklem ve eşitsizlikler ünitesinde dinamik yazılım desteğinin, öğrencilerin anlama kaliteleri üzerindeki yansımalarının SOLO Taksonomisi aracılığıyla analizini amaçlamaktadır. Dinamik matematik yazılımlarının matematiksel anlamaları nasıl etkilendiğini belirlemeyi hedeflenmiştir. Yarı deneysel bir çalışma yürütülmüş ve öntest- sontest uygulaması yapılmıştır. 18 adet sekizinci sınıf öğrencisi ile yürütülen çalışma sonucunda öğrencilere açık uçlu sorulardan oluşan kavramsal anlama tespit sınavı uygulama öncesi ve sonrası olarak yapılmıştır. Çalışma sonucunda anlama düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık bulunmamasına rağmen SOLO taksonomisi düzeylerinde artış olduğu tespit edilmiştir.

İmer vd. (2023) tarafından yapılan çalışmada 2022 Liselere Geçiş Sınavı (LGS) matematik sorularının SOLO taksonomisine göre incelemesi yapılmıştır. Çalışmada 2022 LGS matematik alt testinde yer alan 20 matematik sorusu incelenerek veriler elde edilmiştir. Çalışma sonucunda ilişkisel yapı düzeyinin ağırlıklı olduğu, en az sayıda ise tek yönlü yapıya ait sorunun olduğu tespit edilmiştir. Ulusal sınavların incelenmesi üzerine yapılan bir diğer çalışmada Öğdem (2022) tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada üniversitelere geçiş sınavlarında çıkan beceri temelli sorular ile 9.sınıf matematik dersi kapsamında kullanılan ders kitaplarında yer alan değerlendirme sorularının SOLO taksonomisi düzeyleri açısından incelemesini yapmıştır. 2021-2022 eğitim öğretim yılında kullanılan MEB tarafından dağıtılmış Devlet Kitapları matematik ders kitabının içerisinde 262 değerlendirme sorusu, Pasifik Yayınları ders kitabında yer alan 141 değerlendirme sorusu ve üniversiteye geçiş sınavlarından TYT oturumunda 9. sınıf konuları için 2020, 2021 yılları olmak üzere 57 TYT sorusu incelenmiştir. İncelenen kitaplardan MEB kitabında ve diğer yayınevi kitabında soruların en fazla çok yönlü yapı düzeyinde olduğu tespit edilmiştir. TYT sorularının iki yıl içinde ilişkisel yapı düzeyinde daha fazla yer aldığı görülmüştür.

SOLO taksonomisine göre incelenmesi üzerine yapılan bir diğer çalışma da Yenilmez ve Kağancı (2024) tarafından yapılmıştır. Bu çalışma kapsamında Milli Eğitim Bakanlığı tarafından yardımcı kaynak niteliğinde 8. sınıf öğrencilerine verilmiş olan LGS Matematik Çalışma kitaplarındaki soruların SOLO taksonomisi çerçevesinde incelemesi yapılmıştır. Çalışmada 2018 yılından bu yana Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından Liselere Geçiş Sınavına (LGS) yönelik her ay yayımlanmış olan 335 adet Matematik örnek sorusu öğrenme alanları ve SOLO taksonomisine göre incelenmiştir. Araştırma sonucunda sorularının beş öğrenme alanı için de SOLO taksonomisinde soyutlanmış yapı düzeyinde yoğunlaştığı, tek yönlü yapı düzeyinde ise az sayıda soru bulunduğu tespit edilmiştir.

Lian ve Yew (2011) tarafından yapılan çalışma da tekrarlanan desenler ile oluşan örüntünün genelleştirmede SOLO taksonomisi ile cebir öncesi öğrenmelerin geliştirilmesini ele almaktır. Araştırmada araştırmacılar ilkokul öğrencilerinin cebir öncesi düşünmelerinin sistemli bir biçimde tanımlanmasını sağladığını savunmuşlardır. Araştırmada, ilkokul öğrencilerinin SOLO modeline göre tekrarlı

olan örüntü görevlerini yerine getirmede tek yapısal, çok yapılı ve ilişkisel olarak üç cebirsel düşünme düzeyi sergileyebileceklerini düşünmüşlerdir. Öğretmenler ve öğrencilerine cebir öncesi düşünmeyi geliştirmek için kullanılabilecek pedagojik olarak sağlam şablonlamayı sağlayan SOLO modelinin bir uyarlaması oluşturulmuştur. Sonuç olarak erken yaştaki öğrencileri örüntü üzerinde çalışmaya yönlendirmede daha yararlı olduğu ve öğrencilere genelleme modelinin altında yatan cebir öncesi düşünmelerini geliştirmeleri için yararlı bir araç olduğu tespit edilmiştir.

Kılıç (2020) tez çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki öğrenmelerinin kavram karikatürü etkinlikleriyle SOLO taksonomisine göre değerlendirilmesini amaçlamaktadır. Araştırma 2018–2019 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Van ilinin bir ilçesindeki ilköğretim okulunda öğrenim görmekte olan 45 sekizinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Eylem araştırması yönteminin kullanıldığı çalışma kapsamında öğrencilere dokuz kavram karikatürü etkinliği uygulanmış ve öğrencilerin öğrenme çıktıları SOLO taksonomisine göre analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda, öğrenci cevaplarının çoğunluğunun SOLO taksonomisi bağlamında ilişkilendirilmiş yapı düzeyinin altında olduğuna ulaşılmıştır.

Tuna (2011) çalışmasında 10. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin etkisinin incelemesini yapmıştır. Açık uçlu matematiksel düşünme sorularının analizinde SOLO taksonomisinden yararlanılmıştır. Araştırma deney ve kontrol grupları ile yürütülmüştür. Araştırmanın deney ve kontrol grubu 2009-2010 öğretim yılında Kastamonu'nun merkezindeki bir Anadolu Lisesinde 10. sınıf öğrencileri arasından seçilmiştir. Çalışma bulgularına göre yapılandırmacı yaklaşım ile 5E öğrenme döngüsü modelinden yararlanılan deney grubunda bulunan öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri ile akademik başarıları ve trigonometri bilgilerinin kalıcılığının kontrol grubundaki öğrencilere göre istatistiksel açıdan anlamlı bir sapma olduğu tespit edilmiştir.

2.2 Cebir ve Cebirsel Düşünme ile İlgili Çalışmalar

Matematik öğretiminde yeri önemli olan cebir öğrenme alanına ait de literatürde çalışmalar mevcuttur. Cebir öğrenme alanında öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgıları üzerine yapılan çalışmalar vardır (Akkaya ve Durmuş, 2006; Birgin ve Demirören, 2020; Erdem ve Aktaş, 2018).

Gerez Cantimer (2024) çalışmasında nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ile 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebir konusunda sahip oldukları algıları ve algıların günlük yaşamla ilişkilendirmelerini incelemektedir. Çalışma zihin haritaları üzerinden yürütülmüştür. Araştırma sonucunda öğrencilerin cebirsel kavramları çoğunlukla örnekler üzerinden açıkladıklarını ve zihin haritalarında bu doğrultuda kavramları tanımladıkları ancak, günlük yaşamla ilişkilendirme konusunda güçlükler yaşandığı tespit edilmiştir.

Dikkartın Övez ve Çınar (2018) çalışmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir bilgileri ve cebirsel düşünme düzeylerinin problem kurma becerileri açısından incelenmesini amaçlamaktadır. Tarama modeli yöntemi ile çalışma yapılmıştır. Veri toplanması için Problem Kurma Testi ve Cebirsel Düşünme Düzeyi Belirleme ölçeği uygulanmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin problem kurabilme becerileri ile pozitif olarak anlamlı bir ilişkinin bulunduğu ve bundan dolayı cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesinin, problem kurma becerilerini de olumlu yönde etkileyebileceğini sonucunda ulaşılmıştır.

Akkaya ve Durmuş (2006) çalışmasında 6, 7 ve 8. sınıflardaki 280 öğrencinin cebirle ilgili farklı kavram yanılgılarının tespit etmeyi amaçlamıştır. Erdem ve Aktaş (2018) çalışmasında kapsamı 7. sınıf öğrencilerine göre ele almış ve cebir öğrenme alanında öğrencilerin karşılaşmış oldukları muhtemel zorluklar ile kavram yanılgılarına yönelik tasarlanan etkinlikleri içinde barındıran öğrenme ortamlarının kavram yanılgılarını gidermede etkililiğinin belirlenmesini amaçlamıştır. Kavram yanılgılarının tespiti için test uygulanmıştır. Çalışma deney ve kontrol grubu ile deneysel bir çalışma olarak yürütülmüştür.

Birgin ve Demirören (2020) çalışmasında 8. sınıf öğrencilerinin görsel ve cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanılgılarını incelemiştir. Çalışmada basit görsel ve şekil örüntülerinin cebirsel olarak ifade edebilme yeteneği ölçülmesi amaçlanmıştır. Sonuç olarak cebir ile geometri arasında ilişkisinin farkında olup bunu kuramayan öğrencilerin cebirsel ifadeleri anlamakta zorluk çektikleri ve örüntülerden cebirsel denklemlere geçiş yapamadıkları tespit edilmiştir.

Akkan vd. (2017) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının örüntüleri genelleme süreçlerindeki stratejileri ve gerekçelendirmeleri üzerine bir çalışma yürütmüştür. Çalışmanın amacı matematik öğretmeni adaylarının farklı örüntü problemleri ile ilgili elde edilen genellemeler için oluşturdukları stratejileri incelemek, genellemelerinin sebeplerini oluşturan dayanaklandırmalarını tespit etmek ve genelleme ile dayanaklandırma arasındaki ilişkilerin belirlenmesine yöneliktir. Çalışma Doğu Karadeniz Bölgesindeki bir üniversitenin öğrencileri ile yürütülmüş. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının en yoğun kullandığı stratejinin fonksiyonel strateji olduğu tespit edilmiş ve aynı zamanda içeriksel, yinelemeli, tahmin-kontrol ve karma stratejileri de kullanıldığı tespit edilmiştir. Fonksiyonel strateji ise iki değişkenin arasındaki ilişkinin tespit edilip genelleştirilebilmesi yeteneğidir. Gerekçelendirme adımında ise öğretmen belirli işlem adımları ve durumlar için sayısal değerleri yerine yazarak yapılan durumun doğruluğu kontrol etme ile gerekçelendirme yaptığı görülmüş ve bu nedenle adaylarının çoğunun sayısal kontrol yoluyla doğrulama ile yaptığı tespit edilmiştir.

Cebir öğretiminde öneme sahip olan cebirsel düşünme konusunda birçok çalışma mevcuttur (İspir ve Palabıyık, 2011; Kaya, 2015; Kaya, 2017; Tanışlı, 2010; Usta ve Özdemir, 2018; Yenilmez ve Teke, 2008).

Gülpek (2006), çalışmasında ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin yıllar arasındaki gelişimini incelemeyi hedeflemektedir. Öğrencilerin cebirsel düşünmeleri incelenmesi için 27 maddelik bir test uygulanmıştır. Uygulama sonrasında öğrencilerin sorulara doğru yanıtlar verebilme sıklıklarına göre 4 düzeye ayrılmıştır. Sonrasında öğrenci cevapları bu düzeyler dikkate alınarak yüzdelenmiş ve de yıllara göre gelişimleri incelenmiştir. Çalışma sonuç olarak 7. ve 8. sınıftaki

öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinde yıllara göre çok az bir artış olduğu ve bu artışın başarıyı etkilediği tespit edilmiştir.

Yenilmez ve Teke (2008), 2006 yılında yenilenen matematik öğretim programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisinin tespit edilmesi üzerine çalışılmıştır. Çalışma 2006-2007 yıllarında 24 kişilik altıncı sınıf öğrenci grubu ile yürütülmüştür. Öğrencilerin cebirsel düşünmelerini ölçmek için cebirsel düşünmenin dört düzeyi ölçebilecek olan "Cebirsel Düşünmenin Gelişimi" testi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öntest ve sontest verileri arasında cebirsel düşünme düzeyler bazındaki farklılığın anlamlı olduğu tespit edilmiştir. Cebirsel düşünme düzeyleri ile başarı, cinsiyet ve matematiğe olan ilgi arasında ilişki incelenmiştir. Başarı değişkeni ile arasında anlamlı bir fark tespit edilmiş.

Usta ve Özdemir (2018), çalışmasında nitel araştırma yöntemleri ile ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünmelerini incelemektedir. Batı Karadeniz Bölgesi'nin bir ortaokulunda öğretim gören 6, 7 ve 8. sınıf olarak toplam 12 öğrenci ile çalışılmıştır. Araştırmada, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri "Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu (CDDTF)" kullanılarak değerlendirilmiştir. Çalışma sonucunda cebirsel düşünme düzeylerinden birinci ve ikinci düzeye yönelik sorular doğru cevaplanırken üçüncü ve dördüncü düzeye yönelik soruların cevaplanırken zorlanıldığı tespit edilmiştir.

Baran (2024), yüksek lisans tez çalışmasında 10. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünebilme becerilerini, SOLO taksonomisi ekseninde analiz etmektedir. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ile yürüttüğü çalışmada Karabük ilindeki 20, 10. sınıf öğrencisi ile çalışmıştır. Veri toplamak için 9 adet açık uçlu problemden oluşan bir test uygulanmıştır. Öğrenci cevaplarının değerlendirilmesi için tüm öğrenciler ile mülakatlar yapılmıştır. Araştırma sonucunda cebirsel düşünme becerisinin SOLO taksonomisi düşünme düzeylerinden tek yönlü yapı düzeyinde, çoklu temsilleri kullanabilme cebirsel düşünme becerisinin SOLO taksonomisi düşünme düzeylerinden yapı öncesi düzeyde, genellemeleri formüle edebilme cebirsel düşünme becerisinin ise SOLO taksonomisi düşünme düzeylerinden çok yönlü yapı ve ilişkisel yapı düzeyinde bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır.

İspir ve Palabıyık (2011), cebirsel düşünme becerilerine ve matematiğe karşı tutumların örüntü temelli olan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretimini ile yedinci sınıf öğrencilerinin üzerindeki etkileri incelenmişlerdir. 2008–2009 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde altı hafta toplam 40 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Deney grubuna örüntü temelli etkinliklerle cebir öğretimi yapılmıştır, kontrol grubuna ise İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan etkinlikler doğrultusunda cebir öğretimi yapılmıştır. Araştırma bulgularında uygulanan ön test ve son test sonuçlarına göre örüntü temelli eğitimin faydalı bulunduğu ve başka sınıf düzeylerinde uygulanmasının uygun olacağını önermişlerdir.

Kaya (2017), yedinci sınıf öğrencilerinin cinsiyete göre cebirsel düşünme düzeylerini, cebir öğrenme alanındaki pozitif ve negatif beceri eksikliklerini incelemek amaçlanmıştır. Yedinci sınıf düzeyinde toplam 185 öğrenci ile çalışma yürütülmüş. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini ölçmek için 10 soruluk "Cebirsel Düşünme Düzeyi Belirleme Aracı (CDDBA)" kullanılmıştır. Sonuç olarak her bir soru için erkek öğrencilerin ortalaması 1,32; kız öğrencilerin 1,70 olarak tespit edilmiştir.

Acar'ın (2024) doktora tez çalışmasında ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin ve SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerindeki değişiminin, öğretim deneyi tasarımı yoluyla incelenmiştir. Türkiye'nin İç Anadolu Bölgesi'nde bir köy ortaokulunda öğrenim gören 11 öğrenci ile yürütülmüş, nitel bir araştırmadır. Öğretim süreci, beş öğrenme seansında Matematik Öğretim Programı'nın *Cebir* öğrenme alanındaki beş alt öğrenme alanına yönelik olarak planlanarak gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin cebirsel düşünmelerindeki gelişim, öğretim sürecinde gerçekleştirilen klinik görüşmeler aracılığıyla izlenmiştir. Araştırma sonuclarından bir tanesi, cebirsel düşünmenin geliştirilebilir olduğudur. Öğretim süreci sonunda öğrencilerin tamamının başlangıç düzeyi olan yapı öncesi düzeyden çıktığı, kavram yanılgılarının ortadan kalktığı cebirsel işlemler yapılabildiği tespit edilmiştir. Öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme seviyelerinin incelenmesi sonucunda cebirsel düşünmenin alt becerileri olan; genelleme yapma, cebirsel ilişkileri ve sembolleri kullanma ile çoklu gösterimlerden yararlanma becerilerinde yapı öncesi düzeyde öğrenci kalmadığı SOLO taksonomisine göre üst düzeylere ulaştıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Kaya (2015), çalışmasında çoklu temsil temelli cebir öğretimin bilgisayar yazılımıyla desteklenmiş halinde yedinci sınıf öğrencilerinin matematiğe karşı tutumlarına etkisini incelemeyi amaçlamıştır. 2014-2015 eğitim-öğretim yılında İzmir ilinde bir okulda 30 deney ve 30 kontrol grubu olmak üzere 60 öğrenci ile deneysel bir çalışma olarak yürütülmüştür. Bilgisayar yazılımı ile desteklenmiş etkinlikler için GeoGebra programı kullanılmıştır. Sonuç olarak çoklu temsil temelli cebir öğretimin bilgisayar yazılımı destekli olarak uygulandığı deney grubu öğrencilerinin matematiğe karşı tutum ortalama puanlarıyla kontrol grubu öğrencilerinin puanları arasında deney grubu tarafından anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir.

Cebir örüntüleri, sayıları ve bilinmeyenlerin anlam kazanarak aritmetiğe dayalı matematikten soyut matematiğe geçişin yolu konumundadır. Bu öneme sahip cebir Türkiye'de cebir öğretimi altında ilk defa altıncı sınıfta başlamaktadır. Araştırmacılar tarafından da cebir öğretiminin başladığı sınıf olması dolayısı ile altıncı sınıf cebiri önem görmektedir. Özbayar (2017) çalışmasında bu altıncı sınıfta olan cebir öğrenme alanı üzerinde durmuştur. Araştırmada 6. sınıf Matematik Öğretim Programının cebirsel düşünme düzeyleri açısından öğrencilere etkisinin incelenmesi hedeflenmiştir. Çalışma 2013-2014 Eğitim Öğretim Yılının birinci döneminde Kütahya ilinde 50 öğrenci ile ön test ve son test uygulaması yapılacak şekilde yürütülmüştür. Araştırmada cebirsel düşünmeyi ölçebilmek amacı ile Altun (2005) oluşturduğu "Cebirsel Düşünmenin Gelişimi" testi uygulanmıştır. Araştıma sonucunda son test düzeyler için olumlu olarak anlamlı bir farklılık görülmüştür. Çalışmada matematik başarıları yüksek öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin de yüksek olduğu tespit edilmiştir.

Çalışmalarda öğrenciler ile olduğu gibi öğretmen adayları ile de çalışılmıştır. Öğretmen adaylarının cebirsel düşünmeleri üzerine çalışmalar içinde Bal (2015) tarafından yapılmış olan çalışmada, çoklu temsilleri dönüştürme yeteneklerinin incelemesinin yapılması amacı ile ilköğretim öğretmen adayları ile çalışmıştır. 2012-2013 öğretim yılında 134 öğretmen adayı tarama modeli kullanılarak yürütülmüş bir çalışmadır. Çalışma sonucunda ilköğretim öğretmen adayları için sözlü temsillerin diğer temsil biçimlerine dönüştürülmesinde başarılı olmadıkları tespit edilmiştir.

Elazzabi ve Kaçar (2020), çalışmasında cebirsel düşünme becerileri genellemeleri formülleştirme, semboller ve cebirsel ilişkilerin kullanma ve çoklu temsilleri kullanma becerileri açısından tespit etmeyi amaçlamaktadır. Çalışma Türkiye ve Libya'da öğrenim gören öğrencilerin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki cebirsel düşünme düzeylerini ölçmeyi hedeflemektedir. 2018-2019 eğitim-öğretim yılında Libya'dan 112 ve Türkiye'den 129 öğrenci olmak üzere toplam 241 öğrenci ile tarama modeli kullanılarak yürütülmüş bir çalışmadır. Cebirsel düşünme sorularına öğrenci cevapları incelenirken aynı zamanda cevaplar SOLO taksonomisi düzeylerine göre de incelenmiştir. Çalışma sonucunda Libyalı öğrencilerin en fazla tek yönlü yapı düzeyinde ardından çok yönlü yapı düzeyinde oldukları, Türk öğrencilerin en fazla çok yönlü yapı düzeyinde arkasından tek yönlü yapı düzeyinde oldukları tespit edilmiştir. Cebirsel düşünme açısından Libyalı ve Türk öğrencilerin genellemeleri formüle edebilme ve çoklu temsil becerilerini kullanabilme becerileri açısından aralarında anlamlı bir fark tespit edilememiştir.

Konyalıhatipoğlu (2016), ortaokul 7.sınıf öğrencilerin analitik ve bütüncül düşünme stillerini çokgenler konusu için dinamik geometri yazılımı destekli öğrenme ortamı etkisini SOLO taksonomisine göre incelemeyi amaçlamaktadır. Çalışma 2014-2015 eğitim öğretim yılında Rize il öğretim gören 24 yedinici sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Öğrencilere çokgenler konusu için dinamik geometri yazılımı ile ön uygulama yapılmış ve ardından Ön Düzey Tespit Sınavı uygulanmıştır. Uygulama sonucunda öğrenciler analitik düşünen ve bütüncül düşünen öğrenciler olarak iki gruba ayrılmıştır. 3 haftadan oluşan 21 ders saati ile Geogebra yazılımı kullanılarak bilgisayar ortamında tasarlanan etkinliklerle Çokgenler alt öğrenme alanı öğretimi yapılmıştır. Uygulama sonunda Son Düzey Tespit Sınavı uygulanmıştır. Öğrenci cevapları analitik ve bütüncül düşünme haricinde SOLO taksonomisi düzeylerine göre de incelenmiştir. Araştırma sonucunda dinamik geometri yazılımı ile oluşturulan öğrenme ortamının hem analitik hem de bütüncül düşünme stiline sahip öğrenciler olumlu etkilediği tespit edilmiştir. SOLO taksonomisi düzeyleri açısından dinamik geometri yazılımının üst evrelerde cevaplar verildiği tespit edilmiştir. Analitik ve bütüncül düşünmenin SOLO taksonomisi düzeyleri açısından bir katkı sağlamadığı görülmüştür.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi kapsamında araştırma modeli, çalışma grubu, veri toplama aracı, uygulama süreci ve verilerin analizine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

3.1 Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, nitel araştırma yaklaşımına dayalı durum çalışması deseniyle yürütülmüştür. Araştırmanın nitel araştırma yaklaşımıyla ele alınmasının temel nedeni, öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtların yalnızca sonuç odaklı değerlendirilmemesi; bu yanıtlarda kullandıkları çözüm stratejilerinin, sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma biçimlerinin, çoklu temsillerden yararlanma durumlarının ve genellemelere ulaşma süreçlerinin ayrıntılı biçimde incelenmesidir. Nitel araştırmalar, bireylerin bir olguya ilişkin deneyimlerini, anlamlandırma süreçlerini ve ortaya koydukları düşünsel yapıları kendi bağlamı içinde ayrıntılı biçimde anlamaya olanak sağlamaktadır (Creswell, 2013; Merriam ve Tisdell, 2016; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu araştırmada da öğrencilerin yanıtları yalnızca doğru ya da yanlış olma durumuna göre değil, SOLO taksonomisi düzeyleri ile sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma, genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutları açısından nasıl yapılandırıldığına göre incelenmiştir. Bu nedenle araştırmanın temel yönelimi, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini betimlemek ve yorumlamak olduğundan nitel araştırma yaklaşımı uygun görülmüştür.

Araştırmada durum çalışması deseninin tercih edilmesinin nedeni, incelenen olgunun belirli bir bağlam, sınıf düzeyi ve öğrenme alanı ile sınırlandırılmış olmasıdır. Durum çalışması, güncel bir durumun gerçek yaşam bağlamı içerisinde ayrıntılı ve bütüncül biçimde incelenmesine olanak sağlayan bir araştırma desenidir (Yin, 2018). Benzer şekilde durum çalışması, sınırları belirli bir durumun derinlemesine betimlenmesi ve analiz edilmesi amacıyla kullanılmaktadır (Merriam ve Tisdell, 2016). Bu araştırmada ele alınan durum, yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler öğrenme alanındaki açık uçlu görevlerde sergiledikleri cebirsel düşünme süreçlerinin SOLO taksonomisi düzeyleri bağlamında incelenmesidir. Araştırma soruları da öğrencilerin yanıtlarının

SOLO taksonomisi düzeylerine göre nasıl betimlendiğini, cebirsel düşünme boyutlarına göre nasıl bir dağılım gösterdiğini ve bu dağılımların bütüncül olarak nasıl bir görünüm ortaya koyduğunu belirlemeye yöneliktir. Bu yönüyle çalışma, belirli bir öğrenci grubunun belirli bir matematik öğrenme alanındaki düşünme yapısını kendi sınırları içinde ayrıntılı olarak inceleyen bir durum çalışması niteliği taşımaktadır.

Araştırmada elde edilen veriler, açık uçlu öğrenci yanıtlarının ayrıntılı biçimde çözümlenmesine dayanmaktadır. Bu doğrultuda öğrenci yanıtları, SOLO taksonomisi düzeyleri ve cebirsel düşünmenin temel boyutları çerçevesinde betimsel analiz yoluyla incelenmiştir. Analiz sonucunda elde edilen kategoriler frekans ve yüzde değerleriyle desteklenerek sunulmuştur. Frekans ve yüzde değerleri, araştırmanın nicel bir desenle yürütüldüğünü göstermek amacıyla değil, nitel olarak sınıflandırılan öğrenci yanıtlarının dağılımını daha açık ve sistematik biçimde ortaya koymak amacıyla kullanılmıştır. Bu nedenle araştırmada herhangi bir çıkarımsal istatistiksel test uygulanmamış; bulgular, öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerinde sergiledikleri yanıt yapılarının betimlenmesi ve yorumlanması temelinde ele alınmıştır. Bu yönüyle araştırma, nitel araştırma yaklaşımına dayalı bir durum çalışması olarak yapılandırılmıştır.

3.2 Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu, olasılıklı olmayan örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir/elverişli örnekleme yoluyla belirlenmiştir. Kolay ulaşılabilir örnekleme, araştırmacının ulaşması hızlı ve kolay olan mevcut katılımcılar üzerinden veri toplamasına olanak sağlayan bir örnekleme yaklaşımıdır (Baltacı, 2018). Bu araştırmada söz konusu örnekleme yönteminin tercih edilmesinde, araştırmanın yürütüleceği okullara erişim sağlanabilmesi, gerekli izinlerin alınabilmesi ve uygulamanın mevcut yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilebilmesi etkili olmuştur. Araştırmaya, 2024-2025 eğitim öğretim yılında Türkiye'nin kuzeyinde yer alan bir ildeki iki ortaokulda öğrenim gören ve çalışmaya katılım sağlayan toplam 47 yedinci sınıf öğrencisi dâhil edilmiştir. Katılımcıların yedinci sınıf düzeyinden seçilmesinde ise cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem konularına ilişkin kazanımlarla daha önce

karşılaşmış olmaları ve bu konuların yedinci sınıf düzeyinde daha ayrıntılı biçimde ele alınması dikkate alınmıştır.

