T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ

PROBLEM ÇÖZMEDE GÖRSELLEŞTİRME VE GÖRSEL TEMSİL KULLANMA

MEHMET EMRE DELİBAŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DOÇ. DR. GÜLER TULUK

TEMMUZ - 2020
KASTAMONU

TEZONAYI

Mehmet Emre DELİBAŞ tarafından hazırlanan "**Problem Çözmede Görselleştirme ve Görsel Temsil Kullanma**" adlı tez çalışmasının savunma sınavı **21.07.2020** tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Danışman	Doç. Dr. Güler TULUK Kastamonu Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Abdulkadir TUNA Kastamonu Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Dr. Öğr. Üyesi Oktay ERBAY Mustafa Kemal Üniversitesi	.....

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Enstitü Müdürü Prof. Dr. İzzet ŞENER .....

TAAHHÜTNAME

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu; ayrıcatez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını, bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini bildirir ve taahhüt ederim.



Mehmet Emre DELİBAŞ

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

PROBLEM ÇÖZMEDE GÖRSELLEŞTİRME VE GÖRSEL TEMSİL KULLANMA

MEHMET EMRE DELİBAŞ

KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ
DANIŞMAN: DOÇ. DR. GÜLER TULUK

Bu araştırmanın amacı, matematik problemi çözme süreçlerinde görselleştirme ve temsile dayalı etkinlikler yoluyla yapılan öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme başarılarına, problem çözmeye ve matematik dersine yönelik tutumlarına etkisini incelemektir. Araştırmada ayrıca öğrencilerin etkinliklerden sonra genel problem çözme davranışları ile görsel temsil kullanma davranışları da detaylı olarak incelenmiştir.

Araştırmada nicel ve nitel verilerin birlikte olduğu karma yöntemin açıklayıcı deseni kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu 2018-2019 eğitim öğretim yılında Batı Karadeniz'de bir ilçede devlet okulunda Matematik Uygulamaları dersini alan 54 sekizinci sınıf öğrencisi oluşturmuştur. Araştırmanın nicel boyutu tek gruplu ön test-son test deneysel desen ile nitel boyutu ise durum çalışması deseni ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak öğrencilerin problem çözme başarılarındaki değişimi incelemek amacıyla araştırmacı tarafından geliştirilen Problem Çözme Başarı Testi ile problem çözme ve matematik dersine yönelik tutumdaki değişimi incelemek amacıyla Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği ve Matematik Tutum Ölçeği, ayrıca öğrencilerle yapılan görüşmelerin kayıtları kullanılmıştır. Araştırmanın nicel boyutunda veri analizi olarak Wilcoxon İşaretli Sıra Testi, Mann Whitney U Testi, Kruskal Wallis Testi, Bağımlı Örneklem t Testi, Bağımsız Örneklem t Testi ve ANOVA Testi kullanılırken, nitel boyutunda betimsel analiz kullanılmıştır.

Görselleştirme ve temsil kullanarak yapılan öğretim öğrencilerin problem çözme başarılarını istatistiksel olarak anlamlı etkilerken öğrencilerin cinsiyetlerine ilişkin anlamlı bir farkın olmadığı, anne – baba eğitim durumlarında anlamlı bir farkın olmadığı görülmüştür. 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeye yönelik tutumları "öğretim" boyutunda anlamı bir fark yaratmazken, "hoşlanma" boyutunda ön test lehine bir fark yaratmıştır. Problem çözmeye yönelik tutumda ön test ve son test puanlarında cinsiyete göre anlamlı bir farklılık yaratmazken anne – baba eğitim durumlarında ön testte ilkokul – lise mezunun babalarda lise mezunu baba lehine bir

farklılık vardır. 8. sınıf öğrencilerinin matematik dersine yönelik tutum ile ilgili ön test ve son test puanları arasında ön test lehine anlamlı bir farklılık vardır. Öğrencilerin cinsiyet, anne-baba eğitim durumlarının arasında anlamlı bir farklılık yoktur.

Öğrencilerle yapılan mülakatlar sonucunda öğrencilerin genel olarak olgusal bilgi ve strateji bilgisini doğru ve yerinde kullanarak doğru görseller oluşturabildikleri görülmüştür. Bununla birlikte problem çözme başarısı düşük öğrencilerin bu bilgi türlerini kullanmada daha fazla eğitime ihtiyaçları olduğu görülmektedir. Bazı problemlerde öğrencilerin kavramsal veya işlemsel bilgi bağlamında eksik olmasına rağmen doğru strateji bilgisi ile problemi doğru ve anlamlı bir şekilde çözebildikleri görülmüştür.