3.3 Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen açık uçlu ölçme aracı kullanılmıştır. Ölçme aracının açık uçlu sorulardan oluşturulmasının temel nedeni, öğrencilerin yalnızca doğru ya da yanlış sonuca ulaşıp ulaşmadıklarını belirlemekten öte çözüm sürecinde kullandıkları stratejileri, yaptıkları açıklamaları, sembolik ifadeleri kullanma biçimlerini, farklı temsillerden yararlanma durumlarını ve genelleme yapabilme yeterliklerini ayrıntılı biçimde incelemektir. Nitel araştırma yaklaşımı, bireylerin düşünme biçimlerini ve anlamlandırma süreçlerini kendi bağlamı içinde derinlemesine incelemeye olanak sağladığından, bu araştırmada öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtların veri kaynağı olarak kullanılması uygun görülmüştür (Maxwell, 2008).

Araştırmada kullanılan ölçme aracı, ortaokul yedinci sınıf düzeyinde yer alan cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem konularını kapsayacak biçimde hazırlanmış 10 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Soruların hazırlanmasında yedinci sınıf matematik dersi öğretim programında yer alan ilgili kazanımlar dikkate alınmıştır. Bu doğrultuda ölçme aracında öğrencilerin cebirsel ifadeleri yorumlama, sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade etme, eşitliğin korunumu ilkesini anlama, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurma, denklem çözme, gerçek yaşam durumlarını cebirsel olarak ifade etme ve cebirsel ifadelerle işlem yapma becerilerini ortaya koyabilecekleri problem durumlarına yer verilmiştir.

Ölçme aracında yer alan sorular, araştırmanın kuramsal çerçevesi ve araştırma problemleriyle uyumlu olarak cebirsel düşünmenin üç temel boyutunu yansıtacak biçimde yapılandırılmıştır. Bu kapsamda sorular, öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarındaki performanslarını ortaya koymayı amaçlamaktadır. Böylece ölçme aracı yalnızca öğretim programındaki kazanımlara dayalı bir başarı ölçümü olarak değil, aynı zamanda öğrencilerin cebirsel düşünme biçimlerini SOLO taksonomisi

düzeyleri bağlamında incelemeye olanak sağlayan bir veri toplama aracı olarak tasarlanmıştır. Durum çalışmaları belirli bir durumun kendi bağlamı içerisinde ayrıntılı biçimde incelenmesine olanak sağladığından, ölçme aracının açık uçlu görevlerden oluşması araştırmanın desenine de uygunluk göstermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016'dan akt. Kara, 2021; Yin, 2018'den akt. Fazıl ve Avcı, 2022).

Ölçme aracında yer alan soruların ilgili kazanımlara göre dağılımı Tablo 3.1'de sunulmuştur. Ölçme aracında kullanılan açık uçlu sorular ise Ekler bölümünde verilmiştir.

Tablo 3.1 Yedinci sınıf cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem konularına ilişkin kazanım-soru dağılımı

Kazanım Kodu ve Açıklaması	İlgili Soru Numarası
M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.	1, 10
M.7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.	2
M.7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.	3, 4, 7, 8
M.7.2.2.4. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.	5
M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.	6, 8
M.7.2.2.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	9

Tablo 3.1'de görüldüğü üzere ölçme aracında yer alan sorular, yedinci sınıf cebirsel ifadeler ile eşitlik ve denklem konularına ilişkin farklı kazanımları kapsayacak biçimde yapılandırılmıştır. Bu kapsamda ölçme aracı tek bir kazanım ya da tek bir beceri alanıyla sınırlandırılmamış; öğrencilerin cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem konularına ilişkin farklı düşünme biçimlerini ortaya koyabilecekleri görevlerden oluşturulmuştur.

Ölçme aracında yer alan soruların cebirsel düşünmenin üç alt boyutuna göre dağılımı Tablo 3.2'de sunulmuştur.

Tablo 3.2 Ölçme aracında yer alan soruların cebirsel düşünmenin üç alt boyutuna göre dağılımı

Sembolik Dil ve Cebirsel İlişkileri Kullanma	Çoklu Temsillerden Yararlanma	Genellemelere Ulaşma ve Formüle Etme
● 1 B	● 3	● 1 A
● 2	● 6	● 8 B
● 4	● 8 A	● 10 A
● 5		
● 7A		
● 7B		
● 7C		
● 9A		
● 9B		
● 9C		
● 10B		
● 10C		

Tablo 3.2'de görüldüğü üzere ölçme aracında yer alan sorular tek bir beceri alanıyla sınırlandırılmamış; öğrencilerin cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem konularına ilişkin farklı düşünme biçimlerini sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarındaki performanslarını ortaya koyabilecekleri görevlerden oluşturulmuştur. Soruların kazanımlara göre dağılımı ve cebirsel düşünmenin üç alt boyutuna göre dağılımı incelendiğinde, ölçme aracında hem sembolik gösterimleri kullanmaya hem eşitlik ve denklem ilişkilerini anlamlandırmaya hem de örüntü ve problem durumlarından hareketle genellemelere ulaşmaya yönelik görevlerin yer aldığı görülmektedir. Bu yönüyle ölçme aracı, araştırmanın amacı ve araştırma soruları ile uyumlu bir kapsamda hazırlanmıştır.

Araştırmacı tarafından hazırlanan ölçme aracının kapsam, dil, seviye ve ölçme amacına uygunluğunu değerlendirmek amacıyla uzman görüşlerine başvurulmuştur. Bu süreçte matematik eğitimi alanında çalışan akademisyenlerden soruların konu bütünlüğü, bilişsel düzeyi, sınıf düzeyine uygunluğu ve cebirsel düşünmenin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarıyla uyumu konusunda görüş alınmıştır. Ayrıca ölçme ve değerlendirme alanında uzman bir akademisyenden, soruların açık ve anlaşılır

biçimde ifade edilmesi, ölçme aracının amacına uygunluğu ve kapsam geçerliğini destekleyecek düzenlemeler konusunda öneriler alınmıştır. Bunun yanında aktif olarak ortaokulda görev yapan bir matematik öğretmeninden, soruların öğrenci düzeyine uygunluğu, uygulanabilirliği, anlaşılabilirliği ve uygulama sürecinde karşılaşılabilecek olası güçlükler hakkında görüş alınmıştır.

Alınan uzman görüşleri doğrultusunda ölçme aracında gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Bu düzenlemeler kapsamında bazı soru ifadeleri sadeleştirilmiş, problem durumları öğrencilerin yaş ve bilişsel düzeylerine daha uygun hâle getirilmiş, soruların sıralaması mantıksal bir bütünlük oluşturacak biçimde yeniden düzenlenmiş ve bazı sorular ölçülmek istenen beceriye daha doğrudan odaklanacak şekilde yeniden yapılandırılmıştır. Böylece ölçme aracının hem yedinci sınıf cebir öğrenme alanındaki kazanımları kapsaması hem de araştırmada ele alınan cebirsel düşünme boyutlarını yansıtması sağlanmaya çalışılmıştır.

Araştırmanın yürütülebilmesi için 2024-2025 eğitim öğretim yılının Ocak ayında Kastamonu Üniversitesinden etik kurul izni alınmıştır. Etik kurul izninin ardından Kastamonu İl Millî Eğitim Müdürlüğünden gerekli uygulama izinleri alınmış ve veri toplama süreci belirlenen ortaokullarda yürütülmüştür.

3.4 Uygulama Süreci

Araştırmanın veri toplama süreci 2024-2025 eğitim-öğretim yılı güz döneminde, öğrenciler kendi sınıf ortamlarında ve olağan ders saati içerisindeyken gerçekleştirilmiştir. Uygulama öğrencilerin dikkat süresi ve testte yer alan soruların cevaplanabilme süresi göz önünde bulundurularak tek bir oturumda ve toplam 40 dakikalık bir süre içerisinde gerçekleşmiştir. Sürecin başında öğrencilere, uygulamanın akademik bir araştırma amacı ile yürütüldüğü, verdikleri yanıtların notla değerlendirilmeyeceği ve kimlik bilgilerinin gizli kalacağı konusunda bilgilendirme yapılmıştır. Gönüllülük ve gizlilik esaslarından kaynaklı olarak öğrencilerden isim bilgisi istenmemiştir. Bunun yerine öğrenciler ‘öğrenci 1’, ‘öğrenci 2’ şeklinde sıralı olacak biçimde kodlanmıştır. Uygulama esnasında uygulayıcı ve araştırmacı tarafından soruların içeriğine dair herhangi bir ipucu, yardım veya yönlendirici

açıklama yapılmamıştır. Tüm uygulamalar aynı gün içinde yürütülmüş ve tamamlanmıştır.

3.5 Verilerin Analizi

Bu araştırmada veriler, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler öğrenme alanına yönelik açık uçlu ölçme aracına verdikleri yazılı yanıtlardan elde edilmiştir. Araştırmanın amacı doğrultusunda öğrenci yanıtları, SOLO taksonomisi düzeyleri ve cebirsel düşünmenin üç temel boyutu olan sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutları çerçevesinde analiz edilmiştir. Bu nedenle analiz süreci, öğrenci yanıtlarının nitel olarak çözümlenmesini ve bu çözümleme sonucunda elde edilen kategorik verilerin frekans ve yüzde değerleriyle betimsel olarak özetlenmesini içerecek şekilde yapılandırılmıştır.

Araştırmada öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri yanıtlar, nitel veri analizi yöntemlerinden betimsel analiz yoluyla çözümlenmiştir. Betimsel analiz, verilerin önceden belirlenmiş bir kavramsal çerçeveye göre düzenlenmesi, sınıflandırılması ve yorumlanmasına olanak sağlayan bir analiz yaklaşımıdır (Karataş, 2015). Bu araştırmada analiz çerçevesi, araştırmanın kuramsal dayanağını oluşturan SOLO taksonomisi düzeyleri ile cebirsel düşünme boyutları doğrultusunda önceden belirlenmiştir. Bu kapsamda öğrenci yanıtları; yapı öncesi, tek yönlü yapı, çok yönlü yapı, ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapı düzeyleri ile sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ve genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutları dikkate alınarak incelenmiştir.

Betimsel analizin tercih edilmesinin temel nedeni, araştırmada öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtların SOLO taksonomisi düzeyleri ve cebirsel düşünme boyutları açısından nasıl bir görünüm sergilediğinin ortaya konulmak istenmesidir. Bu doğrultuda öğrenci yanıtları yalnızca doğru ya da yanlış olma durumuna göre değerlendirilmemiş; yanıtların hangi düzeyde yapılandığı, hangi cebirsel düşünme boyutunu yansıttığı ve öğrencilerin açıklamalarında hangi matematiksel ilişkileri kullandıkları ayrıntılı biçimde ele alınmıştır. Böylece

öğrencilerin cebirsel ifadeler öğrenme alanındaki yanıtları hem SOLO taksonomisi düzeyleri hem de cebirsel düşünmenin temel boyutları açısından betimlenmiştir.

Nitel veri analizinde verilerin düzenlenmesi, anlamlı kategoriler altında sınıflandırılması ve bu kategoriler arasındaki ilişkilerin ortaya konulması temel süreçler arasında yer almaktadır. Bu nedenle nitel araştırmalarda veri analizi, araştırma sürecinin merkezî bileşenlerinden biri olarak kabul edilmektedir (Flick, 2013). Veri analizi; sınıflandırma, tanımlama, karşılaştırma ve kavramsal ilişkileri ortaya koyma gibi birbirini tamamlayan aşamalardan oluşmaktadır (Corbin ve Strauss, 2008; Dey, 1993). Bu araştırmada da öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerindeki yanıtları, belirlenen kuramsal çerçeve doğrultusunda sınıflandırılmış ve yorumlanmıştır. Böylece öğrencilerin sembolik dili ve cebirsel ilişkileri kullanma biçimleri, çoklu temsillerden yararlanma durumları ve genellemelere ulaşma süreçleri SOLO taksonomisi düzeyleriyle ilişkilendirilerek sistematik biçimde analiz edilmiştir.

Analiz sürecinde tüm öğrenci yanıtları öncelikle bütüncül biçimde okunmuştur. Daha sonra her bir yanıt, SOLO taksonomisi düzeylerinin ayırt edici özellikleriyle karşılaştırılmıştır. Öğrenci yanıtında herhangi bir anlamlı matematiksel yapı kurulamaması ya da sorunun yanlış anlaşılması durumunda yanıt yapı öncesi düzeyde değerlendirilmiştir. Yanıtta yalnızca tek bir özellik ya da sınırlı bir unsur dikkate alınmışsa tek yönlü yapı düzeyi; birden fazla unsur fark edilmiş ancak bu unsurlar arasında anlamlı ilişki kurulmamışsa çok yönlü yapı düzeyi dikkate alınmıştır. Farklı unsurlar arasında bağlantı kurulmuş ve yanıt bütüncül bir yapıya ulaştırılmışsa ilişkisel yapı düzeyi; elde edilen ilişki daha genel bir yapıya taşınmış ya da farklı durumlara aktarılabilecek biçimde ifade edilmişse soyutlanmış yapı düzeyi dikkate alınmıştır. Böylece her bir öğrenci yanıtı, SOLO taksonomisinin ilgili düzeyiyle eşleştirilerek kodlanmıştır.

Öğrenci yanıtlarının sistematik biçimde sınıflandırılabilmesi amacıyla SOLO taksonomisi düzeyleri 1 ile 5 arasında değişen sayısal kodlarla ifade edilmiştir. Açık uçlu yanıtların SOLO düzeylerine göre kodlanmasında alanyazındaki benzer puanlama yaklaşımlarından yararlanılmıştır (Mooney, 2002). Bu kodlama sistemi, nitel olarak değerlendirilen öğrenci yanıtlarının düzenli biçimde sınıflandırılmasını ve

elde edilen bulguların frekans ve yüzde değerleriyle özetlenmesini sağlamıştır. Kullanılan kodlama sistemi Tablo 3.3'de sunulmuştur.

Tablo 3.3 SOLO taksonomisi düzeylerine ilişkin kodlamalar

Kod	SOLO Taksonomisi Düzeyi
1	Yapı Öncesi
2	Tek Yönlü Yapı
3	Çok Yönlü Yapı
4	İlişkisel Yapı
5	Soyutlanmış Yapı

Tablo 3.3'de görüldüğü üzere, SOLO taksonomisinin her bir düzeyi sayısal bir kodla temsil edilmiştir. Bu kodlama yoluyla öğrencilerin açık uçlu yanıtlarından elde edilen nitel veriler, analiz sürecinde kategorik olarak düzenlenmiştir. Burada kullanılan sayısal kodlar, cebirsel düşünmeye ait ayrı bir düzey sistemini ifade etmemektedir. Kodlar yalnızca öğrenci yanıtlarının SOLO taksonomisi düzeylerine göre sınıflandırılmasını ve bu sınıflamaların betimsel olarak özetlenmesini sağlamak amacıyla kullanılmıştır.

Puanlama sürecinde ölçme aracında yer alan 10 ana problem ve alt problemlerle birlikte toplam 18 yanıt birimi dikkate alınmıştır. Her bir yanıt birimi, ilgili olduğu cebirsel düşünme boyutu ve SOLO taksonomisi düzeyi açısından değerlendirilmiştir. Cebirsel düşünme boyutları; sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme olarak ele alınmıştır. Böylece her bir öğrenci yanıtı hem hangi cebirsel düşünme boyutuyla ilişkili olduğu hem de SOLO taksonomisine göre hangi düzeyde yer aldığı bakımından sınıflandırılmıştır. Bu süreçte amaç, öğrenciler için bağımsız bir "cebirsel düşünme düzeyi" belirlemek değil; öğrencilerin cebirsel düşünmenin farklı boyutlarında sergiledikleri yanıtların SOLO düzeylerine göre nasıl yapılandığını ortaya koymaktır.

Betimsel analiz sonucunda elde edilen kodlar, araştırma problemleri doğrultusunda frekans ve yüzde değerleriyle özetlenmiştir. Frekans ve yüzde değerlerinin kullanılmasının nedeni, öğrencilerin yanıtlarının SOLO taksonomisi düzeylerine ve cebirsel düşünme boyutlarına göre dağılımını açık, karşılaştırılabilir ve sistematik

biçimde ortaya koymaktır. Birinci araştırma problemi kapsamında, öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtların SOLO taksonomisi düzeylerine göre dağılımı frekans ve yüzde değerleriyle sunulmuştur. Böylece öğrencilerin yanıtlarının en çok hangi SOLO düzeylerinde yoğunlaştığı belirlenmiştir.

İkinci araştırma problemi kapsamında öğrencilerin yanıtları, cebirsel düşünmenin üç temel boyutu ile SOLO taksonomisi düzeyleri birlikte dikkate alınarak incelenmiştir. Bu aşamada öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarında hangi SOLO düzeylerinde yer aldıkları belirlenmiştir. Elde edilen bulgular, frekans ve yüzde değerleriyle desteklenerek tablolar hâlinde sunulmuştur. Böylece öğrencilerin cebirsel düşünmenin farklı boyutlarında gösterdikleri yanıt yapıları karşılaştırmalı ve betimsel olarak değerlendirilmiştir.

Araştırmanın üçüncü alt problemi kapsamında ise cebirsel düşünme boyutlarına ilişkin SOLO taksonomisi düzey dağılımları bütüncül olarak değerlendirilmiştir. Bu aşamada herhangi bir çıkarımsal istatistiksel test uygulanmamış; elde edilen frekans ve yüzde değerleri üzerinden öğrencilerin farklı cebirsel düşünme boyutlarında hangi SOLO düzeylerinde yoğunlaştıkları betimsel olarak yorumlanmıştır. Bu doğrultuda öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarındaki yanıtları birlikte ele alınarak, cebirsel düşünmenin temel boyutlarına ilişkin genel görünüm ortaya konulmuştur.

Araştırmada geçerlik ve güvenirlik çalışmaları da analiz sürecinin önemli bir parçası olarak ele alınmıştır. Nitel araştırmalarda geçerlik kapsamında inandırıcılık ve aktarılabilirlik; güvenirlik kapsamında ise teyit edilebilirlik önemli görülmektedir (Lincoln ve Guba, 1985'den akt. Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu doğrultuda araştırmanın inandırıcılığını güçlendirmek amacıyla ölçme aracının hazırlanması ve öğrenci yanıtlarının kodlanması sürecinde uzman görüşlerine başvurulmuştur. Ölçme aracında yer alan soruların kapsamı, öğrenci düzeyine uygunluğu, araştırma problemleriyle ilişkisi ve cebirsel düşünme boyutlarını yansıtma durumu uzman görüşleri doğrultusunda değerlendirilmiştir. Ayrıca öğrenci yanıtlarının SOLO

taksonomisi düzeylerine göre kodlanması sürecinde matematik eğitimi alanında uzman bir öğretim üyesinin görüşü alınmıştır.

Kodlama güvenirliğini belirlemek amacıyla öğrenci cevap kâğıtlarının %15'ini oluşturan bir grup cevap kâğıdı rastgele seçilmiştir. Seçilen cevap kâğıtları öncelikle araştırmacı tarafından kodlanmış; ardından aynı cevaplar matematik eğitimi alanında uzman bir öğretim üyesi tarafından bağımsız biçimde yeniden kodlanmıştır. Araştırmacı ve alan uzmanı tarafından yapılan kodlamalar karşılaştırılarak görüş birliği ve görüş ayrılığı bulunan durumlar belirlenmiştir. Kodlayıcılar arası uyumu hesaplamak amacıyla Miles ve Huberman'ın (1994) güvenirlik formülü kullanılmıştır:

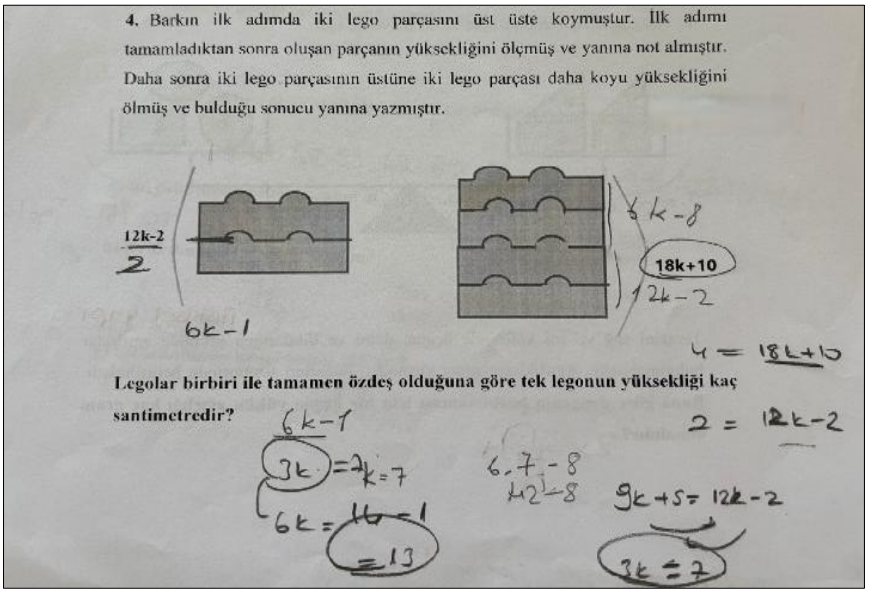
$$\text{Güvenirlik} = \frac{\text{Görüş Birliği}}{\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı}} \times 100 \qquad (3.1)$$

Bu formüle göre kodlayıcılar arası güvenirlik katsayısı şu şekilde hesaplanmıştır:

$$\text{Güvenirlik} = \frac{109}{109 + 17} \times 100 = 86{,}5 \qquad (3.2)$$

Elde edilen %86,5'lik uyum oranı, kodlayıcılar arasında yüksek düzeyde bir uyum bulunduğunu göstermektedir. Görüş ayrılığı yaşanan kodlamalarda ise farklılığın neden kaynaklandığı araştırmacı ve alan uzmanı tarafından tartışılmış, fikir alışverişine dayalı olarak ortak karara varılmıştır. Böylece sonraki kodlamalarda dikkat edilmesi gereken noktalar konusunda ortak bir anlayış geliştirilmiştir.

Araştırmacı ve alan uzmanı tarafından farklı kodlanan bir öğrenci yanıtına ilişkin örnek Şekil 3.1'de sunulmuştur.



Şekil 3.1 Farklı kodlanan öğrenci yanıtına ilişkin örnek

Şekil 3.1'de yer alan öğrenci yanıtı, ilk kodlama sürecinde araştırmacı tarafından SOLO taksonomisi kapsamında çok yönlü yapı düzeyinde, alan uzmanı tarafından ise ilişkisel yapı düzeyinde değerlendirilmiştir. Araştırmacı ve alan uzmanı arasında yapılan karşılaştırmalı incelemede, öğrencinin çözümünde yalnızca birden fazla bilginin ya da işlem adımının ayrı ayrı kullanılmasıyla sınırlı kalınmadığı; bu bilgilerin çözüm süreci içinde birbirleriyle ilişkilendirildiği görülmüştür. Öğrencinin verilen cebirsel ifadeleri karşılaştırması, bu ifadeler arasında bağlantı kurması ve çözümünü bütüncül bir akıl yürütme süreciyle sonuca ulaştırması nedeniyle yanıtın çok yönlü yapı düzeyinden ziyade ilişkisel yapı düzeyini yansıttığına karar verilmiştir.

Bu süreçte soru kökü, öğrencinin yazılı çözüm adımları ve SOLO taksonomisi düzeylerinin ayırt edici özellikleri birlikte değerlendirilmiştir. Özellikle çok yönlü yapı düzeyinde öğrencinin birden fazla unsuru fark etmesi ancak bu unsurlar arasında bütüncül bir ilişki kuramaması beklenirken; ilişkisel yapı düzeyinde farklı bilgi ve işlemlerin anlamlı bir bütün oluşturacak biçimde ilişkilendirilmesi temel ölçüt olarak alınmıştır. Bu ölçütler doğrultusunda, Şekil 3.1'deki yanıtın parça-bütün ilişkisi kurmayı ve çözüm adımlarını bütünleştirmeyi içerdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu nedenle ilgili yanıtın ilişkisel yapı düzeyinde kodlanması konusunda ortak karara varılmıştır. Görüş ayrılığı yaşanan bu örnek üzerinden yapılan değerlendirme, benzer nitelikteki diğer öğrenci yanıtlarının kodlanmasında da ortak ölçütlerin dikkate alınmasına katkı sağlamıştır.

4. BULGULAR

Bu bölümde, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına yönelik açık uçlu görevlere verdikleri yanıtlardan elde edilen bulgular sunulmuştur. Bulgular, araştırma problemleri doğrultusunda üç başlık altında ele alınmıştır. İlk olarak öğrenci yanıtları SOLO taksonomisi düzeyleri bağlamında betimlenmiş ve bu düzeylere ilişkin genel dağılım ortaya konulmuştur. İkinci olarak öğrenci yanıtları, cebirsel düşünmenin temel boyutları olan sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutları açısından incelenmiş ve her bir boyuta ilişkin SOLO düzey dağılımları sunulmuştur. Son olarak, üçüncü problemi kapsamında ise cebirsel düşünme boyutlarına ilişkin SOLO taksonomisi düzey dağılımları bütüncül olarak değerlendirilmiş ve elde edilen frekans ve yüzde değerleri üzerinden öğrencilerin farklı cebirsel düşünme boyutlarında hangi SOLO düzeylerinde yoğunlaştıkları betimsel olarak yorumlanmıştır. Bu doğrultuda öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarındaki yanıtları birlikte ele alınarak, cebirsel düşünmenin temel boyutlarına ilişkin genel görünüm ortaya konulmuştur.

4.1 Cebir Öğrenme Alanına Yönelik Görevlerdeki Yanıtların SOLO Taksonomisi Düzeyleri Bağlamında Betimlenmesi

Araştırmanın birinci alt problemi kapsamında, yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına yönelik açık uçlu görevlerdeki yanıtları SOLO taksonomisi düzeyleri bağlamında incelenmiştir. Bu doğrultuda araştırmacı tarafından geliştirilen ve toplam 10 açık uçlu görevden oluşan ölçme aracı 47 öğrenciye uygulanmıştır. Öğrencilerin ölçme aracına verdikleri yanıtlar, Tablo 1.5'te sunulan gösterge fiiller dikkate alınarak yapı öncesi, tek yönlü yapı, çok yönlü yapı, ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapı düzeyleri çerçevesinde çözümlenmiştir. Analiz sonucunda elde edilen frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.1'de sunulmuştur.

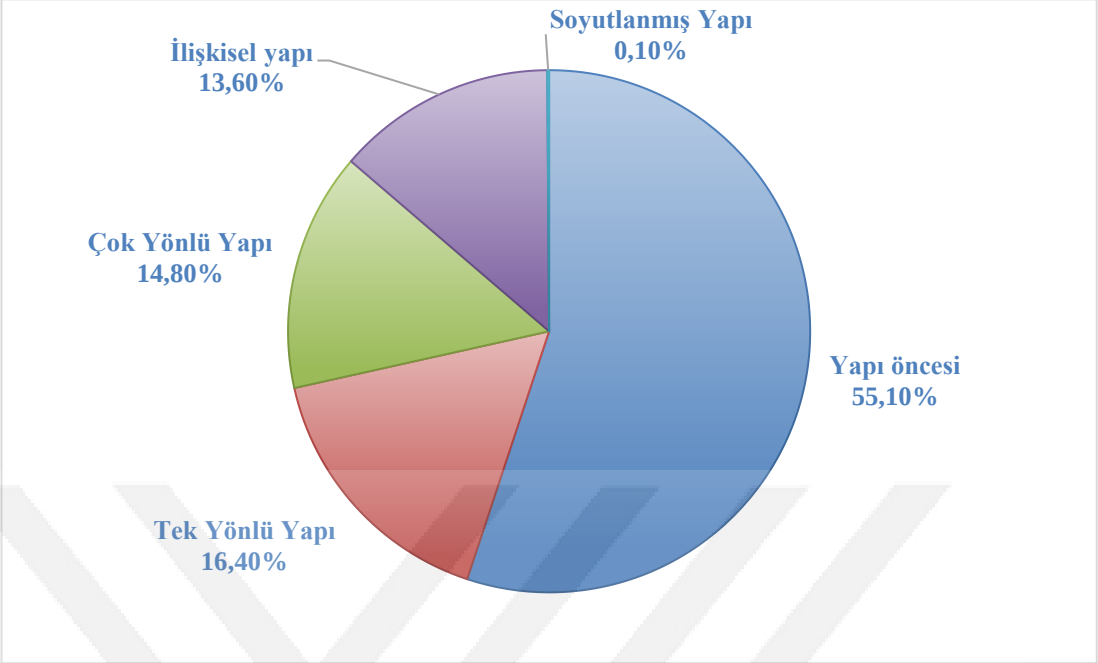
Tablo 4.1 Yedinci sınıf öğrencilerinin ölçme aracına verdikleri yanıtların solo taksonomisi düzeylerine göre dağılımı

SOLO Taksonomisi Düzeyleri	f	%
Yapı Öncesi	466	55,10
Tek Yönlü Yapı	139	16,40
Çok Yönlü Yapı	125	14,80
İlişkisel Yapı	115	13,60
Soyutlanmış Yapı	1	0,10
Toplam	846	100

Tablo 4.1'de görüldüğü üzere, öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtların önemli bir bölümü yapı öncesi düzeyinde yer almaktadır (f = 466; %55,10). Bu bulgu, öğrencilerin yarısından fazlasının cebir öğrenme alanına yönelik görevlerde ilgili kavram, işlem ya da ilişkileri anlamlı bir bütünlük içinde kullanmakta güçlük yaşadığını göstermektedir. Yapı öncesi düzeyindeki yoğunluk, öğrencilerin bazı yanıtlarında sorunun gerektirdiği cebirsel yapıyı tanıyamadıklarını, verilen bilgiler arasında uygun bağlantılar kuramadıklarını ya da çözüm sürecini tutarlı biçimde sürdüremediklerini düşündürmektedir.

Yapı öncesi düzeyini sırasıyla tek yönlü yapı (f = 139; %16,40), çok yönlü yapı (f = 125; %14,80) ve ilişkisel yapı (f = 115; %13,60) düzeyleri izlemektedir. Tek yönlü yapı düzeyindeki yanıtlar, öğrencilerin bazı görevlerde yalnızca tek bir işlem, kavram ya da ilişkiye odaklanabildiklerini göstermektedir. Çok yönlü yapı düzeyindeki yanıtlar ise öğrencilerin birden fazla unsuru fark edebildiklerini, ancak bu unsurlar arasında bütüncül ve tutarlı ilişkiler kurmada sınırlılıklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır. İlişkisel yapı düzeyindeki yanıtların oranı ise öğrencilerin daha sınırlı bir bölümünün cebirsel görevlerde farklı bilgileri ilişkilendirerek daha bütünlüklü açıklamalar geliştirebildiğini göstermektedir. Soyutlanmış yapı düzeyinde yalnızca bir yanıtın yer alması (f = 1; %0,10), öğrencilerin cebirsel ilişkileri genelleme, farklı durumlara aktarma ve daha soyut düzeyde açıklama üretme bakımından oldukça sınırlı kaldıklarını göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinde daha çok başlangıç ve orta düzey bilişsel yapılarda yoğunlaştığını; üst düzey soyutlama ve genelleme gerektiren yanıtların ise neredeyse hiç ortaya çıkmadığını göstermesi bakımından dikkat çekicidir.

Analiz sonucunda elde edilen frekans ve yüzde değerleri doğrultusunda elde edilen daire grafiği Şekil 4.1'de sunulmuştur.

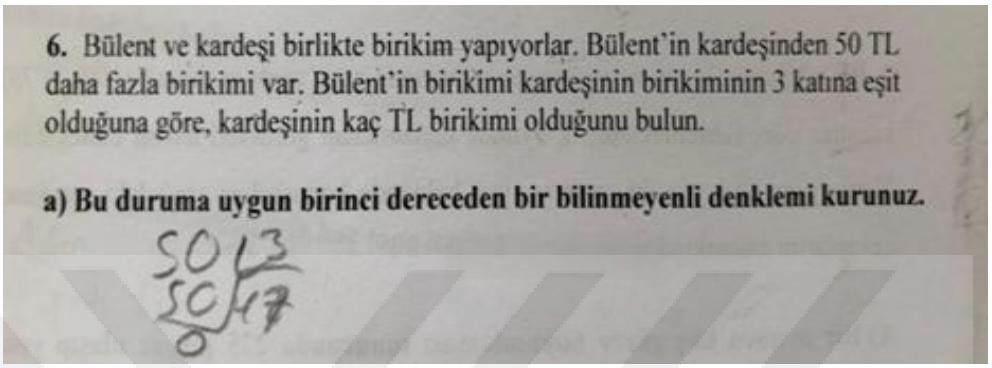


Şekil 4.1 Yedinci sınıf öğrencilerinin ölçme aracına verdikleri yanıtların SOLO taksonomisi düzeylerine göre dağılımı

Şekil 4.1'de görüldüğü üzere de sonuç olarak birinci alt probleme ilişkin bulgular, yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına yönelik açık uçlu görevlerdeki yanıtlarının ağırlıklı olarak yapı öncesi düzeyinde toplandığını ortaya koymaktadır. Bununla birlikte tek yönlü, çok yönlü ve ilişkisel yapı düzeylerinde de belirli oranlarda yanıtların bulunması, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinde farklı bilişsel düzeylerde performans gösterebildiklerini göstermektedir. Ancak soyutlanmış yapı düzeyinin oldukça sınırlı temsil edilmesi, öğrencilerin cebirsel yapıları genelleme ve daha üst düzeyde soyutlama becerilerinin yeterince gelişmediğine işaret etmektedir.

Bu genel dağılımın daha ayrıntılı biçimde ortaya konulabilmesi amacıyla, öğrencilerin farklı açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtlar SOLO taksonomisinin her bir düzeyi bağlamında örneklendirilmiştir. Aşağıda yapı öncesi, tek yönlü yapı, çok yönlü yapı, ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapı düzeylerini temsil eden öğrenci yanıtlarına ilişkin bulgular sunulmuştur.

SOLO taksonominin yapı öncesi düzeyine ilişkin öğrenci yanıtlarının daha somut biçimde ortaya konulabilmesi amacıyla, ölçme aracında yer alan açık uçlu görevlerden birine verilen örnek yanıt Şekil 4.2'de sunulmuştur. Bu örnek, öğrencinin sözel olarak verilen cebirsel durumu anlamlandırma, nicelikler arasındaki ilişkiyi belirleme ve bu ilişkiyi uygun bir denklemle ifade etme sürecinde yaşadığı güçlükleri göstermesi bakımından yapı öncesi düzeyi temsil etmektedir.


6. Bülent ve kardeşi birlikte birikim yapıyorlar. Bülent'in kardeşinden 50 TL daha fazla birikimi var. Bülent'in birikimi kardeşinin birikiminin 3 katına eşit olduğuna göre, kardeşinin kaç TL birikimi olduğunu bulun.

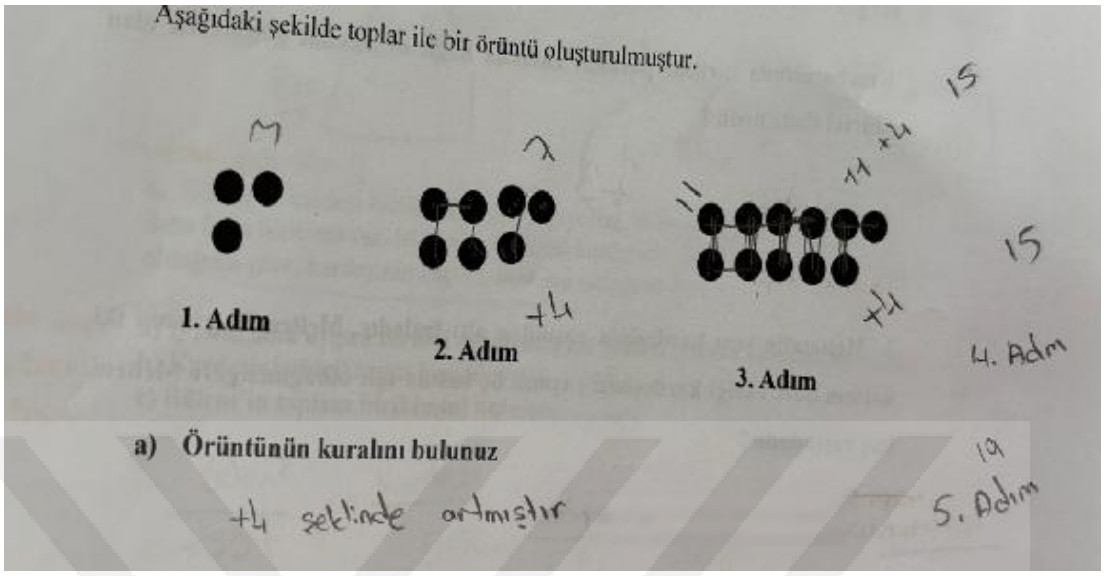
a) Bu duruma uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi kurunuz.

Şekil 4.2 Yapı öncesi düzeyinde öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.2'de yapı öncesi düzeyinde değerlendirilen bir öğrenci yanıtı sunulmuştur. Bu görevde öğrenciden, sözel olarak verilen durumu matematiksel olarak anlamlandırması ve nicelikler arasındaki ilişkiyi birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem biçiminde ifade etmesi beklenmektedir. Bu doğrultuda öğrencinin öncelikle bilinmeyeni tanımlaması, Bülent'in birikiminin kardeşinin birikiminden 50 TL fazla olduğunu ve aynı zamanda kardeşinin birikiminin 3 katına eşit olduğunu dikkate alarak uygun bir cebirsel model kurması gerekmektedir. Örneğin kardeşinin birikimi x olarak alındığında, bu durum $x + 50 = 3x$ biçiminde modellenebilir. Ancak öğrenci yanıtı incelendiğinde, sözel problemde verilen ilişkilerin sembolik gösterime dönüştürülemediği görülmektedir. Öğrenci, bilinmeyeni tanımlamamış ve probleme uygun bir denklem kurmamıştır. Bunun yerine verilen sayılar arasında bağlama uygun olmayan işlemsel bir yol izlediği anlaşılmaktadır. Bu nedenle yanıt, sorunun gerektirdiği cebirsel yapıyı ortaya koymadığı ve çözüm süreciyle anlamlı bir ilişki kurmadığı için SOLO taksonomisi kapsamında yapı öncesi düzeyinde değerlendirilmiştir.

Tek yönlü yapı düzeyine ilişkin öğrenci yanıtlarını örneklendirmek amacıyla, şekil örüntüsü görevine verilen bir yanıt Şekil 4.3'te sunulmuştur. Bu örnek, öğrencinin

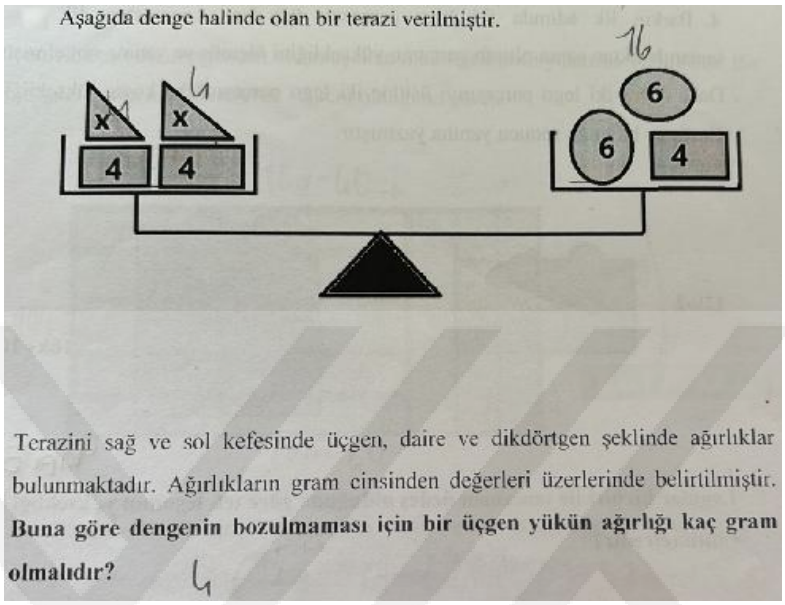
örüntüdeki ardışık adımlar arasındaki artış miktarını fark ettiğini; ancak bu farkı örüntünün genel kuralını ifade edecek biçimde yapılandıramadığını göstermesi bakımından tek yönlü yapı düzeyini temsil etmektedir.



Şekil 4.3 Tek yönlü yapı düzeyinde öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.3'te yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin şekil örüntüsündeki ardışık adımlar arasındaki artış miktarını fark ettiği görülmektedir. Öğrenci, örüntünün "+4 şeklinde arttığını" belirterek her adımda top sayısındaki değişime odaklanmıştır. Bu yönüyle öğrenci, örüntünün içerik ile ilişkili bir bilgi parçasını tanımlayabilmiş ve basit düzeyde bir açıklama yapabilmiştir. Ancak öğrencinin yanıtı, yalnızca ardışık adımlar arasındaki ortak farka dayanmaktadır. Öğrenci, bu artışın örüntünün bütün yapısı içindeki yerini açıklayamamış; adım sayısı ile toplam top sayısı arasındaki ilişkiyi genel bir kurala dönüştürememiştir. Başka bir ifadeyle öğrenci, örüntüdeki değişim miktarını ifade edebilmiş ancak bu değişimi n. adıma yönelik genel bir cebirsel ifade ya da örüntü kuralı biçiminde yapılandıramamıştır. Bu durum, öğrencinin soruya konu ile bağlantılı ancak dar bir bakış açısıyla yaklaştığını; bilgiyi açıklama ve tanımlama düzeyinde kullandığını, fakat farklı bilgi parçaları arasında ilişki kuramadığını göstermektedir. Bu nedenle söz konusu yanıt, örüntünün yalnızca tek bir yönüne odaklanması ve parçayı bütünle ilişkilendirememesi bakımından SOLO taksonomisi kapsamında tek yönlü yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

Çok yönlü yapı düzeyine ilişkin öğrenci yanıtlarını örneklendirmek amacıyla, terazi bağlamında verilen eşitlik durumuna yönelik bir öğrenci cevabı Şekil 4.4'de sunulmuştur. Bu örnek, öğrencinin problemde yer alan birden fazla niceliği dikkate aldığını ve terazinin denge durumundan hareketle doğru sonuca ulaştığını göstermesi bakımından çok yönlü yapı düzeyini temsil etmektedir.

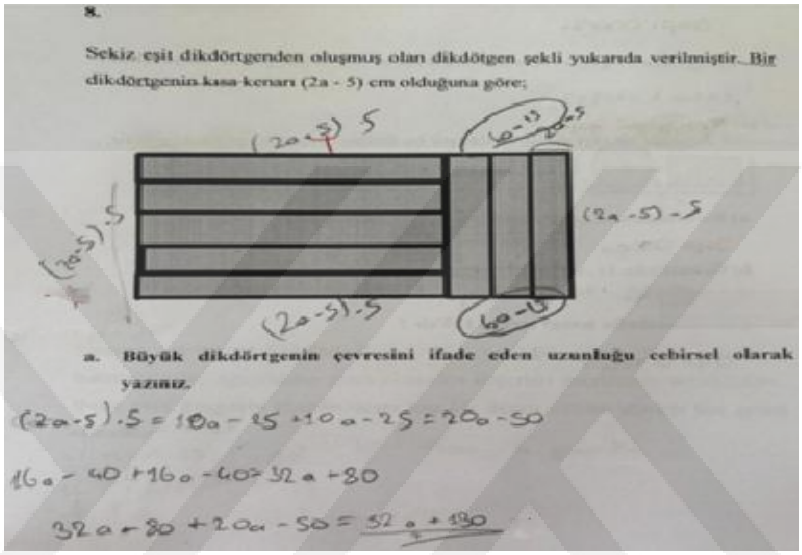


Şekil 4.4 Çok yönlü yapı düzeyinde öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.4'de yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin terazinin sağ ve sol kefelerinde bulunan ağırlıkları dikkate alarak üçgenin ağırlığını 4 gram olarak belirlediği görülmektedir. Görevde öğrenciden, denge durumunu eşitlik ilişkisi olarak yorumlaması, sağ ve sol kefelerdeki toplam ağırlıkları karşılaştırması ve bilinmeyen üçgen ağırlığını bu ilişki üzerinden belirlemesi beklenmektedir. Matematiksel olarak bu durum, üçgenin ağırlığı (x) olarak alındığında ($2x + 8 = 16$) eşitliği ile modellenebilir. Öğrencinin doğru sonuca ulaşması, problemdeki farklı bileşenleri fark ettiğini ve verilen yönerge doğrultusunda sonuca ulaşabildiğini göstermektedir. Ancak yanıtta bilinmeyenin sembolik olarak tanımlanmadığı, terazinin denge durumuna karşılık gelen eşitliğin kurulmadığı ve işlem sürecinin matematiksel olarak gerekçelendirilmediği görülmektedir. Başka bir ifadeyle öğrenci, sağ ve sol kefelerdeki ağırlıkları dikkate almış; fakat bu unsurlar arasındaki ilişkiyi cebirsel bir model içinde açıklayamamıştır. Bu yönüyle yanıt; verilenleri tanıma, farklı nicelikleri dikkate alma, karşılaştırma ve yönergeyi uygulama göstergelerini taşımakta; ancak ilişkilendirme ve bütüncül açıklama bakımından sınırlı kalmaktadır. Bu nedenle söz

konusu yanıt, SOLO taksonomisi kapsamında çok yönlü yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

İlişkisel yapı düzeyine ilişkin öğrenci yanıtlarını örneklendirmek amacıyla, eş dikdörtgenlerden oluşan büyük dikdörtgenin çevresini cebirsel olarak ifade etmeye yönelik bir öğrenci cevabı Şekil 4.5'te sunulmuştur. Bu örnek, öğrencinin şekilsel temsil, cebirsel ifade ve çevre bağıntısı arasında ilişki kurarak çözümünü yapılandırması bakımından ilişkisel yapı düzeyini temsil etmektedir.

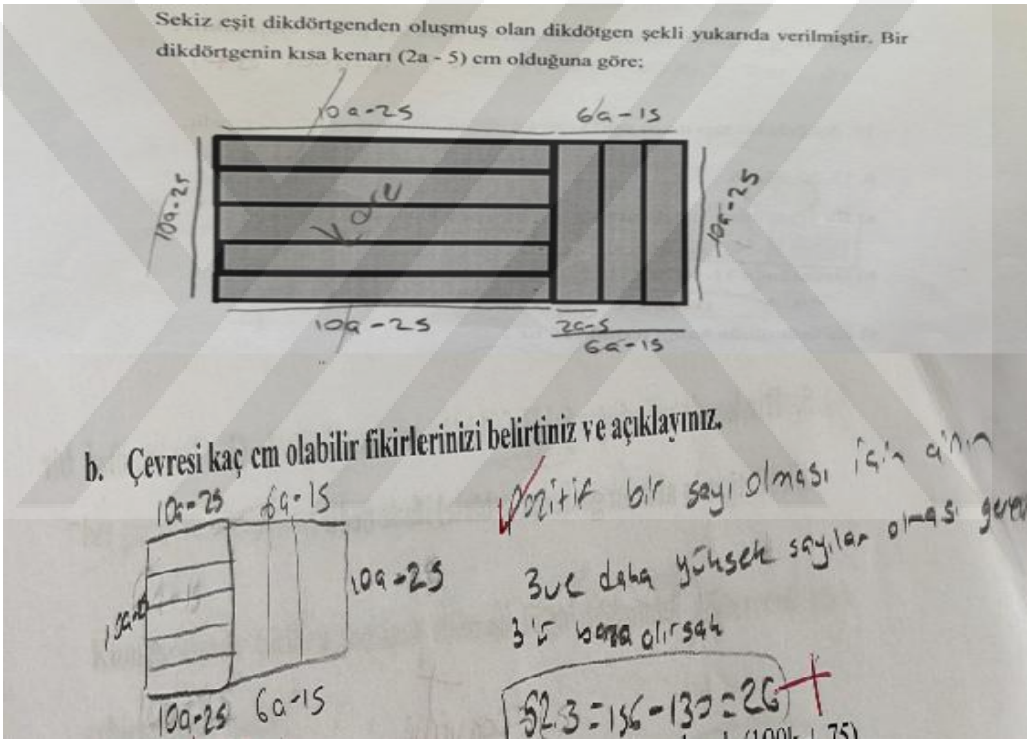


Şekil 4.5 İlişkisel yapı düzeyinde öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.5'te yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin eş dikdörtgenlerden oluşan şeklin yapısını analiz ederek kısa ve uzun kenarlar arasındaki ilişkiyi belirlediği görülmektedir. Öğrenci, bir dikdörtgenin kısa kenarının ((2a - 5)) cm olduğunu dikkate almış ve eş dikdörtgenlerin dizilişinden hareketle büyük dikdörtgenin kenar uzunluklarını cebirsel olarak ifade etmeye çalışmıştır. Bu süreçte öğrenci yalnızca verilen cebirsel ifadeyi kullanmamış; şeklin geometrik yapısı, eş dikdörtgenlerin konumu ve çevre bağıntısı arasında bağlantı kurmuştur. Bu durum, öğrencinin problemde yer alan farklı bilgi parçalarını birleştirerek anlamlı bir bütün oluşturduğunu göstermektedir. Öğrencinin çözümünde büyük dikdörtgenin kenar uzunlukları ile çevre uzunluğu arasındaki ilişkinin dikkate alındığı ve bu ilişkinin cebirsel işlemler aracılığıyla ifade edildiği görülmektedir. Öğrenci, şekilsel temsilden elde ettiği bilgileri çevre formülüyle ilişkilendirerek çözüm sürecini yapılandırmıştır. Bu yönüyle yanıt; analiz etme, karşılaştırma, farklı bilgileri birleştirme ve sebep-sonuç

ilişkisi kurma göstergelerini taşımaktadır. Ancak öğrencinin yaptığı genelleme, verilen şekil ve mevcut bilgilerle sınırlı kalmakta; problem bağlamının ötesine taşınan daha üst düzey bir soyutlama içermemektedir. Bu nedenle söz konusu yanıt, SOLO taksonomisi kapsamında ilişkisel yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

Soyutlanmış yapı düzeyine ilişkin öğrenci yanıtını örneklendirmek amacıyla, eş dikdörtgenlerden oluşan büyük dikdörtgenin çevresine yönelik bir öğrenci cevabı Şekil 4.6'da sunulmuştur. Bu örnek, öğrencinin verilen geometrik ve cebirsel durumdan hareketle yalnızca mevcut şeklin çevresini hesaplamakla kalmayıp, çevre uzunluğunun hangi koşullarda anlamlı olabileceğine ilişkin genelleyici açıklamalar geliştirmesi bakımından soyutlanmış yapı düzeyini temsil etmektedir.



Şekil 4.6 Soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.6'da yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin eş dikdörtgenlerden oluşan şeklin kenar uzunluklarını cebirsel ifadelerle ilişkilendirdiği ve çevre uzunluğuna yönelik genel bir çıkarım geliştirmeye çalıştığı görülmektedir. Öğrenci, şekil üzerinde büyük dikdörtgenin kenarlarını cebirsel olarak belirlemiş; bununla birlikte çevre uzunluğunun anlamlı olabilmesi için kenar uzunluklarının pozitif değer alması gerektiğini ifade etmiştir. Özellikle öğrencinin "pozitif bir sayı olması için a'nın

3’ten daha yüksek sayılar olması gerekir” biçimindeki açıklaması, değişkenin alabileceği değerlere ilişkin bir koşul geliştirdiğini göstermektedir. Bu durum, öğrencinin çözümü yalnızca mevcut şekil üzerinde işlem yapma düzeyinde bırakmadığını; cebirsel ifadenin geçerlilik koşullarını dikkate alarak daha genel bir değerlendirme yaptığını ortaya koymaktadır. Bu nedenle öğrenci yanıtı, genelleme yapma, değişkenin anlamını yorumlama ve matematiksel durumu daha soyut bir düzeyde değerlendirme göstergeleri taşıması bakımından SOLO taksonomisi kapsamında soyutlanmış yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

4.2 Cebirsel Düşünmenin Temel Boyutları Bağlamında SOLO Taksonomisi Düzeylerinin Dağılımı

İkinci alt problem kapsamında, öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtlar cebirsel düşünmenin temel boyutları bağlamında incelenmiştir. Bu doğrultuda ölçme aracında yer alan görevler; sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ve temsiller arası ilişki kurma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutları altında gruplandırılmıştır. Her bir boyut kapsamında yer alan görevlerdeki öğrenci yanıtları, SOLO taksonomisi düzeylerine göre belirlenen puanlama ölçütleri doğrultusunda değerlendirilmiştir. Puanlama sürecinde, her öğrencinin ilgili boyut kapsamında yer alan görevlerden aldığı puanlar ayrı ayrı toplanmış ve aritmetik ortalamaları hesaplanmıştır. Böylece her öğrenci için cebirsel düşünmenin ilgili boyutuna yönelik ortalama SOLO düzeyi puanı elde edilmiştir. Hesaplanan ortalama puanlar en yakın tam sayıya yuvarlanmış; iki düzey arasında eşit uzaklıkta bulunan değerlerde ise bir alt düzey esas alınmıştır. Bu işlem sonucunda elde edilen düzey puanı, öğrencinin ilgili cebirsel düşünme boyutundaki SOLO taksonomisi düzeyi olarak kabul edilmiştir. Bu bölümde bulgular, söz konusu üç temel boyut temel alınarak sırasıyla sunulmuştur.