ANAHTAR KELİMELER: problem çözme, görselleştirme, görsel temsil

2020, 136 Sayfa
Bilim Kodu:101

ABSTRACT

MSc THESIS

VISUALIZATION AND VISUAL REPRESENTATION IN PROBLEM SOLVING

MEHMET EMRE DELİBAŞ

KASTAMONU UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
MATHEMATİCS EDUCATION
SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. GÜLER TULUK

This research aims to investigate the effect of teaching through visualization and representation-based activities in math problem-solving processes on the problem-solving success of students of 8th grade, their attitude towards problem-solving and mathematics lessons. In the research, students' general problem-solving behaviors and visual representation behaviors were also examined in detail.

In the research, the descriptive pattern of the mixed method with quantitative and qualitative data was used. The study group of the study consisted of 54 eighth grade students who took the Mathematics Practice course at a public school in a district in the West Black Sea in the 2018-2019 academic year. The quantitative dimension of the research was performed with a single group pretest-posttest experimental design and the qualitative dimension was performed with case study design. In the study, the Problem Solving Achievement Test, developed by the researcher to examine the change in students' problem-solving achievements, and the Math Problem Solving Attitude Scale and Math Attitude Scale, as well as the records of the interviews with the students were used to examine the change in the attitude towards the problem solving and mathematics lesson. As the data analysis in the quantitative dimension of the research, the descriptive analysis was used in the qualitative dimension while Wilcoxon Signed Rank Test, Mann Whitney U- test, Kruskal Wallis Test, Dependent Sample t-Test, Independent Sample t-Test and ANOVA Test were used.

While teaching using visualization and representation had a statistically significant effect on students' problem-solving success, it was observed that there was no significant difference regarding the gender of the students and there was no significant difference in the education status of the parents. While the attitudes of 8th-grade students towards problem-solving did not make any difference in terms of the “teaching” dimension, they made a difference in favor of pre-testing in the “liking”

dimension. In the attitude towards problem-solving, there is no significant difference in pre-test and post-test scores according to gender, while there is a difference in the education status of parents in favor of fathers who are high school graduates. There is a significant difference between the pre-test and post-test scores of the 8th-grade students' attitude towards mathematics course in favor of the pre-test. There is no significant difference between students' gender, education level of parents'.

As a result of the interviews with the students, it was seen that the students were able to create correct visuals by using the factual knowledge and strategy knowledge correctly and in place. However, it is seen that students with low problem solving success need more education in using this type of knowledge. Although some problems are lacking in the context of conceptual or procedural knowledge, it has been observed that they can solve the problem correctly and meaningfully with the right strategy knowledge.

KEYWORDS: problem solving, visualization, visual representation

2020, 136 Page
Science Code:101

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca her türlü katkılarından dolayı tüm hocalarıma ve bilhassa danışman hocam Sayın Güler TULUK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez jüri üyeliğimi kabul ederek sundukları görüşlerle bu çalışmaya geribildirim sağlayan hocalarım Prof. Dr. Abdulkadir TUNA'ya ve Dr. Öğr. Üyesi Oktay ERBAY'a teşekkür ederim.

Bu araştırmaya gelene kadar manevi desteklerini her zaman arkamda hissettiğim annem ve babama, araştırma sürecimde her türlü desteğini her zaman yanımda hissettiğim eşim Asiye DELİBAŞ'a, bu süreçte kendilerine yeteri kadar vakit ayıramadığım oğullarım Ömer Efe ve Emir Alp'e sevgi ve şükranlarımla birlikte teşekkürü bir borç bilirim.

Bu çalışmada emeği olduğu halde adını zikretmeyi unutmuş olabileceğim tüm insanlara en içten teşekkürlerimi sunarım.