4.2.1 Sembolik Dil ve Cebirsel İlişkileri Kullanma Boyutuna İlişkin Bulgular

Cebirsel düşünmenin temel boyutlarından biri olan sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutu kapsamında öğrencilerin yanıtları SOLO taksonomisi düzeylerine göre incelenmiştir. Bu boyut, öğrencilerin verilen sözel, görsel ya da sayısal durumları

cebirsel olarak anlamlandırma; bilinmeyenleri sembollerle temsil etme; nicelikler arasında ilişki kurma; eşitlik ya da denklem oluşturma ve bu ilişkileri matematiksel terminolojiyle ifade etme yeterlikleriyle ilişkilidir. Bu doğrultuda ölçme aracında yer alan 1B, 2, 4, 5, 7A, 7B, 7C, 9A, 9B, 9C, 10B ve 10C sorularına verilen yanıtlar bu boyut kapsamında değerlendirilmiştir. Öğrencilerin ilgili sorulardan aldıkları puanların ortalamaları hesaplanarak bu boyuta ilişkin SOLO düzeyleri belirlenmiştir. Elde edilen frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.2'de sunulmuştur.

Tablo 4.2 Öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutundaki SOLO düzeylerine göre dağılımı

SOLO Taksonomisi Düzeyleri	f	%
Yapı Öncesi	24	51,0
Tek Yönlü Yapı	19	40,4
Çok Yönlü Yapı	4	8,6
İlişkisel Yapı	-	-
Soyutlanmış Yapı	-	-
Toplam	47	100

Tablo 4.2 incelendiğinde, öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutunda ağırlıklı olarak yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeylerinde yer aldıkları görülmektedir. Öğrencilerin %51'inin yapı öncesi düzeyinde bulunması, öğrencilerin önemli bir bölümünün verilen problem durumlarında nicelikler, değişkenler ve semboller arasında anlamlı bir cebirsel yapı kurmakta güçlük yaşadığını göstermektedir. Bu düzeydeki yanıtlar, çoğunlukla verilen sayısal ya da görsel bilgilerin bağlama uygun biçimde ilişkilendirilemediğini, bilinmeyenin sembolik olarak tanımlanamadığını ve eşitlik ya da denklem ilişkilerinin oluşturulamadığını ortaya koymaktadır.

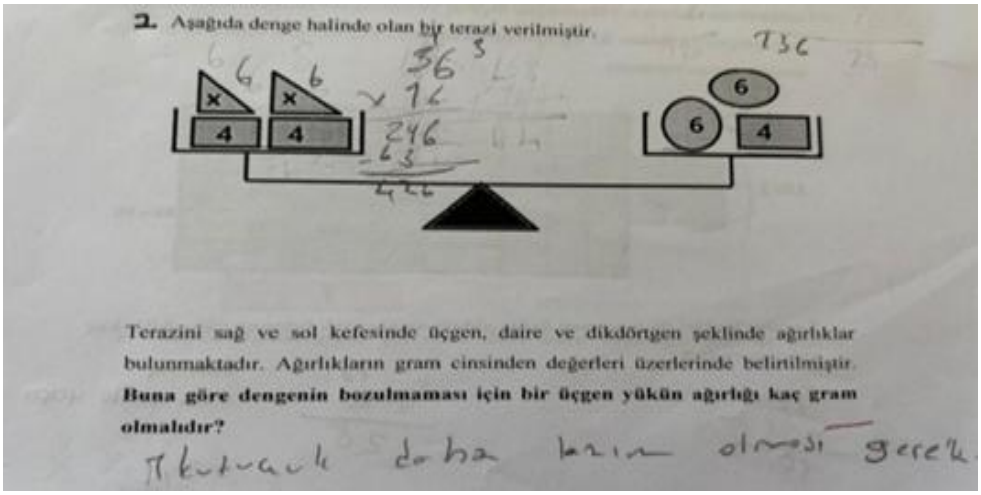
Tek yönlü yapı düzeyinde yer alan öğrencilerin oranı %40,4'tür. Bu bulgu, öğrencilerin bir kısmının problemdeki tek bir niceliği, işlem adımını ya da ilişkiyi fark edebildiğini; ancak bu unsurları daha bütüncül bir cebirsel model içinde yapılandıramadığını göstermektedir. Başka bir ifadeyle bu düzeydeki öğrenciler, verilen durumdaki bazı ilişkileri aritmetik düzeyde yorumlayabilmekte; fakat bu

ilişkileri bilinmeyen, değişken, eşitlik ve sembolik temsil aracılığıyla cebirsel bir yapıya dönüştürmede sınırlılık yaşamaktadır.

Çok yönlü yapı düzeyinde yer alan öğrenci oranı ise %8,6'dır. Bu düzeydeki öğrenciler, problem durumunda birden fazla matematiksel unsuru fark edebilmekte ve bu unsurlardan bazılarını çözüm sürecinde kullanabilmektedir. Ancak bu bilgileri sembolik dil, cebirsel ilişki ve matematiksel gerekçelendirme ile bütüncül bir yapıya dönüştürmede yeterli düzeye ulaşamamaktadır. İlişkisel yapı ve soyutlanmış yapı düzeylerinde öğrenci bulunmaması, bu boyut kapsamında öğrencilerin cebirsel ilişkileri bütüncül biçimde yapılandırma, oluşturdukları sembolik modelleri açıklama ve bu modelleri daha üst düzeyde genelleme bakımından sınırlı kaldığını göstermektedir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutunda daha çok başlangıç ve temel düzey bilişsel yapılarda yoğunlaştıkları söylenebilir. Bu durum, öğrencilerin aritmetik işlemlerden cebirsel ilişki kurmaya geçişte zorlandıklarını; bilinmeyeni sembolle temsil etme, denklem kurma, eşitlik ilişkisini anlamlandırma ve matematiksel terminolojiyle açıklama yapma süreçlerinde desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

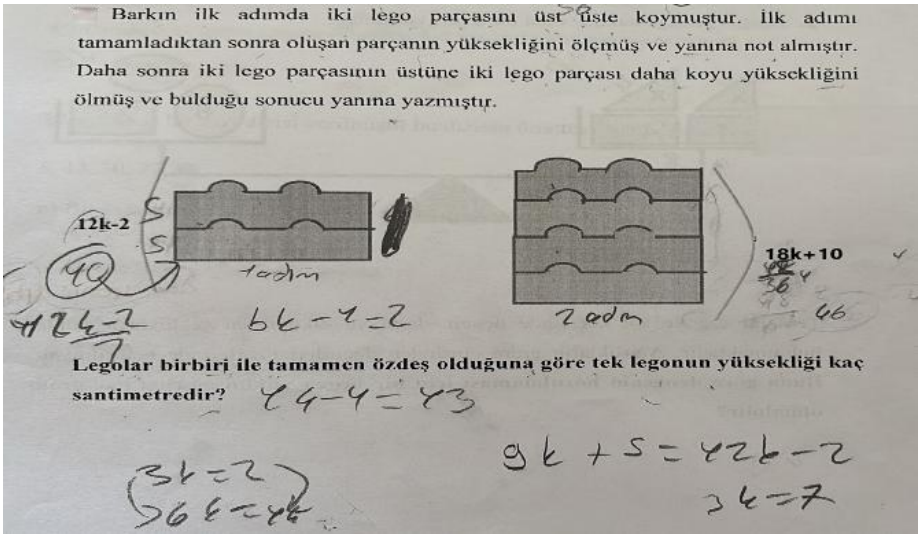
Bu boyuta ilişkin bulguların daha somut biçimde ortaya konulabilmesi amacıyla, ilgili sorulara verilen öğrenci yanıtlarından seçilen örnekler aşağıda sunulmuştur. Tablo 4.2, öğrencilerin bu boyuta ilişkin ortalama SOLO düzeylerini gösterirken; aşağıda verilen şekiller, madde düzeyindeki öğrenci yanıtlarının SOLO taksonomisi bağlamında nasıl değerlendirildiğini örneklendirmektedir.



Şekil 4.7 İlişki kurma becerisi 2. Soru öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.7'de yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin terazi bağlamında verilen denge durumunu cebirsel bir eşitlik ilişkisi olarak yorumlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrenciden, sağ ve sol kefelerde yer alan ağırlıkları dikkate alarak denge durumunu matematiksel olarak anlamlandırması ve bilinmeyen üçgen ağırlığını bu eşitlik ilişkisi üzerinden belirlemesi beklenmektedir. Ancak öğrenci yanıtında, verilen durumun daha çok görsel düzeyde yorumlandığı ve dengenin oluşabilmesi için "kutucuk daha hafif olması gerekir" biçiminde açıklama yapıldığı görülmektedir. Ayrıca öğrencinin yaptığı işlemler, sağ ve sol kefelerdeki ağırlıklar arasında anlamlı bir cebirsel ilişki kurmaya yönelmemektedir. Bu nedenle yanıt, verilen nicelikler arasında uygun bir eşitlik ilişkisi kurulamaması ve bilinmeyenin sembolik olarak temsil edilememesi bakımından yapı öncesi düzeyinde değerlendirilmiştir.

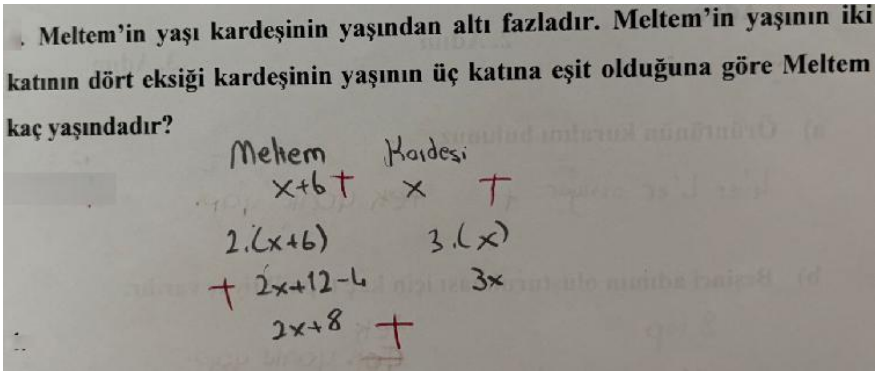
İlişki kurma becerisi kapsamında öğrencilerin sembolik ifadeler arasında denklik ilişkisi kurma durumlarını örneklendirmek amacıyla, lego dizilerinin yüksekliklerine ilişkin 5. soruya verilen bir öğrenci yanıtı Şekil 4.8'de sunulmuştur.



Şekil 4.8 İlişki kurma becerisi 5. Soru öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.8'de yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin iki farklı lego dizisine ait yükseklik ifadeleri arasında ilişki kurmaya çalıştığı görülmektedir. Öğrenci, lego dizilerinin aynı yüksekliğe sahip olması durumunu dikkate alarak cebirsel ifadeler arasında bir denklik ilişkisi oluşturmaya yönelmiştir. Bu durum, öğrencinin problemde verilen iki farklı temsil arasında bağlantı kurduğunu ve çözüm sürecini bu bağlantı üzerinden yapılandırmaya çalıştığını göstermektedir. Öğrenci yanıtında, yükseklikler arasındaki ilişkiyi kullanarak denklem kurma ve bu denklem üzerinden bilinmeyene ulaşma süreci belirgin biçimde görülmektedir. Bu nedenle söz konusu yanıt, madde düzeyinde farklı nicelikleri ilişkilendirme ve çözüm sürecini bütüncül biçimde yapılandırma özellikleri taşıması bakımından ilişkisel yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

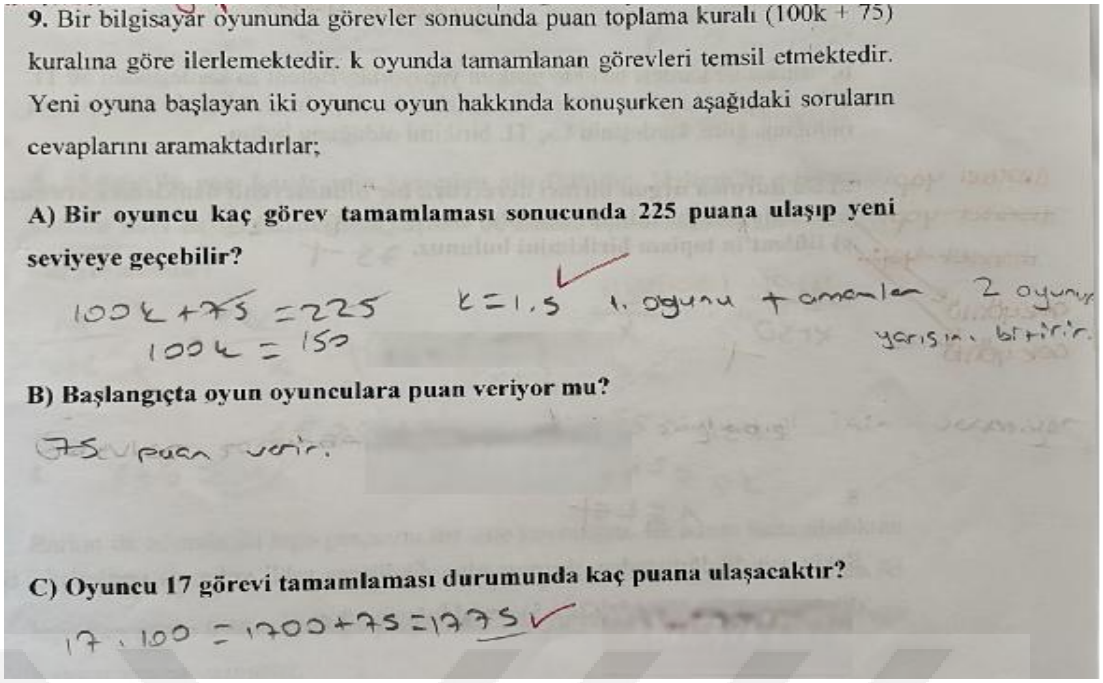
İlişki kurma becerisi kapsamında öğrencilerin sözel bir problem durumunu cebirsel ifadelerle temsil etme ve bu ifadeler arasında ilişki kurma süreçlerini örneklendirmek amacıyla, yaş problemi bağlamında verilen 4. soruya ait bir öğrenci yanıtı Şekil 4.9'da sunulmuştur.



Şekil 4.9 İlişki kurma becerisi 4. Soru öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.9'da yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin problemdeki değişkenleri belirlemeye çalıştığı ve "Meltem'in yaşı kardeşinin yaşından altı fazladır" ifadesini cebirsel biçimde temsil edebildiği görülmektedir. Öğrenci, Meltem'in yaşını (x + 6), kardeşinin yaşını ise (x) olarak ifade etmiş; ayrıca yaşlar arasındaki kat ilişkisini cebirsel olarak göstermeye çalışmıştır. Ancak öğrencinin oluşturduğu cebirsel ifadeleri uygun bir eşitlik içinde birleştirerek çözüme ulaştıramadığı görülmektedir. Bu durum, öğrencinin problemde yer alan birden fazla bilgiyi fark ettiğini ve bu bilgileri ayrı ayrı cebirsel olarak ifade edebildiğini; fakat bu ifadeler arasında bütüncül bir ilişki kurarak bilinmeyeni belirleyemediğini göstermektedir. Bu nedenle yanıt çok yönlü yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

İlişki kurma becerisi kapsamında öğrencilerin cebirsel ifadeyi bağlamla ilişkilendirme, değişkenin anlamını yorumlama ve verilen değerlere göre işlem yapma durumlarını örneklendirmek amacıyla, bilgisayar oyunundaki puanlama kuralına yönelik 9. sorunun alt maddelerine verilen bir öğrenci yanıtı Şekil 4.10'da sunulmuştur.


9. Bir bilgisayar oyununda görevler sonucunda puan toplama kuralı (100k + 75) kuralına göre ilerlemektedir. k oyunda tamamlanan görevleri temsil etmektedir. Yeni oyuna başlayan iki oyuncu oyun hakkında konuşurken aşağıdaki soruların cevaplarını aramaktadırlar;

A) Bir oyuncu kaç görev tamamlaması sonucunda 225 puana ulaşıp yeni seviyeye geçebilir?

100k + 75 = 225
100k = 150
k = 1,5
1. oyunu tamamlar
2 oyuncu yarışır.

B) Başlangıçta oyun oyunculara puan veriyor mu?

75 puan verir.

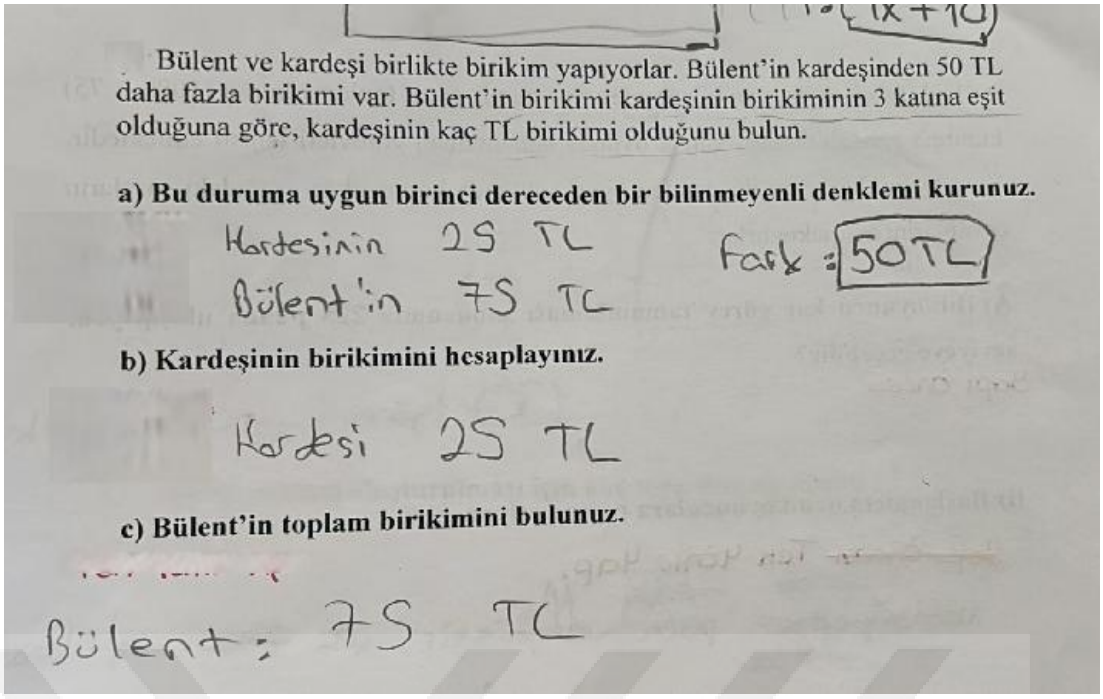
C) Oyuncu 17 görevi tamamlaması durumunda kaç puana ulaşacaktır?

17 . 100 = 1700 + 75 = 1775

Şekil 4.10 İlişki kurma becerisi 9. Soru alt soruları öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.10'da yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin bilgisayar oyunundaki puanlama kuralını genel olarak doğru yorumladığı ve değişkenin görev sayısını temsil ettiğini kavradığı görülmektedir. A maddesinde öğrenci, verilen puan değerini cebirsel ifadeyle ilişkilendirerek (100k + 75 = 225) eşitliğini kurmuş ve (k = 1,5) sonucuna ulaşmıştır. Bu çözüm, öğrencinin sembolik ifade ile bağlam arasında ilişki kurabildiğini göstermektedir. Ancak ulaşılan sonucun oyun görevi bağlamında nasıl yorumlanacağı konusunda açıklama sınırlı kalmaktadır. B maddesinde öğrenci, sabit terim olan 75'in başlangıç puanını temsil ettiğini fark etmiştir. C maddesinde ise verilen görev sayısını değişken yerine yazarak puan değerini hesaplamıştır. Bu yanıtlar, öğrencinin sembolik ifadeyi kullanabildiğini ve verilen değerlerle işlem yapabildiğini; ancak bazı alt maddelerde cebirsel ilişkinin anlamını tam olarak gerekçelendirmede sınırlılık yaşadığını göstermektedir. Bu nedenle öğrenci yanıtları, alt maddelerin niteliğine göre ilişkisel yapı ve çok yönlü yapı düzeyleri kapsamında değerlendirilmiştir.

İlişki kurma becerisi kapsamında öğrencilerin sözel bir problem durumundaki sayısal ilişkileri fark etme, ancak bu ilişkileri sembolik dil ve denklem yapısıyla ifade etmede yaşadıkları sınırlılığı örneklendirmek amacıyla, 7. sorunun alt maddelerine verilen bir öğrenci yanıtı Şekil 4.11'de sunulmuştur.


Bülent ve kardeşi birlikte birikim yapıyorlar. Bülent'in kardeşinden 50 TL daha fazla birikimi var. Bülent'in birikimi kardeşinin birikiminin 3 katına eşit olduğuna göre, kardeşinin kaç TL birikimi olduğunu bulun.

a) Bu duruma uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi kurunuz.

Kardesinin 25 TL
Bülent'in 75 TL
Fark: 50TL

b) Kardeşinin birikimini hesaplayınız.

Kardesi 25 TL

c) Bülent'in toplam birikimini bulunuz.

Bülent: 75 TL

Şekil 4.11 İlişki kurma becerisi 7. Soru alt soruları öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.11'de yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin Bülent ile kardeşinin birikimleri arasındaki farkın 50 TL olduğunu ve Bülent'in birikiminin kardeşinin birikiminin üç katı olduğunu sayısal olarak fark ettiği görülmektedir. Öğrenci, bu ilişkilerden hareketle kardeşinin birikimini 25 TL, Bülent'in birikimini ise 75 TL olarak belirtmiştir. Ancak sorunun ilk alt maddesinde beklenen biçimde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurulmamış, bilinmeyen sembolik olarak tanımlanmamış ve verilen sözel durum cebirsel bir modele dönüştürülmemiştir. Bu nedenle öğrencinin çözümü doğru sayısal sonuçlara ulaşsa da cebirsel temsil ve denklem kurma bakımından sınırlı kalmaktadır. Başka bir ifadeyle öğrenci, problemdeki sayısal ilişkiyi aritmetik düzeyde yorumlamış; fakat bu ilişkiyi sembolik dil ve cebirsel eşitlik aracılığıyla ifade edememiştir. Bu nedenle 7. sorunun alt maddelerine verilen yanıtlar tek yönlü yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

4.2.2 Çoklu Temsillerden Yararlanma ve Temsiller Arası İlişki Kurma Boyutuna İlişkin Bulgular

Cebirsel düşünmenin temel boyutlarından biri olan çoklu temsillerden yararlanma ve temsiller arası ilişki kurma boyutu kapsamında öğrencilerin yanıtları SOLO taksonomisi düzeylerine göre incelenmiştir. Bu boyut, öğrencilerin sözel, görsel,

sayısal ve sembolik temsilleri anlamlandırma; bu temsiller arasında geçiş yapma ve problem durumunda verilen matematiksel ilişkileri farklı temsil biçimleri aracılığıyla ifade edebilme yeterlikleriyle ilişkilidir. Ölçme aracında yer alan 3, 6 ve 8A sorularına verilen yanıtlar bu boyut kapsamında değerlendirilmiştir. Öğrencilerin ilgili sorulardan aldıkları puanların ortalamaları hesaplanarak çoklu temsillerden yararlanma ve temsiller arası ilişki kurma boyutuna ilişkin SOLO düzeyleri belirlenmiştir. Elde edilen frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.3'te sunulmuştur.

Tablo 4.3 Öğrencilerin çoklu temsillerden yararlanma ve temsiller arası ilişki kurma boyutundaki SOLO düzeylerine göre dağılımı

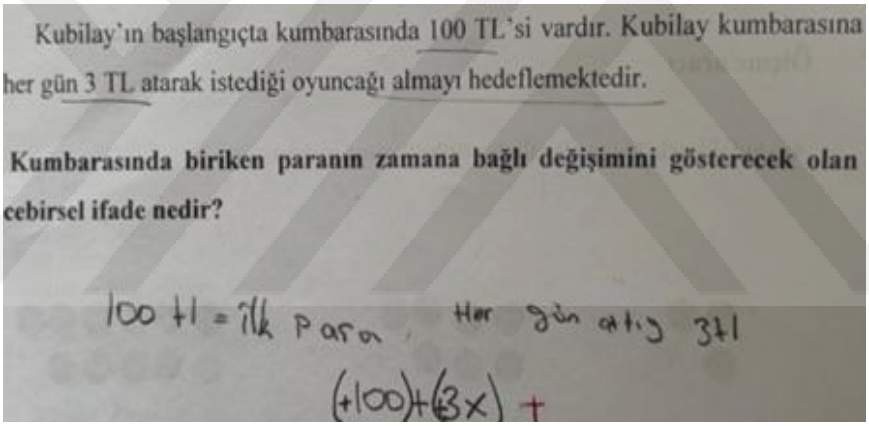
SOLO Taksonomisi Düzeyleri	f	%
Yapı Öncesi	9	19,1
Tek Yönlü Yapı	15	31,9
Çok Yönlü Yapı	18	38,2
İlişkisel Yapı	5	10,8
Soyutlanmış Yapı	-	-
Toplam	47	100

Tablo 4.3 incelendiğinde, öğrencilerin çoklu temsillerden yararlanma ve temsiller arası ilişki kurma boyutunda en yüksek oranda çok yönlü yapı düzeyinde yer aldıkları görülmektedir (f = 18; %38,2). Bu bulgu, öğrencilerin önemli bir bölümünün problem durumlarında birden fazla temsil unsurunu fark edebildiğini ve bu unsurları çözüm sürecinde kullanmaya çalıştığını göstermektedir. Ancak çok yönlü yapı düzeyinde yer alan yanıtlar, öğrencilerin bu temsil biçimleri arasında her zaman bütüncül ve tutarlı ilişkiler kuramadıklarını da ortaya koymaktadır. Tek yönlü yapı düzeyinde yer alan öğrencilerin oranı %31,9'dur. Bu durum, öğrencilerin bir bölümünün verilen temsil biçimindeki tek bir unsura odaklandığını; ancak bu unsuru problemdeki diğer temsillerle ilişkilendirerek daha kapsamlı bir matematiksel yapı oluşturmakta sınırlılık yaşadığını göstermektedir. Yapı öncesi düzeyinde yer alan öğrencilerin oranının %19,1 olması ise bazı öğrencilerin verilen sözel, görsel ya da sembolik temsili problem bağlamıyla ilişkilendirmede güçlük yaşadığını göstermektedir. İlişkisel yapı düzeyinde yer alan öğrenci oranı %10,8'dir. Bu düzeydeki öğrenciler, farklı temsil biçimleri arasında anlamlı bağlantılar kurabilmiş ve bu bağlantıları çözüm sürecinde daha bütüncül biçimde kullanabilmiştir. Ancak soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci

bulunmaması, öğrencilerin çoklu temsillerden hareketle daha genel ve soyut matematiksel yapılar oluşturma bakımından sınırlı kaldıklarını göstermektedir. Genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin bu boyutta çoğunlukla orta düzey bilişsel yapılarda yoğunlaştığı; bununla birlikte temsiller arası ilişki kurma ve bu ilişkileri daha üst düzeyde genelleme becerilerinin sınırlı olduğu söylenebilir.

Bu boyuta ilişkin bulguların daha somut biçimde ortaya konulabilmesi amacıyla, 3, 6 ve 8A sorularına verilen öğrenci yanıtlarından seçilen örnekler aşağıda sunulmuştur. Tablo 4.3 öğrencilerin bu boyuta ilişkin ortalama SOLO düzeylerini gösterirken, aşağıda yer alan şekiller madde düzeyindeki öğrenci yanıtlarının SOLO taksonomisi bağlamında nasıl değerlendirildiğini örneklendirmektedir.

Öğrencilerin sözel bir problem durumunu sembolik temsil biçimine dönüştürme ve değişken kullanarak cebirsel ifade oluşturma süreçlerini örneklendirmek amacıyla, 3. soruya verilen bir öğrenci yanıtı Şekil 4.12'de sunulmuştur.

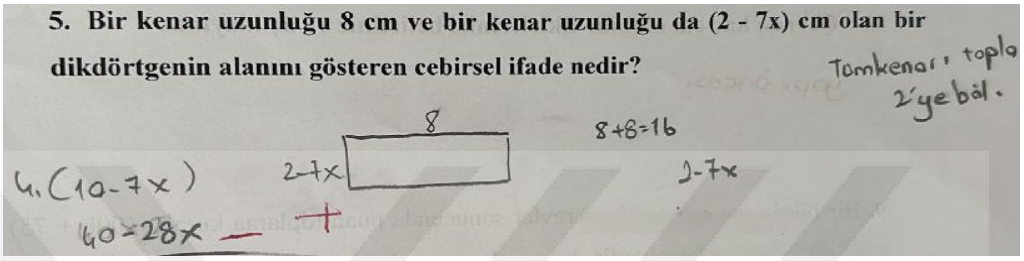


Şekil 4.12 Çoklu temsillerden yararlanma boyutunda 3. Soru öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.12'de yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin sözel olarak verilen problem durumunu cebirsel ifadeye dönüştürmeye çalıştığı görülmektedir. Soruda öğrenciden, başlangıçta kumbarada bulunan 100 TL'yi sabit değer, her gün eklenen 3 TL'yi ise değişkenle ilişkili artış miktarı olarak yorumlaması ve bu durumu cebirsel bir ifadeyle göstermesi beklenmektedir. Öğrencinin yanıtında, başlangıç miktarı ile günlük artış miktarını dikkate aldığı ve bu iki bilgiyi (100 + 3x) biçiminde sembolik olarak ifade etmeye yöneldiği görülmektedir. Bu durum, öğrencinin sözel temsil ile sembolik temsil arasında bağlantı kurabildiğini göstermektedir. Bununla birlikte

öğrencinin açıklamasının sınırlı olması ve değişkenin neyi temsil ettiğini açık biçimde belirtmemesi, çözümün gerekçelendirme yönünden eksik kaldığını göstermektedir. Buna rağmen öğrenci, problemdeki temel nicelikleri doğru biçimde ilişkilendirerek cebirsel bir yapı oluşturabildiği için yanıt ilişkisel yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

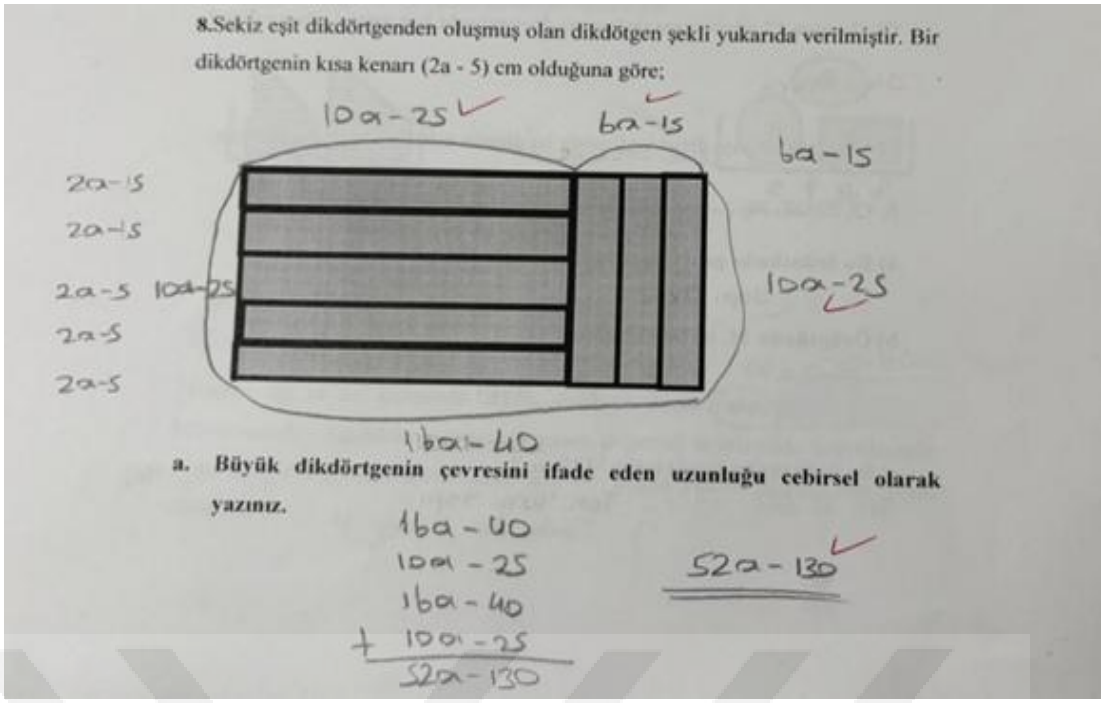
Öğrencilerin geometrik bir durumu şekilsel temsil aracılığıyla anlamlandırma ve bu temsili cebirsel ifadeye dönüştürme süreçlerini örneklendirmek amacıyla, 6. soruya verilen bir öğrenci yanıtı Şekil 4.13'de sunulmuştur.



Şekil 4.13 Çoklu temsillerden yararlanma boyutunda 6. Soru öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.13'de yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin soruda verilen dikdörtgeni şekilsel olarak temsil etmeye çalıştığı ve kenar uzunluklarını şekil üzerinde gösterdiği görülmektedir. Bu durum, öğrencinin problemde verilen bazı bilgileri fark ettiğini ve görsel temsil oluşturmaya yöneldiğini göstermektedir. Ancak soruda öğrenciden, bir kenarı 8 cm ve diğer kenarı ((2 - 7x)) cm olan dikdörtgenin alanını cebirsel olarak ifade etmesi beklenmektedir. Bunun için öğrencinin dikdörtgenin alan bağıntısını kullanarak kenar uzunluklarını çarpması gerekmektedir. Öğrenci ise çözüm sürecinde alan kavramı yerine kenar uzunluklarını toplama yönünde bir işlem yapmış ve bu nedenle problemde istenen matematiksel yapıyı kuramamıştır. Başka bir ifadeyle öğrenci, şekilsel temsilde yer alan kenar uzunluklarını fark etmiş; ancak bu temsili alan kavramı ve cebirsel çarpma ilişkisiyle bütünleştirememiştir. Bu nedenle yanıt, temsilin yalnızca tek bir yönüne odaklanması ve gerekli matematiksel ilişkiyi kuramaması bakımından tek yönlü yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin görsel temsil ile cebirsel ifade arasında ilişki kurma ve bu ilişkiyi çevre uzunluğu bağlamında kullanma durumlarını örneklendirmek amacıyla, 8A sorusuna verilen bir öğrenci yanıtı Şekil 4.14'de sunulmuştur.



Şekil 4.14 Çoklu temsillerden yararlanma boyutunda 8a sorusu öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.14'de yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin eş dikdörtgenlerden oluşan büyük dikdörtgenin yapısını dikkate aldığı ve küçük dikdörtgenin kısa kenarı ile büyük dikdörtgenin kenar uzunlukları arasında ilişki kurduğu görülmektedir. Öğrenci, şekil üzerinde yer alan görsel bilgileri cebirsel ifadelerle ilişkilendirmiş; büyük dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirledikten sonra çevre uzunluğunu cebirsel olarak ifade etmeye çalışmıştır. Bu süreçte öğrenci, yalnızca görsel temsili kullanmakla kalmamış, görsel temsil ile sembolik temsil arasında geçiş yaparak çözümünü yapılandırmıştır. Öğrencinin büyük dikdörtgenin kenarlarını cebirsel olarak belirlemesi ve çevre bağıntısını kullanarak sonuca ulaşması, temsiller arası ilişkinin anlamlı biçimde kurulduğunu göstermektedir. Bu nedenle söz konusu yanıt, farklı temsil biçimlerini ilişkilendirme ve çözüm sürecini bütüncül biçimde yapılandırma özellikleri taşıdığı için ilişkisel yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

4.2.3 Genellemelere Ulaşma ve Formüle Etme Boyutuna İlişkin Bulgular

Cebirsel düşünmenin temel boyutlarından biri olan genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutu kapsamında öğrencilerin yanıtları SOLO taksonomisi düzeylerine göre incelenmiştir. Bu boyut, öğrencilerin örüntü, ilişki ve düzenlilikleri fark etme; bu ilişkilerden hareketle genel bir kural oluşturma; ulaştıkları genellemeleri sözel,

sembolik ya da cebirsel biçimde ifade etme yeterlikleriyle ilişkilidir. Ölçme aracında yer alan 1A, 8B ve 10A sorularına verilen yanıtlar bu boyut kapsamında değerlendirilmiştir. Öğrencilerin ilgili sorulardan aldıkları puanların ortalamaları hesaplanarak genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutuna ilişkin SOLO düzeyleri belirlenmiştir. Elde edilen frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.4'de sunulmuştur.

Tablo 4.4 Öğrencilerin genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutundaki SOLO düzeylerine göre dağılımı

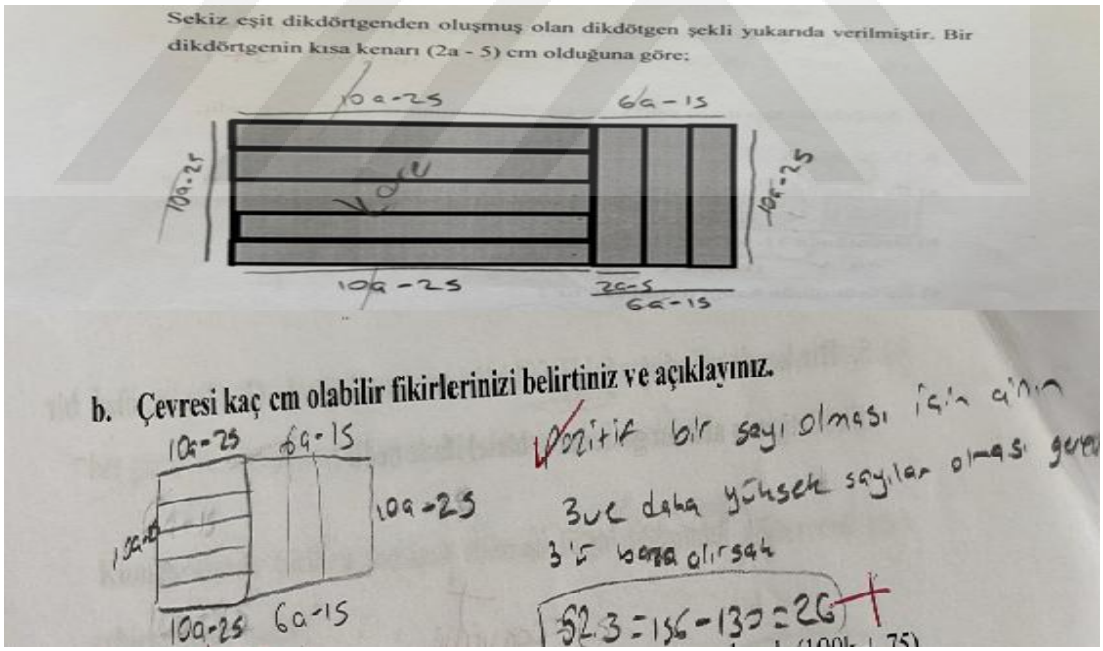
SOLO Taksonomisi Düzeyleri	f	%
Yapı Öncesi	12	25,5
Tek Yönlü Yapı	20	42,6
Çok Yönlü Yapı	14	29,8
İlişkisel Yapı	1	2,1
Soyutlanmış Yapı	-	-
Toplam	47	100

Tablo 4.4 incelendiğinde, öğrencilerin genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda en yüksek oranda tek yönlü yapı düzeyinde yer aldıkları görülmektedir (f = 20; %42,6). Bu bulgu, öğrencilerin önemli bir bölümünün örüntü, ilişki ya da düzenlilik içeren görevlerde belirli bir unsuru fark edebildiğini; ancak bu unsuru genel bir kural, cebirsel ifade ya da formül biçiminde yapılandırmada sınırlılık yaşadığını göstermektedir. Tek yönlü yapı düzeyindeki yoğunluk, öğrencilerin çoğunlukla artış miktarı, şekilsel düzen ya da belirli bir işlem adımı gibi tekil özelliklere odaklandıklarını; fakat bu özelliklerin örüntünün bütün yapısı içindeki yerini açıklamada güçlük yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Çok yönlü yapı düzeyinde yer alan öğrencilerin oranı %29,8'dir. Bu düzeydeki öğrenciler, genelleme sürecinde birden fazla matematiksel unsuru fark edebilmekte; örneğin artış miktarı, başlangıç değeri, adım sayısı ya da cebirsel ifade gibi bileşenleri çözüm sürecinde kullanabilmektedir. Ancak bu unsurları genel, tutarlı ve geçerli bir formül hâline getirme noktasında sınırlılıklar görülmektedir. Yapı öncesi düzeyinde yer alan öğrencilerin oranının %25,5 olması ise öğrencilerin bir bölümünün örüntüsel ilişkiyi ya da verilen matematiksel yapıyı anlamlandırmada güçlük yaşadığını göstermektedir. İlişkisel yapı düzeyinde yalnızca bir öğrencinin yer alması (%2,1), genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda üst düzey bilişsel yapıların oldukça sınırlı temsil

edildiğini göstermektedir. Soyutlanmış yapı düzeyinde herhangi bir öğrencinin bulunmaması ise öğrencilerin bu boyut kapsamında ulaştıkları genellemeleri daha soyut, farklı durumlara aktarılabilir ve matematiksel olarak genellenebilir yapılara dönüştürmede güçlük yaşadıklarına işaret etmektedir. Genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda çoğunlukla temel ve orta düzey bilişsel yapılarda yoğunlaştıkları söylenebilir.

Bu boyuta ilişkin bulguların daha somut biçimde ortaya konulabilmesi amacıyla, 1A, 8B ve 10A sorularına verilen öğrenci yanıtlarından seçilen örnekler aşağıda sunulmuştur. Tablo 4.4'de öğrencilerin bu boyuta ilişkin ortalama SOLO düzeylerini gösterirken; aşağıda yer alan şekiller madde düzeyindeki öğrenci yanıtlarının SOLO taksonomisi bağlamında nasıl değerlendirildiğini örneklendirmektedir.

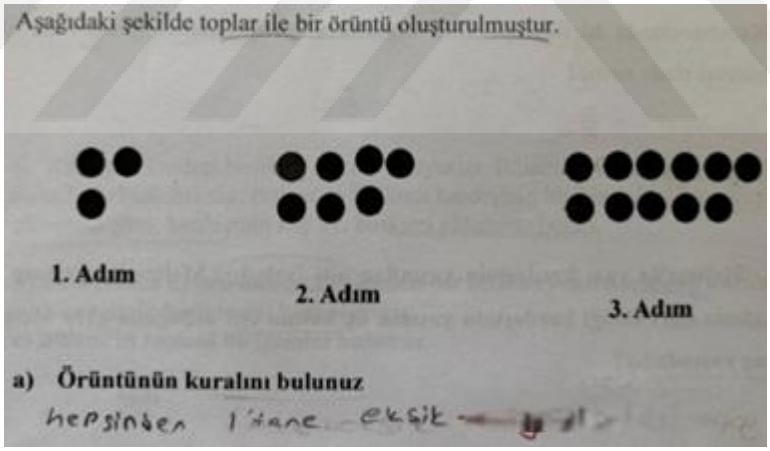
Öğrencilerin verilen geometrik-cebirsel durumdan hareketle genel bir matematiksel ilişki kurma, çevre uzunluğuna ilişkin olası durumları yorumlama ve değişkenin geçerlilik koşullarını değerlendirme süreçlerini örneklendirmek amacıyla, 8B sorusuna verilen bir öğrenci yanıtı Şekil 4.15'te sunulmuştur.



Şekil 4.15 Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda 8b sorusu öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.15'te yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin eş dikdörtgenlerden oluşan şeklin kenar uzunluklarını cebirsel ifadelerle ilişkilendirdiği ve çevre uzunluğuna yönelik genel bir çıkarım geliştirmeye çalıştığı görülmektedir. Öğrenci, şekil üzerinde büyük dikdörtgenin kenarlarını cebirsel olarak belirlemiş; bununla birlikte çevre uzunluğunun anlamlı olabilmesi için kenar uzunluklarının pozitif değer alması gerektiğini ifade etmiştir. Özellikle öğrencinin (a) değişkeninin 3'ten büyük değerler alması gerektiğine yönelik açıklaması, değişkenin alabileceği değerlere ilişkin bir koşul geliştirdiğini göstermektedir. Bu durum, öğrencinin çözümü yalnızca mevcut şekil üzerinde işlem yapma düzeyinde bırakmadığını; cebirsel ifadenin geçerlilik koşullarını dikkate alarak daha genel bir değerlendirme yaptığını ortaya koymaktadır. Bu nedenle öğrenci yanıtı, genelleme yapma, değişkenin anlamını yorumlama ve matematiksel durumu daha soyut bir düzeyde değerlendirme göstergeleri taşıması bakımından madde düzeyinde soyutlanmış yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin şekil örüntüsünde yer alan düzenliliği fark etme ve bu düzenliliği genel bir kurala dönüştürme durumlarını örneklendirmek amacıyla, 1A sorusuna verilen bir öğrenci yanıtı Şekil 4.16'da sunulmuştur.

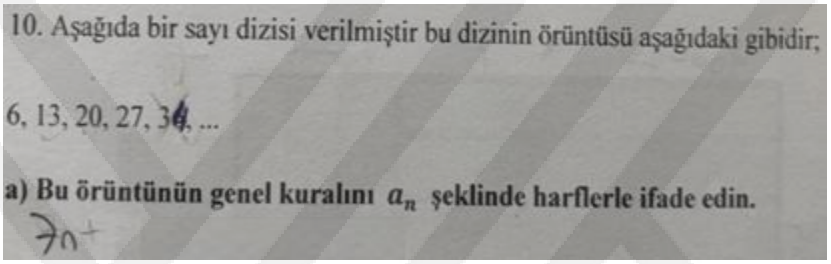


Şekil 4.16 Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda 1a sorusu öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.16'da yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin şekil örüntüsünün genel kuralını belirleme sürecinde beklenen matematiksel yapıyı ortaya koyamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrenciden, örüntüdeki ardışık adımlar arasındaki değişimi fark etmesi, bu değişimin adım sayısıyla ilişkisini kurması ve örüntüyü genel bir kural

biçiminde ifade etmesi beklenmektedir. Ancak öğrenci, örüntünün yapısını analiz etmek ya da artış miktarını genelleştirmek yerine, daha çok şekilsel görünüme odaklanmıştır. Yanıtında örüntünün hangi kurala göre ilerlediği, adım sayısı ile toplam top sayısı arasındaki ilişkinin nasıl kurulduğu ya da bu ilişkinin nasıl genelleneceği açık biçimde görülmemektedir. Bu nedenle öğrenci yanıtı, sorunun gerektirdiği örüntüsel ilişkiyi ve genelleme sürecini ortaya koyamaması bakımından yapı öncesi düzeyinde değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin sayı örüntüsünde ardışık terimler arasındaki ilişkiyi fark etme ve bu ilişkiyi genel terim formülüne dönüştürme süreçlerini örneklendirmek amacıyla, 10A sorusuna verilen bir öğrenci yanıtı Şekil 4.17'de sunulmuştur.



Şekil 4.17 Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda 10a sorusu öğrenci cevabı örneği

Şekil 4.17'de yer alan öğrenci yanıtı incelendiğinde, öğrencinin sayı örüntüsündeki ardışık terimler arasındaki artış miktarını fark ettiği görülmektedir. Öğrenci, örüntünün 7 artarak ilerlediğini belirlemiş ve bu artış miktarını (n) değişkeniyle ilişkilendirerek genel terim formülünü oluşturmaya yönelmiştir. Ancak öğrencinin yazdığı ifade, örüntünün verilen terimlerini tam olarak sağlamamakta ve genel terim kuralını eksiksiz biçimde ortaya koyamamaktadır. Bu durum, öğrencinin örüntüdeki bazı matematiksel bileşenleri fark ettiğini; fakat başlangıç terimi, artış miktarı ve adım sayısı arasındaki ilişkiyi bütüncül biçimde yapılandıramadığını göstermektedir. Başka bir ifadeyle öğrenci, genelleme sürecine yönelik bazı doğru adımlar atmış; ancak bu adımları tutarlı ve geçerli bir genel formüle dönüştürememiştir. Bu nedenle yanıt, birden fazla matematiksel unsuru fark etmesine karşın bu unsurlar arasında tam ve bütüncül bir ilişki kuramaması bakımından çok yönlü yapı düzeyinde değerlendirilmiştir.

4.3 Cebirsel Düşünme Boyutlarına İlişkin Yanıtların SOLO Taksonomisi Düzeylerine Göre Dağılımı

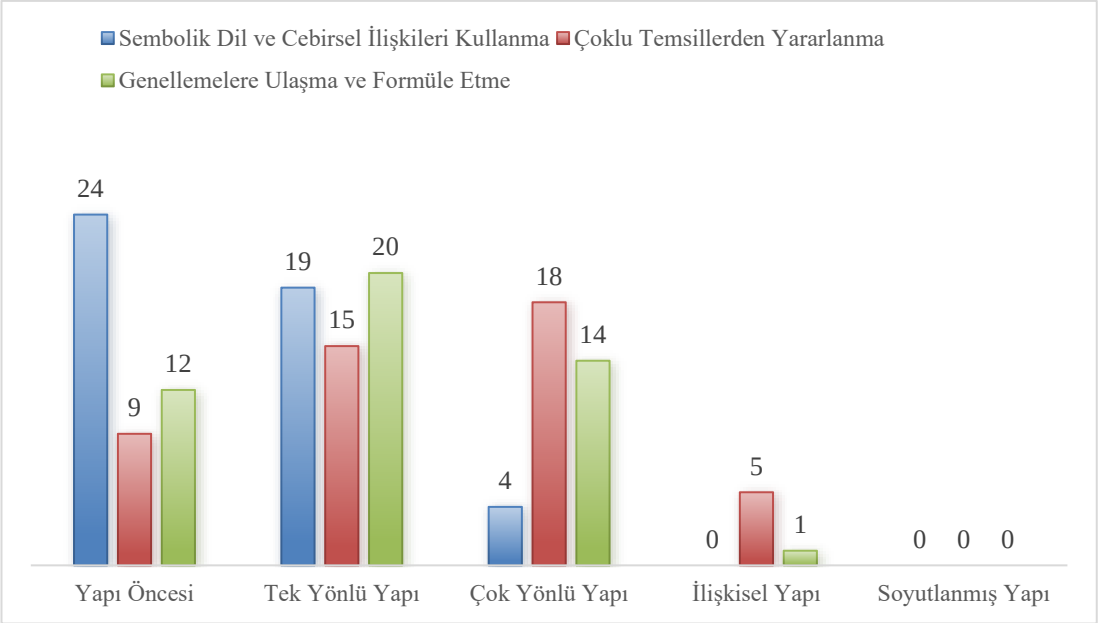
Cebirsel düşünmenin temel boyutları olan sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarına ilişkin SOLO taksonomisi düzey dağılımları Tablo 4.5'de birlikte sunulmuştur. Bu tablo, öğrencilerin cebirsel düşünmenin farklı boyutlarında hangi SOLO düzeylerinde yoğunlaştıklarını bütüncül ve karşılaştırmalı olarak göstermektedir.

Tablo 4.5 Öğrencilerin cebirsel düşünmenin temel boyutlarındaki SOLO düzeylerine göre dağılımı

SOLO Taksonomisi Düzeyleri	Sembolik Dil ve Cebirsel İlişkileri Kullanma	Çoklu Temsillerden Yararlanma	Genellemelere Ulaşma ve Formüle Etme	Toplam
Yapı Öncesi	24	9	12	45
Tek Yönlü Yapı	19	15	20	54
Çok Yönlü Yapı	4	18	14	36
İlişkisel Yapı	-	5	1	6
Soyutlanmış Yapı	-	-	-	-
Toplam	47	47	47	141

Tablo 4.5 incelendiğinde, cebirsel düşünmenin üç temel boyutu genelinde öğrencilerin en fazla tek yönlü yapı düzeyinde yer aldığı görülmektedir. Üç boyut kapsamında yapılan toplam 141 değerlendirmenin 54'ü tek yönlü yapı, 45'i yapı öncesi, 36'sı çok yönlü yapı ve 6'sı ilişkisel yapı düzeyindedir. Soyutlanmış yapı düzeyinde ise herhangi bir öğrenci yer almamıştır. Bu dağılım, öğrencilerin cebirsel düşünmeye ilişkin bazı temel unsurları fark edebildiklerini; ancak bu unsurları bütüncül, ilişkisel ve genellenebilir bir matematiksel yapıya dönüştürmede sınırlılık yaşadıklarını göstermektedir.

Cebirsel düşünmenin temel boyutları olan sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarına ilişkin SOLO taksonomisi düzey dağılımları Şekil 4.18'de birlikte sunulmuştur. Bu şekil, öğrencilerin cebirsel düşünmenin farklı boyutlarında hangi SOLO düzeylerinde yoğunlaştıklarını karşılaştırmalı olarak göstermektedir.



Şekil 4.18 Öğrencilerin cebirsel düşünmenin temel boyutlarındaki SOLO düzeylerine göre dağılımı

Şekil 4.18 incelenip boyutlar ayrı ayrı değerlendirildiğinde, sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutunda öğrencilerin büyük ölçüde yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaştıkları görülmektedir. Bu boyutta 24 öğrencinin yapı öncesi, 19 öğrencinin tek yönlü yapı düzeyinde yer alması; öğrencilerin değişken, bilinmeyen, eşitlik, denklem kurma ve cebirsel ilişki oluşturma süreçlerinde belirgin güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Bu boyutta ilişkisel ve soyutlanmış yapı düzeylerinde öğrenci bulunmaması, öğrencilerin sembolik dili kullanarak cebirsel ilişkileri bütüncül biçimde yapılandırmada sınırlı kaldıklarını ortaya koymaktadır.

Çoklu temsillerden yararlanma boyutunda ise diğer boyutlara göre daha olumlu bir görünüm ortaya çıkmıştır. Bu boyutta öğrencilerin en fazla çok yönlü yapı düzeyinde yer almaları, sözel, görsel, sayısal ya da sembolik temsillerde yer alan birden fazla unsuru fark edebildiklerini ve bu unsurları çözüm sürecinde kullanmaya çalıştıklarını göstermektedir. Ayrıca ilişkisel yapı düzeyinde 5 öğrencinin bulunması, bu boyutta bazı öğrencilerin temsiller arasında anlamlı bağlantılar kurabildiğini göstermektedir. Bununla birlikte soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci bulunmaması, temsiller arası ilişkilerin daha genel ve soyut matematiksel yapılara dönüştürülmesi konusunda sınırlılıkların devam ettiğini göstermektedir.

Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda öğrencilerin daha çok tek yönlü yapı düzeyinde yoğunlaştıkları görülmektedir. Bu boyutta 20 öğrencinin tek yönlü yapı, 14 öğrencinin çok yönlü yapı ve 12 öğrencinin yapı öncesi düzeyinde yer alması; öğrencilerin örüntü, ilişki ya da düzenlilik içeren görevlerde bazı matematiksel özellikleri fark edebildiklerini, ancak bu özellikleri genel bir kural ya da formül biçiminde ifade etmede zorlandıklarını göstermektedir. İlişkisel yapı düzeyinde yalnızca 1 öğrencinin bulunması ve soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci yer almaması, genelleme süreçlerinin çoğunlukla mevcut görev bağlamıyla sınırlı kaldığını ortaya koymaktadır.

Genel dağılım dikkate alındığında, öğrencilerin cebirsel düşünmenin temel boyutlarında çoğunlukla başlangıç ve orta düzey bilişsel yapılarda yoğunlaştıkları söylenebilir. Öğrenciler çoklu temsillerden yararlanma boyutunda görece daha üst düzey bir görünüm sergilerken, sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarında daha belirgin sınırlılıklar göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin cebirsel düşünmenin farklı boyutlarında aynı düzeyde performans sergilemediklerini; özellikle sembolleştirme, cebirsel ilişki kurma ve genelleme süreçlerinde desteklenmeye ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Bu çalışma, 2024-2025 eğitim öğretim yılında öğrenim gören 47 yedinci sınıf öğrencisiyle yürütülmüştür. Araştırmada, öğrencilerin cebir öğrenme alanına yönelik açık uçlu görevlere verdikleri yanıtlar SOLO taksonomisi düzeyleri ve cebirsel düşünmenin temel boyutları bağlamında incelenmiştir. Bu kapsamda sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ve genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarına ilişkin bulgular değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, ilgili alanyazınla karşılaştırılarak tartışılmış ve ulaşılan sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

5.1 SOLO Taksonomisi Düzeylerine İlişkin Bulguların Tartışılması

Araştırmanın birinci alt problemi doğrultusunda, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına yönelik açık uçlu görevlere verdikleri yanıtlar SOLO taksonomisi düzeyleri bağlamında incelenmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin yanıtlarının büyük ölçüde SOLO taksonomisinin alt düzeylerinde yoğunlaştığını göstermektedir. Öğrenci yanıtlarının yarısından fazlasının yapı öncesi düzeyde yer alması (f = 466; %55,10), öğrencilerin cebirsel ifadeler, eşitlik ve denklem konularında verilen problem durumlarını anlamlandırmada, nicelikler arasındaki ilişkileri belirlemede ve bu ilişkileri uygun matematiksel yapılarla ifade etmede önemli güçlükler yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Bu düzeydeki yoğunluk, öğrencilerin birçok yanıtta sorunun gerektirdiği cebirsel yapıyı tanıyamadıklarını, verilen bilgiler arasında anlamlı bağlantılar kuramadıklarını ya da çözüm sürecini tutarlı bir biçimde sürdüremediklerini göstermektedir.

Yapı öncesi düzeyden sonra yanıtların sırasıyla tek yönlü yapı (f = 139; %16,40), çok yönlü yapı (f = 125; %14,80) ve ilişkisel yapı (f = 115; %13,60) düzeylerinde yer aldığı belirlenmiştir. Tek yönlü yapı düzeyindeki yanıtlar, öğrencilerin bazı görevlerde yalnızca tek bir işlem, kavram ya da ilişkiye odaklanabildiklerini; ancak bu unsuru daha kapsamlı bir cebirsel yapı içinde açıklamakta sınırlı kaldıklarını göstermektedir. Çok yönlü yapı düzeyindeki yanıtlar ise öğrencilerin birden fazla matematiksel unsuru fark edebildiklerini, ancak bu unsurları bütüncül ve tutarlı bir ilişki ağı içinde yapılandırmakta zorlandıklarını ortaya koymaktadır. İlişkisel yapı düzeyinde yer alan

yanıtların oranının sınırlı kalması, öğrencilerin cebirsel görevlerde farklı bilgileri bir araya getirerek daha bütünlüklü açıklamalar geliştirebilen bir kısmının bulunduğunu; ancak bu düzeydeki performansın genel dağılım içinde yeterince baskın olmadığını göstermektedir.

SOLO taksonomisinin en üst düzeyi olan soyutlanmış yapı düzeyinde ise yalnızca bir yanıtın yer alması (f = 1; %0,10), öğrencilerin cebirsel ilişkileri daha genel yapılara dönüştürme, ulaştıkları sonuçları farklı durumlara aktarma ve problem bağlamının ötesine geçen soyut açıklamalar üretme bakımından oldukça sınırlı kaldıklarını göstermektedir. Bu sonuç, öğrencilerin cebir öğrenme alanında çoğunlukla başlangıç ve orta düzey bilişsel yapılarda yoğunlaştıklarını; üst düzey ilişkilendirme, genelleme ve soyutlama gerektiren yanıtların ise oldukça sınırlı biçimde ortaya çıktığını göstermesi bakımından önemlidir.

Bu sonuçlar genel olarak değerlendirildiğinde, yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına yönelik açık uçlu görevlerde beklenen üst düzey bilişsel yapılara sınırlı ölçüde ulaşabildikleri söylenebilir. Öğrencilerin özellikle yapı öncesi düzeyde yoğunlaşmaları, cebirsel ifadeleri yalnızca işlemsel ya da parçalı biçimde ele aldıklarını; problem durumlarında yer alan kavram, işlem ve ilişkileri anlamlı bir bütünlük içinde yapılandırmada zorlandıklarını göstermektedir. Bununla birlikte tek yönlü, çok yönlü ve ilişkisel yapı düzeylerinde de belirli oranlarda yanıtların bulunması, öğrencilerin cebirsel görevlerde farklı bilişsel düzeylerde performans gösterebildiklerini ortaya koymaktadır. Ancak soyutlanmış yapı düzeyinin neredeyse hiç temsil edilmemesi, öğrencilerin cebirsel yapıları genelleme ve daha üst düzey soyutlama süreçlerinde belirgin biçimde desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

Araştırmada elde edilen bu sonuçlar, alanyazındaki bazı çalışmalarla benzerlik göstermektedir. Acar ve Peker'in (2023) ortaokul matematik öğretim programı kazanımlarını SOLO taksonomisi bağlamında inceledikleri çalışmada, yedinci sınıf düzeyindeki kazanımların daha çok tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaştığı, ilişkisel yapı düzeyinde ise daha sınırlı sayıda kazanımın yer aldığı belirtilmiştir. Bu durum, mevcut araştırmada öğrencilerin yanıtlarının büyük ölçüde alt ve orta düzey SOLO basamaklarında toplanmasıyla örtüşmektedir. Benzer şekilde

Kırıcı'nın (2023) çalışmasında öğrenci yanıtlarının çoğunlukla tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeylerinde yer aldığı, ilişkisel yapı düzeyindeki yanıtların ise sınırlı kaldığı belirlenmiştir. Görpe'nin (2022) çalışmasında da öğrencilerin daha çok tek yönlü ve çok yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaştıkları, üst düzey düşünme düzeylerine ulaşan öğrencilerin azınlıkta kaldığı ve yapı öncesi düzeyindeki öğrencilerin dikkate değer bir oranda bulunduğu tespit edilmiştir. Kılıç'ın (2020) sekizinci sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada öğrencilerin çoğunluğunun SOLO taksonomisine göre ilişkisel yapı düzeyinin altında yer aldığının belirlenmesi de bu araştırmanın sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

Bununla birlikte mevcut araştırmanın sonuçları, bazı çalışmalarla farklılık da göstermektedir. Elazzabi'nin (2020) Libya ve Türkiye'deki öğrencilerin yanıtlarını incelediği çalışmada öğrenci yanıtlarının ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde yoğunlaştığı belirtilmiştir. Bu sonuç, mevcut araştırmada yanıtların büyük çoğunluğunun yapı öncesi düzeyde toplanmasıyla farklılaşmaktadır. Benzer biçimde Yenilmez ve Kağancı'nın (2024) sekizinci sınıf LGS matematik çalışma kitabındaki soruları SOLO taksonomisi açısından inceledikleri çalışmada, soruların tüm öğrenme alanlarında soyutlanmış yapı düzeyinde yoğunlaştığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç, öğretim materyallerinde öğrencilerden daha üst düzey bilişsel beceriler beklenebildiğini göstermesine karşın, mevcut araştırmada öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtların bu düzeylere ulaşmada sınırlı kaldığını ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, bu araştırmanın birinci alt problemine ilişkin bulgular, yedinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki açık uçlu görevlerde ağırlıklı olarak yapı öncesi düzeyde performans sergilediklerini göstermektedir. Öğrencilerin bir bölümü tek yönlü, çok yönlü ve ilişkisel yapı düzeylerinde yanıtlar üretebilmiş olsa da, genel dağılım öğrencilerin cebirsel kavram ve ilişkileri bütüncül biçimde yapılandırma, farklı bilgileri ilişkilendirme ve genelleme yapma bakımından sınırlılıklar yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Bu durum, cebir öğrenme alanında öğrencilerin yalnızca işlemsel becerilerini değil, aynı zamanda ilişkilendirme, açıklama, temsil etme ve genelleme yapma süreçlerini destekleyen öğretim uygulamalarına ihtiyaç duyulduğunu göstermektedir.

5.2 Cebirsel Düşünme Boyutlarına Göre SOLO Taksonomisi Düzeylerine İlişkin Bulguların Tartışılması

Araştırmanın ikinci alt problemi kapsamında, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtlar, cebirsel düşünmenin temel boyutları bağlamında incelenmiştir. Bu doğrultuda öğrenci yanıtları; sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutları açısından SOLO taksonomisi düzeylerine göre değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, öğrencilerin cebirsel düşünmenin farklı boyutlarında aynı düzeyde performans göstermediklerini; bazı boyutlarda daha çok yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaşırken, bazı boyutlarda çok yönlü yapı düzeyine daha fazla ulaşabildiklerini göstermektedir. Bu durum, cebirsel düşünmenin tek boyutlu bir yapı olarak ele alınamayacağını; sembolik dil kullanma, temsiller arasında geçiş yapma ve genelleme oluşturma süreçlerinin öğrenciler açısından farklı güçlük düzeyleri içerdiğini ortaya koymaktadır.

5.2.1 Sembolik Dil ve Cebirsel İlişkileri Kullanma Boyutuna İlişkin Bulguların Tartışılması

Sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutuna ilişkin bulgular, öğrencilerin bu boyutta büyük ölçüde SOLO taksonomisinin alt düzeylerinde yer aldığını göstermektedir. Bu boyutta öğrencilerin %51,0'ı yapı öncesi düzeyinde, %40,4'ü ise tek yönlü yapı düzeyinde sınıflandırılmıştır. Buna karşılık öğrencilerin yalnızca %8,6'sı çok yönlü yapı düzeyinde yer almış; ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapı düzeylerinde ise herhangi bir öğrenci bulunmamıştır. Bu dağılım, öğrencilerin önemli bir bölümünün verilen problem durumlarında bilinmeyenleri sembollerle temsil etme, nicelikler arasında cebirsel ilişki kurma, eşitlik ya da denklem oluşturma ve bu ilişkileri matematiksel olarak açıklama süreçlerinde belirgin güçlükler yaşadığını göstermektedir.

Yapı öncesi düzeyindeki yoğunluk, öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutunda çoğu zaman verilen sözel, görsel ya da sayısal durumları cebirsel bir yapıya dönüştüremediklerini ortaya koymaktadır. Bu düzeyde yer alan öğrenciler,

problemdeki nicelikleri ve ilişkileri bağlama uygun biçimde yorumlamakta, bilinmeyeni sembolik olarak tanımlamakta ve verilen durumdan hareketle uygun eşitlik ya da denklem kurmakta zorlanmaktadır. Bu durum, öğrencilerin cebirsel ifadeleri yalnızca işlem yapılacak semboller olarak görme eğiliminde olduklarını; sembollerin problem bağlamındaki nicelikleri ve ilişkileri temsil eden yapılar olduğunu kavramakta sınırlılık yaşadıklarını düşündürmektedir.

Tek yönlü yapı düzeyindeki öğrencilerin oranının yüksek olması da bu boyuta ilişkin önemli bir sonuçtur. Bu düzeydeki öğrenciler, problemdeki tek bir niceliği, işlem adımını ya da ilişkiyi fark edebilmekte; ancak bu unsuru daha bütüncül bir cebirsel model içinde yapılandıramamaktadır. Başka bir ifadeyle öğrenciler, bazı durumlarda problemdeki basit ilişkileri aritmetik düzeyde yorumlayabilmekte, ancak bu ilişkileri bilinmeyen, değişken, eşitlik ve sembolik temsil aracılığıyla cebirsel bir yapıya dönüştürmede yetersiz kalmaktadır. Bu sonuç, öğrencilerin aritmetik düşünmeden cebirsel düşünmeye geçiş sürecinde özellikle sembolleştirme ve ilişki kurma bakımından desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

Çok yönlü yapı düzeyinde yer alan öğrencilerin oranının %8,6 ile sınırlı kalması, bu boyutta birden fazla matematiksel unsuru fark edebilen öğrenci sayısının az olduğunu göstermektedir. Bu düzeydeki öğrenciler, problem durumunda birden fazla bilgiyi dikkate alabilmekte ve bazı ilişkileri çözüm sürecine dâhil edebilmektedir. Ancak ilişkisel yapı düzeyinde öğrenci bulunmaması, bu bilgilerin bütüncül bir cebirsel model içinde birleştirilemediğini göstermektedir. Benzer biçimde soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci bulunmaması, öğrencilerin sembolik modelleri daha genel matematiksel yapılara dönüştürme ya da farklı durumlara aktarılabilir biçimde açıklama konusunda sınırlı kaldıklarını ortaya koymaktadır.

Bu sonuçlar, alanyazındaki bazı çalışmalarla paralellik göstermektedir. Baran (2024), 10. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerini SOLO taksonomisine göre incelediği çalışmasında, sembol ve cebirsel ilişkileri kullanabilme becerisine yönelik öğrenci yanıtlarının daha çok tek yönlü yapı düzeyine yakın olduğunu belirlemiştir. Mevcut araştırmada da öğrencilerin sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutunda yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaşması, öğrencilerin bu

boyutta daha alt düzey bilişsel yapılar sergilediklerini göstermesi bakımından Baran'ın (2024) bulgularıyla örtüşmektedir. Benzer biçimde Bağdat ve Anapa Saban (2014), sekizinci sınıf öğrencilerinin sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanabilme becerisi açısından çoğunlukla yapı öncesi düzeyde yer aldığını belirlemiştir. Bu sonuç da mevcut araştırmada öğrencilerin yarısından fazlasının yapı öncesi düzeyinde bulunmasıyla paralellik göstermektedir. Acar'ın (2024) ortaokul öğrencilerinin cebirsel ilişkileri ve sembolleri kullanabilme becerisinde en fazla tek yönlü yapı düzeyinde yoğunlaştığını belirlemesi de bu araştırmanın sonuçlarını desteklemektedir.

Bununla birlikte mevcut araştırmanın sonuçları, bazı çalışmalarla farklılık göstermektedir. Elazzabi'nin (2020) çalışmasında, semboller ve cebirsel ilişki kurabilme becerisi yönünden öğrencilerin önemli bir bölümünün daha ileri düşünme düzeylerine ulaşabildiği belirtilmiştir. Bu bulgu, mevcut araştırmada ilişkisel ve soyutlanmış yapı düzeylerinde öğrenci bulunmaması nedeniyle farklılaşmaktadır. Benzer biçimde Çelik'in (2007) öğretmen adaylarıyla yürüttüğü çalışmada, bu beceriye yönelik yanıtların çoğunlukla çok yönlü yapı düzeyinde yer aldığı görülmektedir. Bu farklılık, çalışma gruplarının yaş, öğrenim düzeyi ve cebirsel deneyim bakımından birbirinden ayrılmasıyla ilişkili olabilir. Nitekim bilişsel süreçlerin yaş ve gelişim düzeyiyle farklılaşabildiğine yönelik çalışmalar, üst düzey cebirsel ilişkilendirme becerilerinin daha ileri öğrenim düzeylerinde daha belirgin biçimde ortaya çıkabileceğini düşündürmektedir (Tunalı ve Aktürkoğlu, 2025).

Dilekçi'nin (2022) ortaokul matematik dersi kazanımları ile ders kitaplarındaki ünite değerlendirme sorularını SOLO taksonomisine göre incelediği çalışmada, sınıf düzeyi ilerledikçe ilişkisel yapı düzeyindeki soru sayısının arttığı, tek yönlü yapı düzeyindeki soru sayısının ise azaldığı belirtilmiştir. Bu sonuç, yedinci sınıf düzeyinde öğrencilerden daha fazla ilişkilendirme yapmalarının beklendiğine işaret etmektedir. Ancak mevcut araştırmada sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutunda ilişkisel yapı düzeyinde öğrenci bulunmaması, öğrencilerin bu beklentiyi karşılamada güçlük yaşadıklarını göstermektedir. Bu durum, öğretim programı ve ders materyallerinde hedeflenen ilişkilendirme düzeyi ile öğrencilerin açık uçlu cebir görevlerinde sergiledikleri performans arasında bir boşluk olabileceğini düşündürmektedir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutu öğrencilerin en fazla zorlandıkları alanlardan biri olarak öne çıkmaktadır. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeylerinde yer alması, sembolleri anlamlı biçimde kullanma, bilinmeyenleri temsil etme, denklem kurma, eşitlik ilişkisini yorumlama ve cebirsel ilişkileri gerekçelendirme süreçlerinde önemli sınırlılıklar bulunduğunu göstermektedir. Bu nedenle cebir öğrenme sürecinde öğrencilerin yalnızca sembolik işlemleri uygulamalarını değil; sembollerin temsil ettiği nicelikleri anlamlandırmalarını, farklı nicelikler arasında ilişki kurmalarını ve bu ilişkileri matematiksel açıklamalarla desteklemelerini sağlayacak öğretim etkinliklerine daha fazla yer verilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

5.2.2 Çoklu Temsillerden Yararlanma ve Temsiller Arası İlişki Kurma Boyutuna İlişkin Bulguların Tartışılması

Çoklu temsillerden yararlanma ve temsiller arası ilişki kurma boyutuna ilişkin bulgular, öğrencilerin bu boyutta diğer cebirsel düşünme boyutlarına göre görece daha üst düzey bir görünüm sergilediklerini göstermektedir. Bu boyutta öğrencilerin %38,2'si çok yönlü yapı düzeyinde, %31,9'u tek yönlü yapı düzeyinde, %19,1'i yapı öncesi düzeyinde ve %10,8'i ilişkisel yapı düzeyinde yer almıştır. Soyutlanmış yapı düzeyinde ise herhangi bir öğrenci bulunmamıştır. Bu dağılım, öğrencilerin çoklu temsillerden yararlanma boyutunda çoğunlukla tekil temsil unsurlarını fark etmenin ötesine geçerek birden fazla temsil unsurunu dikkate alabildiklerini; ancak bu temsiller arasında bütüncül, tutarlı ve genellenebilir ilişkiler kurmada sınırlılık yaşadıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin en yüksek oranda çok yönlü yapı düzeyinde yer almaları, bu boyut açısından önemli bir sonuçtur. Çok yönlü yapı düzeyindeki öğrenciler, sözel, görsel, sayısal ya da sembolik temsillerde yer alan birden fazla matematiksel unsuru fark edebilmekte ve bu unsurları çözüm sürecinde kullanmaya çalışmaktadır. Ancak bu düzeydeki yanıtlar, öğrencilerin söz konusu temsil biçimleri arasında her zaman anlamlı ve bütüncül ilişkiler kuramadıklarını göstermektedir. Başka bir ifadeyle öğrenciler farklı temsil biçimlerinden yararlanabilmekte; fakat bu temsilleri birbirini tamamlayan ve aynı matematiksel yapıyı açıklayan ilişkili yapılar olarak kullanmada

yeterli düzeye ulaşamamaktadır. Bu durum, öğrencilerin çoklu temsillerle çalışırken temsil unsurlarını tanıma ve kullanma bakımından belirli bir yeterlik gösterdiklerini; ancak temsiller arası ilişkilendirme ve gerekçelendirme süreçlerinde desteğe ihtiyaç duyduklarını ortaya koymaktadır.

Tek yönlü yapı düzeyinde yer alan öğrencilerin oranının %31,9 olması, öğrencilerin önemli bir bölümünün verilen temsil biçimlerinden yalnızca birine ya da temsilin tek bir yönüne odaklandığını göstermektedir. Bu düzeydeki öğrenciler, örneğin bir görseldeki kenar uzunluğunu, sözel problemde verilen bir sayısal bilgiyi ya da sembolik ifadede yer alan belirli bir terimi fark edebilmekte; ancak bu unsuru problemdeki diğer temsil biçimleriyle ilişkilendirerek daha kapsamlı bir matematiksel yapı oluşturamamaktadır. Bu sonuç, öğrencilerin çoklu temsillerle karşılaştıklarında temsil biçimleri arasında geçiş yapmada ve bu geçişleri matematiksel olarak anlamlandırmada sınırlılıklar yaşadıklarını göstermektedir.

Yapı öncesi düzeyinde yer alan öğrencilerin oranının %19,1 olması, bazı öğrencilerin verilen sözel, görsel ya da sembolik temsili problem bağlamıyla ilişkilendirmede güçlük yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Bu düzeydeki öğrenciler, temsil biçiminde verilen bilgiyi problemde istenen matematiksel ilişkiyle birleştirememekte ya da temsilin hangi matematiksel yapıyı gösterdiğini anlamlandırmakta zorlanmaktadır. Bu durum, özellikle temsilin yalnızca görsel ya da işlemsel düzeyde algılandığını; temsilin arkasındaki matematiksel ilişkinin ise yeterince kavranamadığını düşündürmektedir.

İlişkisel yapı düzeyine ulaşan öğrenci oranının %10,8 ile sınırlı kalması, çoklu temsillerden yararlanma boyutunda öğrencilerin bir kısmının temsiller arasında anlamlı bağlantılar kurabildiğini; ancak bu düzeydeki performansın genel dağılım içinde sınırlı kaldığını göstermektedir. İlişkisel yapı düzeyindeki öğrenciler, farklı temsil biçimleri arasında geçiş yapabilmekte, bu temsilleri aynı matematiksel ilişki etrafında bütünleştirebilmekte ve çözüm sürecini daha tutarlı biçimde yapılandırabilmektedir. Bununla birlikte soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci bulunmaması, öğrencilerin çoklu temsillerden hareketle daha genel, aktarılabilir ve soyut matematiksel yapılar oluşturma bakımından yeterli düzeye ulaşamadıklarını göstermektedir.

Bu sonuçlar alanyazındaki bazı çalışmalarla paralellik göstermektedir. Bağdat ve Anapa Saban (2014), sekizinci sınıf öğrencilerinin çoklu gösterimlerden yararlanma becerisi açısından çoğunlukla ilişkisel yapı düzeyinin altında yer aldıklarını belirtmiştir. Mevcut araştırmada da öğrencilerin büyük çoğunluğunun tek yönlü ve çok yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaşması, ilişkisel ve soyutlanmış yapı düzeylerine ulaşan öğrenci sayısının sınırlı kalması bakımından bu sonuçla örtüşmektedir. Benzer şekilde Elazzabi'nin (2020) çalışmasında çoklu temsillerin kullanımı açısından öğrencilerin çoğunlukla çok yönlü yapı ve tek yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaştıkları, bununla birlikte ilişkisel yapı düzeyinde de yanıtların bulunduğu belirtilmiştir. Bu durum, mevcut araştırmada çok yönlü yapı düzeyinin en yüksek orana sahip olması ve ilişkisel yapı düzeyinde sınırlı da olsa öğrenci bulunmasıyla paralellik göstermektedir.

Çelik'in (2007) öğretmen adaylarıyla yürüttüğü çalışmada çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine ilişkin yanıtların daha çok çok yönlü yapı düzeyinde yoğunlaşması da bu araştırmanın bulgularıyla benzerlik göstermektedir. Ancak çalışma grubunun öğretmen adaylarından oluşması, ilgili çalışmada öğrencilerin yaş ve öğrenim düzeyi bakımından daha ileri bir grupta yer aldığını göstermektedir. Bu nedenle mevcut araştırmada yedinci sınıf öğrencilerinin çok yönlü yapı düzeyinde yoğunlaşması, öğrencilerin çoklu temsilleri fark etme ve kullanma açısından gelişim gösterebildiklerini; ancak ilişkisel ve soyutlanmış düzeylere ulaşmada henüz sınırlı kaldıklarını ortaya koymaktadır.

Bununla birlikte mevcut araştırmanın sonuçları bazı çalışmalarla farklılık da göstermektedir. Baran'ın (2024) 10. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada çoklu gösterimlerden yararlanma becerisine ilişkin öğrenci yanıtlarının daha çok tek yönlü yapı ve yapı öncesi düzeylerinde yoğunlaştığı belirtilmiştir. Mevcut araştırmada ise en yüksek oranın çok yönlü yapı düzeyinde bulunması, öğrencilerin bu boyutta birden fazla temsil unsurunu fark etme ve çözüm sürecinde kullanma yönünde daha belirgin bir eğilim sergilediklerini göstermektedir. Ancak bu farklılık, mevcut araştırmadaki öğrencilerin ilişkisel ve soyutlanmış yapı düzeylerine yeterince ulaşabildiği anlamına gelmemektedir. Aksine bulgular, öğrencilerin temsilleri kullanma konusunda belirli bir ilerleme gösterdiklerini; fakat temsiller arasında derinlemesine ilişki kurma ve bu ilişkileri genelleme konusunda sınırlılık yaşadıklarını ortaya koymaktadır.

Alanyazında cebirsel düşünmenin yalnızca yaşa bağlı olarak gelişmediği, uygun öğretim ortamları ve bilinçli öğretim stratejileriyle erken dönemlerden itibaren desteklenebileceği vurgulanmaktadır (Girit ve Akyüz, 2016; NCTM, 2000; Radford, 2012). Mevcut araştırmada çoklu temsillerden yararlanma boyutunda öğrencilerin çok yönlü yapı düzeyinde yoğunlaşması, öğrencilerin farklı temsil biçimlerini tanıma ve kullanma bakımından belirli bir potansiyele sahip olduklarını göstermektedir. Ancak ilişkisel yapı düzeyindeki öğrenci oranının düşük, soyutlanmış yapı düzeyindeki öğrenci sayısının ise sıfır olması, bu potansiyelin üst düzey ilişkilendirme ve genelleme süreçlerine dönüşmesi için öğretim sürecinde daha sistematik desteklere ihtiyaç olduğunu göstermektedir.