Mehmet Emre DELİBAŞ

Kastamonu, 2020

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEZONAYI ..... **ii**
TAAHHÜTNAME ..... **iii**
ÖZET ..... **iv**
ABSTRACT ..... **vi**
TEŞEKKÜR ..... **viii**
İÇİNDEKİLER ..... **ix**
ŞEKİLLER DİZİNİ ..... **x**
TABLOLAR DİZİNİ ..... **xi**
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ ..... **xiii**
1. GİRİŞ **1**
1.1 Problem Durumu 2
1.2 Araştırmanın Amacı 3
1.3 Araştırmanın Önemi 6
1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları 6
1.5 Araştırmanın Varsayımları 7
2. KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ ÇALIŞMALAR **8**
2.1 Problem Çözme 8
2.1.1 Problem 8
2.1.2 Problem Çeşitleri 11
2.1.3 Problem Çözme 13
2.1.4 Problem Çözme Süreci 19
2.1.5 Problem Çözme Öğretimi 23
2.2 Problem Çözmede Temsil 29
2.3 Problem Çözmede Görsel Temsil 35
2.4 Problem Çözmeye ve Matematik Dersine Yönelik Tutum 42
2.5 İlgili Çalışmalar 44
3. YÖNTEM **53**
3.1 Araştırma Modeli 53
3.2 Çalışma Grubu 56
3.3 Veri Toplama Araçları 57
3.4 Uygulama süreci 60
3.5 Veri Analizi 63
4. BULGULAR **65**
5. TARTIŞMA ve SONUÇ **103**
KAYNAKLAR **111**
EKLER ..... Hata! Yer işareti tanımlanmamış.
EK A: Problem Çözme Başarı Testi 123
EK B: Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği 127
EK C: Sosyo-Demografik Bilgi Formu ve Matematik Tutum Ölçeği 128
EK D: Etkinliklerden Uygulama Örnekleri 129
EK E: İzin Yazıları 133
ÖZGEÇMİŞ **136**

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1 Günümüzde Okul Matematiği 1
Şekil 2.1 İlköğretimde Problem Türlerinin Kullanımı 13
Şekil 2.2 Dinamik Problem Çözme Süreci 21
Şekil 2.3 Matematiksel Aktivite ve Problem Çözme Modeli 22
Şekil 2.4 Problem Çözme Süreci 26
Şekil 2.5 İç ve Dış Temsillerin Etkileşimi 31
Şekil 3.1 Tek Grup Ön Test – Son Test Modeli Simgesel Görünüm 54
Şekil 3.2 Araştırmanın Nicel Bölümünün Uygulaması 55
Şekil 4.1 Sırasıyla $Ö_1$ ve $Ö_2$'nin 1. Problemi Çözümleri 82
Şekil 4.2 Sırasıyla $Ö_6$, $Ö_4$ ve $Ö_3$'ün 1. Problemi Çözümleri 83
Şekil 4.3 $Ö_5$'in 1. Problemi Çözümü 85
Şekil 4.4 $Ö_7$'nin 1. Problemi Çözümü 86
Şekil 4.5 $Ö_8$'in 1. Problemi Çözümü 86
Şekil 4.6 Problem 2'nin 1. Çözümü 88
Şekil 4.7 Problem 2'nin 2. Çözümü 89
Şekil 4.8 Sırasıyla $Ö_2$ ve $Ö_3$'ün 2. Problemi Çözümleri 89
Şekil 4.9 Sırasıyla $Ö_1$ ve $Ö_8$'in 2. Problemi Çözümleri 90
Şekil 4.10 Sırasıyla $Ö_4$ ve $Ö_6$'nın 2. Problemi Çözümleri 91
Şekil 4.11 $Ö_5$'in 2. Problemi Çözümü 92
Şekil 4.12 $Ö_7$'nin 2. Problemi Çözümü 93
Şekil 4.13 Sırasıyla $Ö_2$ ve $Ö_1$'in 3. Problemi Çözümleri 95
Şekil 4.14 Sırasıyla $Ö_5$ ve $Ö_3$'ün 3. Problemi Çözümleri 95
Şekil 4.15 Sırasıyla $Ö_6$ ve $Ö_4$'ün 3. Problemi Çözümleri 96
Şekil 4.16 Sırasıyla $Ö_7$ ve $Ö_8$'in 3. Problemi Çözümleri 97
Şekil 4.17 Sırasıyla $Ö_1$ ve $Ö_3$'ün 4. Problemi Çözümleri 99
Şekil 4.18 Sırasıyla $Ö_6$ ve $Ö_4$'ün 4. Problemi Çözümleri 100
Şekil 4.19 Sırasıyla $Ö_2$ ve $Ö_8$'in 4. Problemi Çözümleri 100
Şekil 4.20 Sırasıyla $Ö_5$ ve $Ö_7$'nin 4. Problemi Çözümleri 101

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.1 Problem Çözmeyi Etkileyen Faktörler 15
Tablo 2.2 Problem Çözmede Gerekli Bilgi Türleri 17
Tablo 2.3 Problem Çözme Aşamaları 20
Tablo 2.4 Problem Çözme Sürecinin Genel Bir Çerçevesi 33
Tablo 2.5 Şema-Diyagram Yeterliliğini Değerlendirme Kontrol Listesi 40
Tablo 2.6 Diyagram Okuryazarlığını Geliştirme Önerileri 41
Tablo 3.1 Öğrencilerin Cinsiyetlerine İlişkin Frekans ve Yüzde Dağılımı 57
Tablo 3.2 Mülakat Yapılan Öğrenciler ve Problem Çözme Başarı Puanları 57
Tablo 3.3 Problem Çözme Başarı Testi Madde İstatistikleri 58
Tablo 3.4 Problem Çözme Başarı Testi Sorularının Öğrenme Alanlarına Dağılımı 59
Tablo 3.5 Problem Çözmede Görselleştirme Etkinliklerinin Öğrenme Alanlarına Dağılımı 61
Tablo 3.6 Problem Çözmede Görselleştirme Etkinlikleri Uygulama Planı 61
Tablo 3.7 Problem Çözmede Görselleştirme Etkinlik Örneği 63
Tablo 3.8 Araştırmada Nicel Verilerin Analizinde Kullanılan Analiz Yöntemleri 64
Tablo 4.1 PÇBT Ön Test ve Son Test İstatistikleri 65
Tablo 4.2 PÇBT Ön test ve Son Test Kolmogorov-Smirnov Normallik Testi Sonuçları 66
Tablo 4.3 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanları Wilcoxon İşaretli Sıra Testi Sonuçları 66
Tablo 4.4 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Cinsiyetlere Göre İstatistikleri 67
Tablo 4.5 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Cinsiyete Göre Farklılığına İlişkin Mann Whitney U Testi Sonuçları 67
Tablo 4.6 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Baba Eğitim Durumuna Göre Dağılımı 68
Tablo 4.7 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Baba Eğitim Durumuna Göre Farklılığına İlişkin Kruskal Wallis Testi Sonuçları 68
Tablo 4.8 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Anne Eğitim Durumuna Göre Dağılımı 69
Tablo 4.9 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Anne Eğitim Durumuna Göre Farklılığına ilişkin Kruskal Wallis Testi Sonuçları 69
Tablo 4.10 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulamaları İstatistikleri 70
Tablo 4.11 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Verilerinin Kolmogorov Smirnov Normallik Testi Sonuçları 70
Tablo 4.12 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanları Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımlı Örneklem t Testi Sonuçları 71
Tablo 4.13 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Öğretim Boyutu Puanları Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımlı Örneklem t Testi Sonuçları 71

Tablo 4.14 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Hoşlanma Boyutu Puanları Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımlı Örneklem t Testi Sonuçları 72
Tablo 4.15 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Cinsiyete Göre İstatistikler 72
Tablo 4.16 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanları Cinsiyetler Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımsız Örneklem t Testi Sonuçları 73
Tablo 4.17 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Baba Eğitim Durumuna Göre İstatistikler 73
Tablo 4.18 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarında Baba Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin ANOVA Testi Sonuçları .. 74
Tablo 4.19 MPÇTÖ Ön Uygulama Puanlarında Baba Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin Post Hoc Testi Sonuçları 74
Tablo 4.20 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Anne Eğitim Durumuna Göre İstatistikler 75
Tablo 4.21 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarında Anne Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin ANOVA Testi Sonuçları .. 75
Tablo 4.22 MTÖ Ön ve Son Uygulama İstatistikleri 76
Tablo 4.23 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Verilerinin Kolmogorov Smirnov Normallik Testi Sonuçları 76
Tablo 4.24 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanları Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımlı Örneklem t Testi Sonuçları 77
Tablo 4.25 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Cinsiyete Göre İstatistikler 77
Tablo 4.26 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanları Cinsiyetler Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımsız Örneklem t Testi Sonuçları 78
Tablo 4.27 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Baba Eğitim Durumuna Göre İstatistikler 79
Tablo 4.28 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarında Baba Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin ANOVA Testi Sonuçları 79
Tablo 4.29 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Anne Eğitim Durumuna Göre İstatistikler 80
Tablo 4.30 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarında Anne Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin ANOVA Testi Sonuçları 80
Tablo 4.31 Mülakat Yapılan Öğrencilere Ait Bazı İstatistikler 81
Tablo 4.32 Problem 1'de Öğrencilerin Görsel Kullanımları 87
Tablo 4.33 Problem 2'de Öğrencilerin Görsel Kullanımları 93
Tablo 4.34 Problem 3'te Öğrencilerin Görsel Kullanımları 98
Tablo 4.35 Problem 4'te Öğrencilerin Görsel Kullanımları 102