Özaydın vd. (2023) ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerine ilişkin çalışmalarında yedinci sınıf öğrencilerinin orta düzey cebirsel düşünme sergilediklerini belirtmeleri de mevcut araştırmanın sonuçlarıyla ilişkilendirilebilir. Bu araştırmada çoklu temsillerden yararlanma boyutunda en yüksek yoğunluğun çok yönlü yapı düzeyinde olması, öğrencilerin bu boyutta orta düzey bilişsel yapılarda yoğunlaştığını göstermektedir. Bununla birlikte öğrencilerin ilişkisel ve soyutlanmış düzeylere sınırlı biçimde ulaşmaları, çoklu temsillerin yalnızca kullanılması değil, bu temsiller arasında anlamlı matematiksel bağlantıların kurulması gerektiğini ortaya koymaktadır.

Genel olarak değerlendirildiğinde, çoklu temsillerden yararlanma ve temsiller arası ilişki kurma boyutu, öğrencilerin cebirsel düşünme bakımından görece daha güçlü göründükleri boyutlardan biridir. Öğrencilerin önemli bir bölümünün çok yönlü yapı düzeyinde yer alması, farklı temsil biçimlerini fark etme ve çözüm sürecine dâhil etme açısından olumlu bir durumdur. Ancak ilişkisel yapı düzeyindeki öğrenci oranının düşük kalması ve soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci bulunmaması, yalnızca farklı temsil biçimlerinin sunulmasının yeterli olmadığını göstermektedir. Bu nedenle öğretim sürecinde sözel, görsel, sayısal ve sembolik temsiller arasında geçiş yapmayı sağlayan; öğrencilerin bu temsillerin aynı matematiksel ilişkiyi nasıl yansıttığını açıklamalarına olanak veren ve temsiller arası bağlantıları genelleme süreçleriyle ilişkilendiren etkinliklere daha fazla yer verilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

5.2.3 Genellemelere Ulaşma ve Formüle Etme Boyutuna İlişkin Bulguların Tartışılması

Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutuna ilişkin bulgular, öğrencilerin bu boyutta ağırlıklı olarak SOLO taksonomisinin tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaştığını göstermektedir. Bu boyutta öğrencilerin %42,6'sı tek yönlü yapı düzeyinde, %29,8'i çok yönlü yapı düzeyinde, %25,5'i yapı öncesi düzeyinde ve yalnızca %2,1'i ilişkisel yapı düzeyinde yer almıştır. Soyutlanmış yapı düzeyinde ise herhangi bir öğrenci bulunmamıştır. Bu dağılım, öğrencilerin örüntü, ilişki ve düzenlilik içeren görevlerde çoğunlukla belirli bir matematiksel unsuru fark edebildiklerini; ancak bu unsuru genel bir kural, cebirsel ifade ya da formül biçiminde yapılandırmada sınırlılık yaşadıklarını göstermektedir.

Öğrencilerin en yüksek oranda tek yönlü yapı düzeyinde yer alması, genellemelere ulaşma ve formüle etme sürecinde öğrencilerin genellikle örüntünün ya da matematiksel ilişkinin yalnızca tek bir yönüne odaklandıklarını ortaya koymaktadır. Bu düzeydeki öğrenciler, örneğin artış miktarını, şekilsel düzeni ya da işlem basamağını fark edebilmekte; ancak bu fark ettikleri unsuru örüntünün bütün yapısı içinde açıklamakta ve adım sayısı ile sonuç arasındaki ilişkiyi genel bir kurala dönüştürmekte zorlanmaktadır. Bu durum, öğrencilerin genelleme sürecine giriş yapabildiklerini; fakat bu süreci cebirsel olarak formüle edilebilir ve tutarlı bir yapıya ulaştırmada desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

Çok yönlü yapı düzeyinde yer alan öğrencilerin oranının %29,8 olması, öğrencilerin bir bölümünün genelleme sürecinde birden fazla matematiksel unsuru dikkate alabildiğini göstermektedir. Bu düzeydeki öğrenciler artış miktarı, başlangıç değeri, adım sayısı ya da cebirsel ifade gibi bileşenleri fark edebilmekte ve çözüm sürecinde kullanmaya çalışmaktadır. Ancak çok yönlü yapı düzeyindeki yanıtlar, bu unsurların her zaman bütüncül, geçerli ve genellenebilir bir formüle dönüştürülemediğini göstermektedir. Başka bir ifadeyle öğrenciler genelleme için gerekli bazı bileşenleri fark edebilmekte; fakat bu bileşenler arasında tutarlı bir ilişki kurarak genel bir matematiksel ifade oluşturmakta sınırlı kalmaktadır.

Yapı öncesi düzeyinde yer alan öğrencilerin oranının %25,5 olması, öğrencilerin önemli bir bölümünün örüntüsel ilişkiyi ya da verilen matematiksel yapıyı anlamlandırmada güçlük yaşadığını göstermektedir. Bu düzeydeki öğrenciler, problemdeki düzenliliği belirleyememekte, verilen durumun hangi kurala göre ilerlediğini açıklayamamakta ya da genelleme yapmayı gerektiren matematiksel ilişkiyi ortaya koyamamaktadır. Bu sonuç, bazı öğrencilerin genelleme görevlerinde yalnızca şekilsel görünüme ya da yüzeysel ipuçlarına odaklandıklarını; örüntünün yapısal özelliklerini belirlemede güçlük yaşadıklarını düşündürmektedir.

İlişkisel yapı düzeyinde yalnızca bir öğrencinin yer alması, genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda üst düzey bilişsel yapıların oldukça sınırlı temsil edildiğini göstermektedir. İlişkisel yapı düzeyindeki yanıtlar, öğrencinin farklı matematiksel unsurları bütünleştirerek genel bir ilişki kurabildiğini göstermesi bakımından önemlidir. Ancak bu düzeydeki öğrenci sayısının oldukça düşük olması, genelleme sürecinde parça-bütün ilişkisi kurma, ulaşılan kuralı gerekçelendirme ve bu kuralı cebirsel olarak ifade etme süreçlerinde genel olarak sınırlılıklar bulunduğunu ortaya koymaktadır. Soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci bulunmaması ise öğrencilerin ulaştıkları genellemeleri farklı durumlara aktarılabilir, daha soyut ve matematiksel olarak genellenebilir yapılara dönüştürmede yeterli düzeye ulaşamadıklarını göstermektedir.

Bu sonuçlar alanyazındaki bazı çalışmalarla paralellik göstermektedir. Elazzabi'nin (2020) çalışmasında, Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin genelleme kullanımı açısından daha çok çok yönlü yapı ve tek yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaştıkları ve bu durumun genellemelerin yeterli düzeyde yapılamadığı biçiminde yorumlandığı belirtilmiştir. Mevcut araştırmada da öğrencilerin büyük bölümünün tek yönlü ve çok yönlü yapı düzeylerinde yer alması, genelleme sürecinin çoğunlukla sınırlı ve parçalı yapılar üzerinden gerçekleştiğini göstermesi bakımından bu sonuçla örtüşmektedir. Benzer biçimde Bağdat ve Anapa Saban'ın (2014) çalışmasında genellemeleri formüle etme becerisi açısından yoğunlaşmanın tek yönlü yapı düzeyinde olduğu belirlenmiştir. Bu sonuç, mevcut araştırmada en yüksek oranın tek yönlü yapı düzeyinde görülmesiyle paralellik göstermektedir. Acar'ın (2024) çalışmasında da genellemeleri formüle etme becerisi açısından öğrencilerin en fazla tek yönlü yapı

düzeyinde yoğunlaştığının belirlenmesi, mevcut araştırmanın bulgularını desteklemektedir.

Bunun yanında Birgin ve Demirören'in (2020) çalışmasında, öğrencilerin aritmetik bilgilerini cebirsel bilgilerle ilişkilendirmekte zorlandıkları; görsel ve sayı örüntülerini cebirsel olarak ifade etmeyi gerektiren sorularda daha fazla güçlük ve hata yaşadıkları belirtilmiştir. Mevcut araştırmada öğrencilerin genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda tek yönlü ve çok yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaşmaları, bu sonuca benzer biçimde öğrencilerin örüntüsel ilişkileri fark etseler bile bu ilişkileri cebirsel bir kurala ya da formüle dönüştürmede zorlandıklarını göstermektedir. Bu bağlamda öğrencilerin genelleme yapma sürecindeki sınırlılıklarının, aritmetik ilişkilerden cebirsel yapılara geçişte yaşanan güçlüklerle bağlantılı olduğu söylenebilir.

Gerez Cantimer'in (2024) yedinci ve sekizinci sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada, öğrencilerin cebir öğrenme alanına yönelik kavramları tanımlarken örneklerden yararlandıkları, ancak yeterli ve derinlemesine açıklamalar yapmakta zorlandıkları ve çoğunlukla yüzeysel açıklamalar sundukları belirtilmiştir. Bu sonuç, mevcut araştırmada öğrencilerin genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda daha çok tek yönlü yapı düzeyinde yer almalarıyla ilişkilendirilebilir. Çünkü genelleme yapabilmek, yalnızca örnekleri fark etmeyi değil; bu örneklerdeki ortak matematiksel yapıyı belirlemeyi, açıklamayı ve sembolik ya da cebirsel bir ifadeye dönüştürmeyi gerektirmektedir. Öğrencilerin kavramsal açıklamalarındaki sınırlılıkların, genelleme süreçlerinde de daha düşük SOLO düzeylerinde yoğunlaşmalarına neden olabileceği düşünülmektedir.

Mevcut araştırmanın sonuçları bazı çalışmalarla farklılık da göstermektedir. Çelik'in (2007) öğretmen adaylarıyla yürüttüğü çalışmada, genellemeleri formüle etme becerisi açısından katılımcıların daha çok çok yönlü yapı düzeyinde yer aldığı belirlenmiştir. Bu sonuç, mevcut araştırmada tek yönlü yapı düzeyinin en yüksek orana sahip olması nedeniyle farklılaşmaktadır. Benzer biçimde Baran'ın (2024) 10. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada, genellemeleri formüle etme becerisine ilişkin öğrenci yanıtlarının çok yönlü yapı ve ilişkisel yapı düzeylerinde yoğunlaştığı, soyutlanmış yapı düzeyinde ise öğrenci yanıtına rastlanmadığı belirtilmiştir. Baran'ın (2024)

çalışmasında öğrencilerin daha üst düzey bilişsel yapılara ulaşabilmeleri, mevcut araştırmada yedinci sınıf öğrencilerinin genelleme boyutunda daha sınırlı performans göstermesiyle farklılık oluşturmaktadır. Bu farklılık, sınıf düzeyi, öğrenim deneyimi ve cebirsel içerikle karşılaşma süresi gibi etkenlerle ilişkilendirilebilir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutu öğrencilerin belirli düzeyde ilerleme gösterebildikleri; ancak üst düzey bilişsel yapılara ulaşmada zorlandıkları bir alan olarak öne çıkmaktadır. Öğrencilerin çoğunlukla tek yönlü ve çok yönlü yapı düzeylerinde yer almaları, onların örüntü ve ilişkilerde bazı matematiksel özellikleri fark edebildiklerini; ancak bu özellikleri bütüncül, gerekçelendirilmiş ve genellenebilir bir cebirsel yapıya dönüştürmede sınırlılık yaşadıklarını göstermektedir. İlişkisel yapı düzeyindeki öğrenci sayısının çok az olması ve soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci bulunmaması, genelleme sürecinde öğrencilerin yalnızca örnekleri incelemeye ya da artış miktarını belirlemeye değil; bu örneklerden hareketle genel kural oluşturma, değişkenin anlamını açıklama, kuralı sembolik biçimde ifade etme ve farklı durumlara aktarma süreçlerinde desteklenmeleri gerektiğini ortaya koymaktadır.

5.3 Cebirsel Düşünme Boyutlarına İlişkin SOLO Taksonomisi Düzey Dağılımlarının Tartışılması

Cebirsel düşünmenin temel boyutları olan sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarına ilişkin SOLO taksonomisi düzey dağılımları Tablo 4.5'te birlikte sunulmuştur. Bu tablo, öğrencilerin cebirsel düşünmenin farklı boyutlarında hangi SOLO düzeylerinde yoğunlaştıklarını bütüncül ve karşılaştırmalı olarak ortaya koymaktadır.

Tablo 4.5 incelendiğinde, cebirsel düşünmenin üç temel boyutu genelinde öğrencilerin en fazla tek yönlü yapı düzeyinde yer aldığı görülmektedir. Üç boyut kapsamında yapılan toplam 141 değerlendirmenin 54'ü tek yönlü yapı, 45'i yapı öncesi, 36'sı çok yönlü yapı ve 6'sı ilişkisel yapı düzeyindedir. Soyutlanmış yapı düzeyinde ise herhangi bir öğrenci yer almamıştır. Bu bulgu, öğrencilerin cebirsel düşünmeye ilişkin bazı temel unsurları fark edebildiklerini; ancak bu unsurları bütüncül, ilişkisel ve

genellenebilir bir matematiksel yapıya dönüştürmede sınırlılık yaşadıklarını göstermektedir. Bu sonuç, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerinde daha çok yüzeysel ve sınırlı açıklamalarda bulunduklarını ortaya koyan çalışmalarla benzerlik göstermektedir (Acar, 2024; Bağdat ve Anapa Saban, 2014; Baran, 2024).

Boyutlar ayrı ayrı değerlendirildiğinde, sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutunda öğrencilerin büyük ölçüde yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaştıkları görülmektedir. Bu boyutta 24 öğrencinin yapı öncesi, 19 öğrencinin tek yönlü yapı düzeyinde yer alması; öğrencilerin değişken, bilinmeyen, eşitlik, denklem kurma ve cebirsel ilişki oluşturma süreçlerinde belirgin güçlükler yaşadıklarını göstermektedir. Bu boyutta ilişkisel ve soyutlanmış yapı düzeylerinde öğrenci bulunmaması, öğrencilerin sembolik dili kullanarak cebirsel ilişkileri bütüncül biçimde yapılandırmada sınırlı kaldıklarını ortaya koymaktadır. Bu bulgu, öğrencilerin cebirsel sembolleri anlamlandırma, bilinmeyeni temsil etme ve cebirsel ilişkileri sembolik biçimde ifade etme süreçlerinde güçlük yaşadıklarını belirten çalışmalarla örtüşmektedir (Bağdat ve Anapa Saban, 2014; Baran, 2024; Çelik, 2007).

Çoklu temsillerden yararlanma boyutunda ise diğer boyutlara göre daha olumlu bir görünüm ortaya çıkmıştır. Bu boyutta öğrencilerin en fazla çok yönlü yapı düzeyinde yer almaları, sözel, görsel, sayısal ya da sembolik temsillerde yer alan birden fazla unsuru fark edebildiklerini ve bu unsurları çözüm sürecinde kullanmaya çalıştıklarını göstermektedir. Ayrıca ilişkisel yapı düzeyinde 5 öğrencinin bulunması, bu boyutta bazı öğrencilerin temsiller arasında anlamlı bağlantılar kurabildiğini göstermektedir. Bununla birlikte soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci bulunmaması, temsiller arası ilişkilerin daha genel ve soyut matematiksel yapılara dönüştürülmesi konusunda sınırlılıkların devam ettiğini göstermektedir. Bu sonuç, çoklu temsillerin öğrencilerin cebirsel düşünmelerini destekleyebildiğini; ancak temsiller arası geçiş ve ilişkilendirme süreçlerinin ayrıca geliştirilmesi gerektiğini vurgulayan çalışmalarla benzerlik göstermektedir (Elazzabi, 2020; Girit ve Akyüz, 2016; NCTM, 2000).

Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda öğrencilerin daha çok tek yönlü yapı düzeyinde yoğunlaştıkları görülmektedir. Bu boyutta 20 öğrencinin tek yönlü yapı, 14 öğrencinin çok yönlü yapı ve 12 öğrencinin yapı öncesi düzeyinde yer alması;

öğrencilerin örüntü, ilişki ya da düzenlilik içeren görevlerde bazı matematiksel özellikleri fark edebildiklerini, ancak bu özellikleri genel bir kural ya da formül biçiminde ifade etmede zorlandıklarını göstermektedir. İlişkisel yapı düzeyinde yalnızca 1 öğrencinin bulunması ve soyutlanmış yapı düzeyinde öğrenci yer almaması, genelleme süreçlerinin çoğunlukla mevcut görev bağlamıyla sınırlı kaldığını ortaya koymaktadır. Bu bulgu, öğrencilerin örüntüleri ya da düzenlilikleri fark edebilseler bile bunları cebirsel bir genellemeye dönüştürmede güçlük yaşadıklarını ortaya koyan araştırmalarla paralellik göstermektedir (Birgin ve Demirören, 2020; Gerez Cantimer, 2024; Radford, 2012).

Genel dağılım dikkate alındığında, öğrencilerin cebirsel düşünmenin temel boyutlarında çoğunlukla başlangıç ve orta düzey bilişsel yapılarda yoğunlaştıkları söylenebilir. Öğrenciler çoklu temsillerden yararlanma boyutunda görece daha üst düzey bir görünüm sergilerken, sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma ile genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutlarında daha belirgin sınırlılıklar göstermiştir. Bu durum, öğrencilerin cebirsel düşünmenin farklı boyutlarında aynı düzeyde performans sergilemediklerini; özellikle sembolleştirme, cebirsel ilişki kurma ve genelleme süreçlerinde desteklenmeye ihtiyaç duyduklarını göstermektedir. Bu sonuçlar, cebirsel düşünmenin tek bir beceri alanı olarak değil, sembolik dil kullanımı, temsil kullanımı, ilişki kurma ve genelleme süreçlerini içeren çok boyutlu bir yapı olarak ele alınması gerektiğini göstermektedir.

6. ÖNERİLER

Araştırmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini desteklemeye ve bu alanda yapılacak yeni araştırmalara yönelik öneriler aşağıda sunulmuştur.

6.1 Araştırmanın Bulgularına Dayalı Öneriler

Öğrencilerin cebir öğrenme alanına yönelik yanıtlarının büyük ölçüde yapı öncesi ve tek yönlü yapı düzeylerinde yoğunlaşması nedeniyle, öğretim sürecinde öğrencilerin yalnızca işlem yapmalarını değil, verilen problem durumlarını anlamlandırmalarını ve çözüm süreçlerini açıklamalarını sağlayan etkinliklere daha fazla yer verilmelidir.

Sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma boyutunda öğrencilerin önemli güçlükler yaşadığı görülmüştür. Bu nedenle değişken, bilinmeyen, eşitlik ve denklem kavramları yalnızca sembolik işlemler üzerinden değil, sözel, görsel ve gerçek yaşam bağlamlarıyla ilişkilendirilerek ele alınmalıdır.

Öğrencilerin bilinmeyeni sembolle temsil etme ve verilen sözel duruma uygun denklem kurma süreçlerinde zorlandıkları belirlenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin bir problem durumundaki nicelikleri belirlemelerine, bu nicelikler arasındaki ilişkileri açıklamalarına ve bu ilişkileri sembolik biçimde ifade etmelerine olanak sağlayan açık uçlu görevlere yer verilmelidir.

Çoklu temsillerden yararlanma boyutunda öğrencilerin görece daha üst SOLO düzeylerine ulaşabildikleri görülmüştür. Ancak ilişkisel ve soyutlanmış yapı düzeylerine ulaşan öğrenci sayısının sınırlı olması, yalnızca farklı temsillerin kullanılmasının yeterli olmadığını göstermektedir. Bu nedenle öğrencilerin sözel, görsel, sayısal ve sembolik temsiller arasında geçiş yapmalarını ve bu temsiller arasındaki ilişkileri açıklamalarını sağlayan etkinlikler tasarlanmalıdır.

Genellemelere ulaşma ve formüle etme boyutunda öğrencilerin çoğunlukla tek yönlü yapı düzeyinde yoğunlaştıkları belirlenmiştir. Bu nedenle örüntü, düzenlilik ve ilişki

içeren görevlerde öğrencilerin yalnızca artış miktarını fark etmelerine değil, bu artışı adım sayısı ile ilişkilendirerek genel bir kurala dönüştürmelerine yönelik çalışmalar yapılmalıdır.

Öğrencilerin ilişkisel yapı ve soyutlanmış yapı düzeylerine sınırlı biçimde ulaşabildikleri görülmüştür. Bu nedenle cebir öğretiminde öğrencilerin farklı bilgileri birleştirmelerini, çözüm yollarını gerekçelendirmelerini, ulaştıkları sonuçları genellemelerini ve farklı durumlara aktarmalarını destekleyen tartışma temelli sınıf içi uygulamalara yer verilmelidir.

Ölçme ve değerlendirme sürecinde yalnızca doğru sonuca ulaşma değil, öğrencilerin çözüm süreçlerinde hangi ilişkileri kurdukları, hangi temsilleri kullandıkları ve genellemelerini nasıl ifade ettikleri de dikkate alınmalıdır. Bu bağlamda SOLO taksonomisi, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini ayrıntılı biçimde değerlendirmek için kullanılabilir.

6.2 Gelecek Araştırmalara Yönelik Öneriler

Bu çalışma yedinci sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Gelecek araştırmalarda farklı sınıf düzeylerindeki öğrencilerin cebirsel düşünme boyutlarına ilişkin SOLO düzeyleri incelenebilir.

Bu araştırmada öğrencilerin yazılı yanıtları üzerinden değerlendirme yapılmıştır. Gelecek çalışmalarda öğrenci görüşmeleri, sesli düşünme protokolleri ya da sınıf içi gözlemler kullanılarak öğrencilerin cebirsel düşünme süreçleri daha ayrıntılı biçimde incelenebilir.

Cebirsel düşünmenin sınıf düzeylerine göre nasıl değiştiğini ortaya koymak amacıyla boylamsal çalışmalar yapılabilir. Böylece aynı öğrenci grubunun farklı sınıf düzeylerinde sembolik dil kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ve genelleme yapma süreçleri takip edilebilir.

Bu çalışma cebirsel düşünmenin üç temel boyutu olan sembolik dil ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ve genellemelere ulaşma ve formüle etme

boyutları çerçevesinde yürütülmüştür. Gelecek araştırmalarda bu boyutlardan biri seçilerek daha derinlemesine analizler yapılabilir.

Bu araştırmada öğrencilerin mevcut hazırbulunuşlukları doğrultusunda açık uçlu cebir görevlerine verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Gelecek çalışmalarda cebirsel düşünmeyi geliştirmeye yönelik öğretim uygulamaları tasarlanarak uygulama öncesi ve sonrası öğrenci yanıtları karşılaştırılabilir.

Farklı sosyoekonomik çevrelerde, farklı okul türlerinde ya da daha geniş örneklemlerle yürütülecek çalışmalar, öğrencilerin cebirsel düşünme boyutlarına ilişkin SOLO düzeylerinin daha kapsamlı biçimde değerlendirilmesine katkı sağlayabilir.

Gelecek araştırmalarda SOLO taksonomisine dayalı değerlendirme rubrikleri geliştirilerek öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini sınıf içi değerlendirme uygulamalarıyla ilişkilendiren çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKLAR

Acar, S. & Peker, B. (2023). 2018 ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarının SOLO taksonomisine göre incelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 24(2), 1155–1171.

Acet, İ., Acet, A. & Kurnaz, M. A. (2021). 8. sınıf fen bilimleri öğretim programının ve 2019, 2020 yıllarına ait LGS sorularının SOLO taksonomisine göre incelenmesi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (43), 279–297. https://doi.org/10.33418/ataunikkefd.835873

Akarsu, E. (2013). 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematiksel dil kullanımlarının incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* İzmir.

Akkan, Y., Baki, A. & Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: Cebir öncesinin önemi. *İlköğretim Online*, 10(3), 812–823.

Akkan, Y., Öztürk, M. & Akkan, P. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının örüntüleri genelleme süreçleri: Stratejiler ve gerekçelendirmeler. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(3), 395-422.

Akkaya, R. & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 1–12.

Aldan Karademir, Ç. & Deveci, Ö. (2019). Sınıf öğretmeni adaylarının matematik öğretiminde matematik dili kullanımları ve matematik okuryazarlığı öz yeterlik algıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(3), 695–708.

Altun, M. (2005). İlköğretim ikinci kademede matematik öğretimi. *Aktüel Yayıncılık.*

Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 223–238.

Altun, M. (2014). Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi (10. Baskı). *Aktüel Yayıncılık.*

Amit, M. & Neria, D. (2008). Rising to the challenge: Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM*, 40, 111–129.

Anderson, L. W. & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). *Taxonomy for learning, teaching and assessing: A revision of bloom's taxonomy of educational objectives*. Allyn & Bacon.

Arı, A. (2013). Bilişsel alan sınıflamasında yenilenmiş Bloom, SOLO, Fink, Dettmer taksonomileri ve uluslararası alanda tanınma durumları. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 6(2), 259–290.

Bağdat, O. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Eskişehir.

Bağdat, O. & Anapa-Saban, P. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 26, 473–496.

Baki, A. (2008). Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi. *Harf Yayınları*.

Bal, A. P. (2015). Skills of using and transforming multiple representations of the prospective teachers. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 19(7), 582–588.

Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 7*(1), 231-274.

Baran, M. N. (2024). 10. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisine göre incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Ankara.

Biggs, J. B. (1995). Assumptions underlying new approaches to educational assessment: Implications for Hong Kong. *Curriculum Forum*, 4(2), 1–22.

Biggs, J. B. & Collis, K. F. (1979). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy (Structure of the observed learning outcomes).* Academic Press.

Biggs, J. B. & Collis, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy.* Academic Press.

Biggs, J. B. & Collis, K. F. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. H. A. H. Rowe (Ed.), *Intelligence: Reconceptualization and measurement* içinde (ss. 57-76). Lawrence Erlbaum Associa.

Birgin, O. (2016). Bloom Taksonomisi. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (ss. 839-859). Pegem Akademi.

Birgin, O. & Demirören, K. (2020). Sekizinci sınıf öğrencilerinin basit görsel ve cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanılgılarının incelenmesi. *Uluslararası Sosyal ve Eğitim Bilimleri Dergisi, 7*(14), 233–247.

Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals, Handbook I: Cognitive domain*. David McKay Company.

Burnett, P. C. (1999). Assessing the structure of learning outcomes from counselling using the SOLO taxonomy: An exploratory study. *British Journal of Guidance & Counselling*, 27(4), 567–580.

Bursa, S. (2022). 2018 Sosyal Bilgiler Öğretim Programının SOLO Taksonomisine Göre İncelenmesi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(2), 1015–1032.

Carroll, J. B. (1994). Mathematical abilities: Some results from factor analyses. R. J. Sternberg, T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* içinde (pp. 3–26). Lawrence Erlbaum Associates.

Çelik, D. (2007). Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi. Doktora Tezi, *Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.* Trabzon.

Chan, C. C., Tsui, M. S. & Chan, M. Y. C. (2002). Applying the structure of the observed learning outcomes (SOLO) taxonomy on students' learning outcomes: An empirical study. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 27(6), 507–519.

Collis, K. F., & Biggs, J. B. (1979). *Classroom examples of cognitive development phenomena: The SOLO taxonomy*. Educational Research and Development Committee, University of Tasmania.

Collis, K. F. & Biggs, J. B. (1991). *Multimodal learning and the quality of intelligent behavior*. Lawrence Erlbaum Associates.

Corbin, J. M. & Strauss, A. L. (2008). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory* (3rd ed.). Sage Publications.

Coşkunserçe, O. & İşçitürk, G. B. (2019). Eğitim Bilişim Ağı (EBA) platformu hakkında öğrencilerin farkındalığının artırılmasına yönelik bir durum çalışması. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 7(1), 260–276.

Creswell, J. W. (2003). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (2nd ed.). Sage.

Creswell, J. W. (2006). Understanding mixed methods research (Chapter 1). http://www.sagepub.com/upm-data/10981_Chapter_1.pdf, Erişim Tarihi: 11.03.2026

Çubukçu, Z. (2004). Öğretmen adaylarının düşünme stillerinin öğrenme biçimlerini tercih etmelerindeki etkisi. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı*, 6-9 Temmuz 2004, İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi içinde (ss. 22–31). Malatya.

Dede, Y. & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180–185.

Demirel, Ö. (2010). *Kuramdan uygulamaya eğitimde program geliştirme*. Pegem Akademi.

Dikkartın Övez, F. T. & Çınar, B. A. (2018). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebir bilgileri ve cebirsel düşünme düzeylerinin problem kurma becerileri açısından

incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 20(1), 483–502.

Dilekçi, S. (2022). Ortaokul matematik dersi kazanımlarının ve ünite değerlendirme sorularının SOLO taksonomisi ile incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.* Afyonkarahisar.

Dindyal, J. (2003). Algebraic thinking in geometry at high level school. Doctoral dissertation, *University of Illinois Graduate School.* Illinois ABD.

Doğan, A. (2020). İlkokul matematik öğretim programındaki kazanımların SOLO sınıflandırmasına göre incelenmesi. *İnsan ve Toplum Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 2305-2325.

Dönmez, H. & Zorluoğlu, S. L. (2020). Fen bilimleri dersi öğretim programı 6., 7. ve 8. sınıf kazanımlarının SOLO taksonomisine göre incelenmesi. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi,* 18(1), 85–95.

Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In A. J. Bishop, S. Mellin-Olsen, J. van Dormolen (Eds.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 61–85). Springer.

Driscoll, M. J. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers, grades 6–10*. Heinemann.

Elazzabi, A. & Kaçar, A. (2020). Libyalı ve Türk öğrencilerin ikinci dereceden bir değişkenli sözel problemlere ilişkin düşünme seviyelerinin SOLO taksonomisine göre araştırılması. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi,* 10(1), 283–316.

Erbaş, İ. (2021). Ortaokul matematik dersi öğretim programı kazanımlarının ve matematik ders kitabı değerlendirme sorularının SOLO taksonomisi çerçevesinde incelenmesi. Yüksek lisans tezi, *Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Konya.

Erdem, Ö. & Aktaş, G. S. (2018). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında yaşadıkları kavram yanılgılarının giderilmesinde etkinlik temelli öğretimin değerlendirilmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education,* 9(2), 312–338.

Erling, E., Ashmore, K. & Kapur, K. (2016). *Algebraic Expressions*. TESS India.

Ersoy, Y. (2006). İlköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler-1: Amaç, içerik ve kazanımlar. *İlköğretim Online, 5*(1), 30–44.

Fazlı, E. & Avcı, Ö. (2022). Matematik eğitiminde motivasyon ve öz-düzenleme: Tek bir durum çalışması. *Harran Maarif Dergisi, 7*(1), 1–45.

Fırat, M., Kabakçı Yurdakul, İ. & Ersoy, A. (2014). Bir eğitim teknolojisi araştırmasına dayalı olarak karma yöntem araştırması deneyimi. *Journal of Qualitative Research in Education, 2*(1), 65–86.

Fraenkel, J. R. & Wallen, N. E. (2006). *How to design and evaluate research in education* (6th ed.). McGraw-Hill International Edition.

Geller, L. R. K. & Chard, D. J. (2011). Algebra readiness for students with learning difficulties in grades 4–8: Support through the study of number. *Australian Journal of Learning Difficulties, 16*(1), 65–78.

Gerez Cantimer, G. (2024). Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanına yönelik algılarının kavramları günlük yaşamla ilişkilendirebilme bağlamında incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 15*(1), 24–56.

Gezer, M. & İlhan, M. (2015). Sosyal bilgiler dersi öğretim programı kazanımları ile ders kitabı değerlendirme sorularının SOLO taksonomisine göre incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (29), 1–25.

Girit, D. & Akyüz, D. (2016). Farklı sınıf seviyelerindeki ortaokul öğrencilerinde cebirsel düşünme: Örüntülerde genelleme hakkındaki algıları. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education, 10*(2), 243–272.

Görpe, A. (2022). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme becerilerinin SOLO taksonomisine göre analizi. Yüksek Lisans Tezi, *Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Kayseri.

Greenes, C. & Findell, C. (1998). *Algebra puzzles and problems* (grade 7). Creative Publications.

Groth, R. E. & Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, *8*(1), 37–63.

Gülpek, P. (2006). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi. Yüksek Lisans Tezi, *Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.* Bursa.

Günhan, B. C. (2006). İlköğretim II. kademede matematik dersinde probleme dayalı öğrenme yönteminin uygulanabilirliği üzerine bir araştırma. Doktora Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* İzmir.

Hattie, J. A. & Purdie, N. (1998). The SOLO model: Addressing fundamental measurement issues. In B. Dart ve G. Boulton-Lewis (Eds.), *Teaching and learning in higher education* (pp. 145–176). ACER.

Hawker, S. & Cowley, C. (1997). *Oxford dictionary and thesaurus*. Oxford University.

Herbert, K. & Brown, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3, 340–344.

Herscovics, N. & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59–78.

İmer, İ., Duruk, Ü. & Duran, S. (2023). Liseye geçiş sınavı matematik sorularının SOLO taksonomi düzeyleri (SOLO taxonomy stages of high school transition exam mathematics questions). *The Journal of International Education Science*, 10(37), 194–218.

İspir, O. A. & Palabıyık, U. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 111–123.

Johnson, R. B. & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, 33(7), 14–26.

Kaf, Y. (2007). Matematikteki model kullanımın 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Ankara.

Kanuka, H. (2011). Interaction and the online distance classroom: Do instructional methods effect the quality of interaction? *Journal of Computing in Higher Education, 23*(2-3), 143-156.

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. L. Fennema ve T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133–156). Lawrence Erlbaum.

Kara, N. (2021). Eğitsel mobil matematik oyunu ile sınıf içi oyunlaştırma: Bir durum çalışması örneği. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(1), 85–101.

Karaca, H. & Yalçınkaya, İ. (2018). Ortaokul cebir öğrenme alanı tutum ölçeği (CTÖ). *Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi*, *14*, 1–18.

Karataş, Z. (2015). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, *1*(1), 62–80.

Kaya, D. (2015). Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme. Doktora tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* İzmir.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). Macmillan Publishing Company.

Kieran, C. & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. In T. D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 179-198). Macmillan.

Kılıç, E. (2020). 8. sınıf öğrencilerinin kavram karikatürü etkinlikleri ile dönüşüm geometrisi konusundaki öğrenmelerinin SOLO taksonomisine göre değerlendirilmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Van.

Kırıcı, M. (2023). 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki öğrenmelerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Selçuk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Konya.

Konyalıhatipoğlu, M. E. (2016). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin analitik ve bütüncül düşünme stillerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.* Rize.

Krathwohl, D. R. (2002). A revision of Bloom's taxonomy: An overview. *Theory into Practice*, *41*(4), 212–218.

Lacampagne, C. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the National Institute on Student Achievement, Curriculum and Assessment. In C. Lacampagne, W. Blair, J. Kaput (Eds.), *The algebra initiative colloquium* (v. 2, pp. 237–242).

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. In N. Bednarz, C. Kieran, L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 87–106). Kluwer Academic Publishers.

Leung, C. F. (2000). Assement for learning: Using SOLO taxonomy to measure design performance of design & technology students. *International Journal of Technology and Design Education*, 10(2), 149-161.

Lian, L. H. & Idris, N. (2006). Assessing algebraic solving ability of form four students. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 1(1), 55–76.

Lian, L. H. & Yew, W. T. (2011). Developing pre-algebraic thinking in generalizing repeating pattern using SOLO model. *US-China Education Review*, 6, 774–780.

Lian, L. H. & Yew, W. T. (2012). Assessing algebraic solving ability: Atheoretical Framework. *International Education Studies*, 5(6), 177–188.

Lister, R., Simon, B., Thompson, E., Whalley, J. L. & Prasad, C. (2006). Not seeing the forest for the trees: novice programmers and the SOLO taxonomy. *ACM SIGCSE Bulletin*, 38(3), 118–122.

Lucas, U. & Mladenovic, R. (2008). The identification of variation in students' understandings of disciplinary concepts: The application of the SOLO taxonomy within introductory accounting. *Higher Education*, 58(2), 257–283.

Lutfiyya, L. A. (1998). Mathematical thinking of high school students in Nebraska. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 29(1), 55–64.

Maddrell, J. A. (2011). Community of inquiry framework and learning outcomes. Doctoral dissertation, *Old Dominion University.* Norfolk, VA.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 65–86). Kluwer Academic.

Maxwell, J. A. (2008). Designing a qualitative study. In L. Bickman, D. J. Rog (Eds.), *The SAGE handbook of applied social research methods* (2nd ed., pp. 214–253). SAGE Publications.

McGill, R. S. (2013). *100 ideas for secondary teachers*. Bloomsbury Publishing.

Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. Sage.

Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1–8. sınıflar)*. http://mufredat.meb.gov.tr, Erişim tarihi: 11/09/2025.

Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1–8. sınıflar)*. http://meb.gov.tr, Erişim tarihi: 11/09/2025.

Mooney, E. S. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *4*(1), 23–63.

Musan, M. S. (2012). Dinamik matematik yazılımı destekli ortamda 8. sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitsizlikleri anlama seviyelerinin SOLO taksonomisine göre incelenmesi. Yüksek lisans tezi, *Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.* Denizli.

Nasibov, F. & Kaçar, A. (2005). Matematik ve matematik eğitimi hakkında. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13(2), 339-346.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* National Council of Teachers of Mathematics.

Öğdem, H. (2022). 9. sınıf matematik ders kitaplarındaki değerlendirme soruları ile TYT matematik testi sorularının SOLO taksonomisi açısından incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.* Balıkesir.

Dey, I. (1993). Qualitative data analysis: A user-friendly guide for social scientists. *Routledge.*

Orbeyi, S. (2007). İlköğretim matematik dersi öğretim programının öğretmen görüşlerine dayalı olarak değerlendirilmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.* Çanakkale.

Özaydın, Z., Bolat, R. C. & Sezgin, D. (2023). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ve yansıtıcı düşünme becerilerinin incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, *21*(3).

Özbayar, N. Ç. (2017). Altıncı sınıf matematik öğretim programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Bursa.

Padiotis, I. & Mikropoulos, T. A. (2010). Using SOLO to evaluate an educational virtual environment in a technology education setting. *Educational Technology & Society*, *13*(3), 233-245.

Palabıyık, U. & İspir, O. A. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (30), 111–123.

Pegg, J. & Tall, D. (2005). The fundamental cycle of concept construction underlying various theoretical frameworks. *International Reviews on Mathematical Education, 37*(6), 468–475.

Pimm, D. (2002). *Symbols and meanings in school mathematics*. Routledge.

Radford, L. (2012). On the development of early algebraic thinking. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, *6*(4), 117–133.

Radford, L. & Peirce, C. S. (2006, Kasım). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz ve A. Méndez (Eds.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (v 1, pp. 2–21). PME-NA.

Flick, U. (Ed.). (2013). *The SAGE handbook of qualitative data analysis*. Sage.

Smith, J. & Thompson, P. W. (2007). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. In J. J. Kaput, D. W. Carraher, M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 95-132). Erlbaum.

Sutherland, R. & Rojano, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. *The Journal of Mathematical Behaviour, 12*(4), 353–383.

Swafford, J. O. & Langrall, C. W. (2000). Grade 6 Students' Pre-Instructional Use of Equations to Describe and Represent Problem Situations. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 89-112.

Tan, K. H. K., Tan, C. T. & Chua, J. S. M. (2008). Innovation in education: The "teacher, less, learn more" initiative in Singapore schools. In J. E. Larkley ve V. B. Maynhard (Eds.), *Innovation in education* (pp. 153-171). Nova Science Publishers.

Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online, 9*(1), 213-228.

Tuna, A. (2011). Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi. Doktora Tezi, *Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Ankara.

Tunalı, Ö. & Aktürkoğlu, B. (2025). 7–11 yaş arası çocukların bilişsel gelişim evreleri ve bilimsel akıl yürütme özelliklerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *38*(3), 593–624.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.

Usta, N. & Özdemir, B. G. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelemesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, *6*(3), 427-453.

Wadhwa, S. (2008). *A Handbook of Teaching and Learning*. Sarup & Sons.

Warren, E. A. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. In P. Clarkson, A. Dowton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce ve A. Roche (Eds.), *Building Connections: Research, Theory and Practice (Proceedings of the 28th Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia)* (v 2, pp. 759-766). Sydney: *MERGA.*

Williams, S. E. & Molina, D. (1997). Algebra: what all students can learn. *The nature and role of algebra in the K-14 curriculum: Proceedings of a National Symposium* (pp. 41-51). Washington, DC.

Yenilmez, K. & Kağnıcı, A. (2024). 8. Sınıf LGS matematik çalışma kitabında yer alan örnek soruların SOLO taksonomisi çerçevesinde incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research*, 12(23), 57–87.

Yenilmez, K. & Teke, M. (2008). Yenilenen Matematik Programinin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *9*(15), 229-246.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel düşünme* (3. Baskı). Remzi Kitabevi.

Yüksel, S. (2007). Bilişsel alanın sınıflamasında (taksonomi) yeni gelişmeler ve sınıflamalar. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, *5*(3), 479-511.

EKLER

EK A. Cebirsel Düşünme Düzeyi Ölçme Aracı

M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.



1. Adım **2. Adım** **3. Adım**

1.

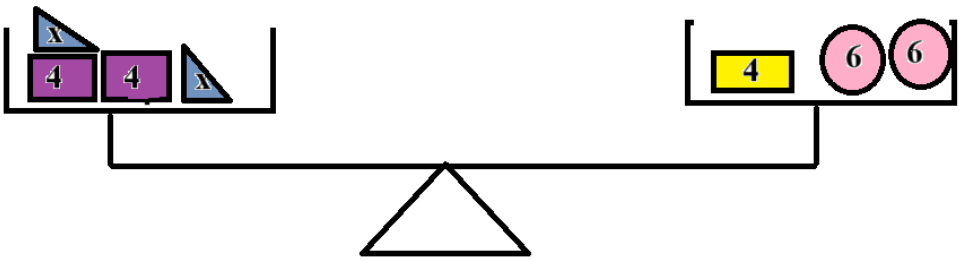
Yukarıdaki şekilde toplar ile bir örüntü oluşturulmuştur.

a) Örüntünün kuralını bulunuz

b) Beşinci adımın oluşturulması için kaç topa ihtiyaç vardır bulunuz.

M.7.2.2.1. Eşitliğin korunumu ilkesini anlar.

2. Aşağıda denge halinde olan bir terazi verilmiştir.



EK A'nın Devamı

Terazini sağ ve sol kefesinde üçgen, daire ve dikdörtgen şeklinde ağırlıklar bulunmaktadır. Ağırlıkların gram cinsinden değerleri üzerlerinde belirtilmiştir. Buna göre dengenin bozulmaması için bir üçgen yükün ağırlığı kaç gram olmalıdır?

M.7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.

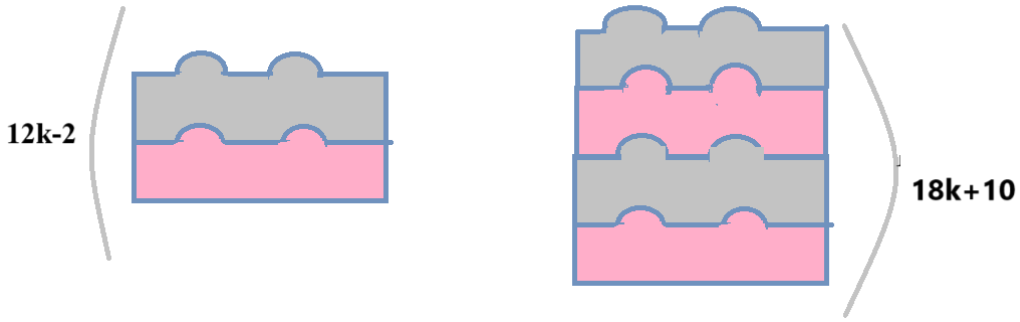
3. Kubilay'ın başlangıçta kumbarasında 100 TL'si vardır. Kubilay kumbarasına her gün 3 TL atarak istediği oyuncağı almayı hedeflemektedir. Kumbarasında biriken paranın zamana bağlı değişimini gösterecek olan cebirsel ifade nedir?

M.7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.

4. Meltem'in yaşı kardeşinin yaşından altı fazladır. Meltem'in yaşının iki katının dört eksiği kardeşinin yaşının üç katına eşit olduğuna göre Meltem kaç yaşındadır?

M.7.2.2.4. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer.

EK A'nın Devamı



5.

Barkın ilk adımda iki lego parçasını üst üste koymuştur. İlk adımı tamamladıktan sonra oluşan parçanın yüksekliğini ölçmüş ve yanına not almıştır. Daha sonra iki lego parçasının üstüne iki lego parçası daha koyu yüksekliğini ölmüş ve bulduğu sonucu yanına yazmıştır. Legolar birbiri ile tamamen özdeş olduğuna göre ve yükseklikler oluşan şekillerin yanında verildiğine göre tek legonun yüksekliği kaç santimetredir?

M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.

6. Bir kenar uzunluğu 8 cm ve bir kenar uzunluğu da (2 - 7x) cm olan bir dikdörtgenin alanını gösteren cebirsel ifade nedir?

M.7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.

7. Bülent ve kardeşi birlikte birikim yapıyorlar. Bülent'in kardeşinden 50 TL daha fazla birikimi var. Bülent'in birikimi kardeşinin birikiminin 3 katına eşit olduğuna göre, kardeşinin kaç TL birikimi olduğunu bulun.

EK A'nın Devamı

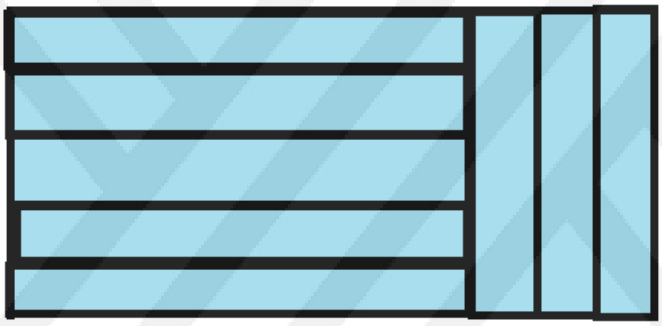
a) Bu duruma uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi kurunuz.

b) Kardeşinin birikimini hesaplayınız.

c) Bülent'in toplam birikimini bulunuz.

M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar. M.7.2.2.2. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar.

8.



Sekiz eşit dikdörtgenden oluşmuş olan dikdötgen şekli yukarıda verilmiştir. Bir dikdörtgenin kısa kenarı (2a - 5) cm olduğuna göre;

a. Büyük dikdörtgenin çevresini ifade eden uzunluğu cebirsel olarak yazınız.

b. Çevresi kaç cm olabilir fikirlerinizi belirtiniz ve açıklayınız.

M.7.2.2.3. Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.

EK A'nın Devamı

9. Bir bilgisayar oyununda görevler sonucunda puan toplama kuralı (100k + 75) kuralına göre ilerlemektedir. k oyunda tamamlanan görevleri temsil etmektedir. Yeni oyuna başlayan iki oyuncu oyun hakkında konuşurken aşağıdaki soruların cevaplarını aramktadırlar;

A) Bir oyuncu kaç görev tamamlaması sonucunda 225 puana ulaşıp yeni seviyeye geçebilir?

B) Başlangıçta oyun oyunculara puan veriyor mu?

C) Oyuncu 17 görevi tamamlaması durumunda kaç puana ulaşacaktır?

M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.

10. Aşağıda bir sayı dizisi verilmiştir bu dizinin örüntüsü aşağıdaki gibidir;

6, 13, 20, 27, 36, ...

a) Bu örüntünün genel kuralını a_n şeklinde harflerle ifade edin.
b) Örüntünün 11. terimini bulun.
c) Bu örüntünün hangi terimi 125'tir ?

EK B. Etik Kurulu İzini

T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırmalar ve Yayın Etiği Kurulu

TOPLANTI SAYISI	KARAR SAYISI	TOPLANTI TARİHİ
11	42	6.11.2024

DAĞITIM YERLERİNE

Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'ın yardımcı araştırmacı, Buse TUNAY'ın sorumlu araştırmacı olarak yapmayı planladıkları **"7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin SOLO Taksonomi Düzeylerine Göre İncelenmesi"** isimli çalışmada; onam formlarının gönüllülere imzalatılarak gerekli bilgilendirmelerin yapılması, veri toplama araçlarının (anket, ölçek, mülakat,...) uygulama izninin gerekli kurumlardan alınması, çalışmada kullanılacak olan veri toplama araçlarını geliştiren kişilerden müsaadelerinin alınmış olması, çalışmada ses/görüntü kaydı alınacaksa katılımcılardan gerekli izinlerin alınması, 6698 sayılı Kişisel Verilerin Korunması Kanunu kapsamında kişisel verilere dikkat edilerek katılımcılardan rızalarının alınması, veri toplamaya etik kurul kararından sonra başlanması ve etik davranış ilkelerine uyulması şartıyla söz konusu araştırmanın yapılması Etik Kurulumuzca uygun görülmüş ve onaylanmasına toplantıya katılan üyelerin oybirliği ile karar verilmiştir.

Prof. Dr. Muharrem ÇETİN Kurul Başkanı	Prof. Dr. Yavuz UNAT Başkan Yardımcısı	Prof. Dr. Burhan BALTACI Kurul Üyesi
Prof. Dr. Selahattin KAYMAKCI Kurul Üyesi	Prof. Dr. Tolga ULUSOY Kurul Üyesi	Prof. Dr. Abdullah Çağrı BİBER Kurul Üyesi
Prof. Dr. Kutay OKTAY Kurul Üyesi		

Ek: İlgili Çalışmanın Başvuru Evrakları

DAĞITIM LİSTESİ
Sosyal ve Beşeri Bilimler Bilimsel Araştırmalar ve Yayın Etiği Kuruluna
Sayın Prof. Dr. Ahmet KAÇAR

EK C. Tez Onayı

T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü
Enstitü Yönetim Kurulu

TOPLANTI SAYISI	KARAR SAYISI	TOPLANTI TARİHİ
59	04	6.08.2024

İlgi : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Başkanlığının 29.07.2024 tarihli ve E-22246471-302.14.02-2400092846 sayılı yazısı.

Enstitümüz Yönetim Kurulu, Dr. Öğr. Üyesi Hakan AYDOĞAN başkanlığında toplanmış aşağıdaki kararı almıştır.

Enstitümüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Başkanlığının ilgi yazısı ile Enstitümüze sunulan tez öneri teklifi ve ekindeki tez konusu önerme formu görüşüldü.

Yapılan görüşmede; Enstitümüze yapılan tez öneri teklifi ve ekindeki tez konusu önerme formu incelenmiş olup, 2024-2025 Eğitim Öğretim yılı güz dönemi itibariyle adı geçen öğrencinin tez konusunun aşağıdaki tabloda belirtildiği gibi kabulüne karar verilmiştir.

Öğrenci No	Adı-Soyadı	Aldığı AKTS	Danışman	Tez Konusu
	Buse TUNAY	60	Prof. Dr. Ahmet KAÇAR	7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin SOLO Taksonomi Düzeylerine Göre İncelenmesi

Dr. Öğr. Üyesi Hakan AYDOĞAN
Enstitü Müdürü V.

Prof. Dr. Abdulkadir TUNA
Üye

Prof. Dr. Serkan ISLAK
Üye

Dr. Öğr. Üyesi Murat GEVGEŞOĞLU
Üye

Belge Doğrulama Kodu: TDTD01E
Belge Takip Adresi: https://www.turkiye.gov.tr/kastamonu-universitesi-ebys
Adres: Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Kuzeykent Kampüsü Merkez/KASTAMONU
Telefon No: (0 366) 280 2264
e-Posta:
Kep Adresi:
Bilgi için:
Ünlü Zan
Sekreter
Telefon No: (0 366) 280 2705

EK D. Milli Eğitim Müdürlüğü Çalışma İzin Onayı

T.C.
MİLLİ EĞİTİM BAKANLIĞI
ARAŞTIRMA UYGULAMA İZNİ BELGESİ

EĞİTİMİN YÜZYILI

Başvuru No: MEB.TT.2024.012422.01

T.C. Kimlik No: 57*******16

Adı Soyadı: BUSE TUNAY

Araştırmanın Adı: 7. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Becerilerinin SOLO Taksonomi Düzeylerine Göre İncelenmesi

Araştırmanın Niteliği: Yüksek Lisans Tezi

Araştırmanın Örneklem / Çalışma Grubu: Öğrenci

Veri Toplama Aracının Başlığı: Cebirsel düşünme düzeyleri tespit testi

Araştırma Uygulama İzninin Kabul Tarihi: 26.12.2024

Araştırma Uygulama İzninin Bitiş Tarihi: 26.12.2025

Yukarıda kimliği yazılı araştırmacı "Araştırma Uygulama İzinleri Yönergesine" göre belirtilen kapsamda araştırmasını yapmayı taahhüt etmiştir. Araştırmacının bilgi ve belgelerinin uygunluğu kontrol edilmiş olup aşağıda ifade edilen bilgiler kapsamında araştırma uygulama izni Milli Eğitim Bakanlığı ilgili birimleri tarafından onaylanmıştır.

Uygulama Yapılacak İller	Uygulama Yapılacak Birimler	Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatları	Uygulama Yapılacak MEB Teşkilatının Kurum Kodu
KASTAMONU	Ortaokul	Şehit Ayşe Aykaç Ortaokulu (CİDE)	771003
KASTAMONU	Ortaokul	Şehit Necmi Yıldırım Ortaokulu (CİDE)	724016

Not: *Okul/kurum yöneticileri tarafından "Araştırma Uygulama İzni" belgesinin ve veri toplama araçlarının (araçlardaki maddelerinin) modülde yer alan belge ve araçlarla aynı olduğu kontrol edilmelidir. Belgeler aynı olmadığı durumda araştırma uygulama izni verilmeyecektir.*

Şehit Mah. 1290. Sokak No:8/B 06374 Yenimahalle/Ankara TÜRKİYE
Telefon No: (0312) 413 43 00, Belgegeçer No: (0312) 413 45 12
e-posta: ttkb.egitimarastirmalari.arastirmaizinleri@meb.gov.tr, internet adresi: ttkb.meb.gov.tr

Sayfa 1/1