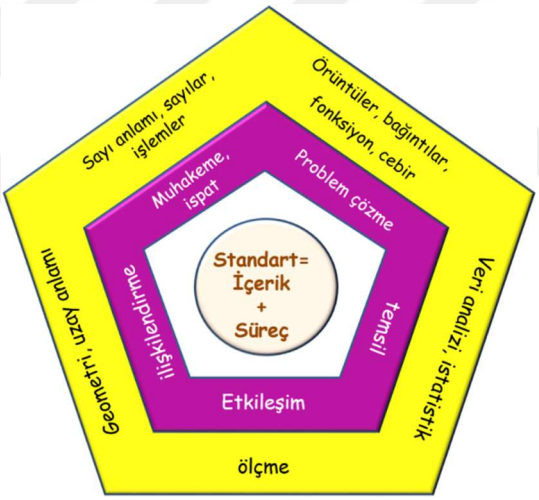
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar

MPÇTÖ **:** Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği
MTÖ : Matematik Tutum Ölçeği
PÇBT **:** Problem Çözme Başarı Testi

1. GİRİŞ

İnsanlar arasındaki sosyal hayat ve etkileşimin ve insanların evreni anlama çabalarının bir ürünü olarak ortaya çıkan matematik, bu etkileşim ve sosyal gelişmelere ilave ekonomik, teknolojik ve bilimsel gelişmelerle birlikte gitgide daha da önem kazanmaktadır. Çağlar öncesinde sayma ile başlayan, ilerleyen zamanlarda arazi ölçme, ürün taksimi ve alışveriş hesapları ile insanlığın karşılaştığı problemleri çözmek amaçlı devam eden matematiğin serüveni, her toplumun farklı şekillerde katkıları ile günümüze kadar devam etmiştir. Okul matematiği özellikle 80'li yıllardan itibaren tartışılmaya ve yapılandırılmaya (NCTM, 1989) başlanmış ve günümüze gelindiğinde temel eğitimde Şekil 1.1'deki gibi ele alınmaya başlamıştır.



Şekil 1.1 Günümüzde Okul Matematiği

Gelişen sosyal hayat, karmaşıklaşan insan ilişkileri ve artan bilgi birikimi yalnızca bilim ve teknoloji ile uğraşanları değil, çağımız insanını da daha karmaşık sorunlara çözüm bulmaya zorlamaktadır. Artık çağımız insanı daha fazla ilişkisel düşünmek, daha fazla neden sonuç ilişkisi kurmak, bir durum bir sorun karşısında daha fazla alternatif seçenek üretmek zorunda. Bundan dolayı modern eğitim sistemleri analitik düşünebilen bireyler yetiştirmeyi amaçlamaktadır. Matematik programları da bu çerçevede düzenlenmektedir. Uluslararası sınavlarda (PISA ve TIMMS) başarılarıyla adından sıkça söz ettiren Singapur'da, Eğitim Bakanlığının yayınlamış olduğu müfredat belgesine (2019) göre matematik eğitimi, her vatandaşa gelecekteki ekonomi

ve topluma katılmak ve çaba göstermek için mantıksal, eleştirel ve analitik düşünme kapasiteleri ile gerekli bilgi ve beceriler kazandırmak için önemli rol oynamaktadır. Özellikle, teknolojilerin sınırlarını zorlayan gelecekteki mühendisler ve bilim adamları için, gelecekte yaşam kalitesini etkileyecek Akıllı Ulus inisiyatiflerinin çoğu büyük ölçüde hesaplama gücüne ve matematiksel kavrayışa bağlı olacağından, matematikte güçlü bir temel gereklidir. Matematik müfredatının odak noktası matematiksel problem çözme yeterliliğinin geliştirilmesidir (SMoE, 2019).

Ülkemizde Milli Eğitim Bakanlığının yayınlamış olduğu Matematik Öğretim Programında (2018) matematiksel yetkinlikten bahsederken günlük yaşamda karşılaşılan problemleri çözmek için matematiksel düşünce tarzı geliştirmek ve uygulamak olarak ifade edilir. Öğrencilerin müfredat matematiğinin teorik ve işlemsel yönünü öğrenmelerinin yanında öğrendikleri bu bilgiyi problem durumlarında kullanabilmeleri ve böylece bilgiyi ayrıştırabilen, yorumlayabilen, analiz edebilen ve çözüm üretebilen bireyler olarak yetiştirilmesi matematik eğitiminin temel amacıdır. Matematik öğretme ve öğrenmenin temel amacı, çok çeşitli karmaşık matematik problemlerini çözme yeteneğini geliştirmektir. (Wilson vd., 1993). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM)'nin 1989 Müfredat Standartlarına göre problem çözme matematik müfredatının merkezi odağı olmalıdır. Bu nedenle, tüm matematik öğretiminin birincil amacı ve tüm matematiksel aktivitenin ayrılmaz bir parçasıdır. Ancak uygulamalardan ve yapılan çalışmalardan öğrencilerin problem çözmede ciddi sıkıntılar yaşadıkları bilinmektedir (Altun ve Arslan, 2006; Bayazit, 2013; Şener ve Bulut, 2015).

1.1 Problem Durumu

Bayazit (2013)'ın yaptığı araştırmada ortaya çıkan sonuçlara göre, öğrencilerin problemdeki gerçek yaşam koşullarını dikkate almadıkları, elde ettikleri sayısal sonuçların gerçek yaşam koşullarında geçerli ve anlamlı olup olmadığına bakmadıkları, problem ifadelerinin ortaya koyduğu gerçek yaşam bağlamları ile yürüttükleri işlemler arasındaki olgusal ilişkileri dikkate almadıkları görülmüştür. Bir başka araştırmada öğrenciler problem ifadesini anlamlandırma, kavramsal anlama, bağlama dayalı düşünme, problemin görselleştirilmesi ve eleştirel düşünme ve akıl

yürütme konularında oldukça sıkıntı yaşamaktadır (Alvi vd., 2016). Aynı şekilde Altun ve Arslan (2006)'ın yaptıkları çalışmada, öğrencilerin gerçek hayatta karşılaşılan problemleri çözmede gerekli yaklaşımları başarılı bir biçimde ortaya koyamamaları iki nedene bağlı olabildiği gösterilmiş ve bunların alan bilgisi yetersizliği ve yaratıcılık, bilerek yapma ve ne yaptığının farkında olmada çekilen güçlükler olarak ifade edilmiştir. Victor (2004)'a göre problem çözmedeki başarısızlık nedenleri problemde istenenleri anlayamama, yöntemi seçememe, işlemleri organize edememe ve yapılan işlemleri izleyip kontrol edememekten kaynaklanmaktadır (Akt. Yaşa, 2010). Şener ve Bulut (2015)'a göre öğrenciler rutin problemleri çözerken strateji seçme ve uygulama basamaklarında sorun yaşarken, rutin olmayan problemleri çözerken problemi anlamlandırma konusunda sıkıntı yaşamaktadırlar. Bu çalışmalardan görüldüğü kadarıyla öğrenciler problemde verilenleri anlamlandırma, organize etme ve yorumlamakta sıkıntı yaşamaktadırlar.

1.2 Araştırmanın Amacı

Birçok matematik eğitimcisi öğrencilerin problemde verilenleri daha iyi görüp, verileri daha kolay organize edip, muhakemeyi kolaylaştırıcı yöntemler ararlar. Bu araştırmacılardan biri olan George Polya (1957)'nın "Bir problemi çözemiyorsanız onun resmini çizin" ifadesi bir problemin anlaşılması, verilenlerin organize edilip, ilişkilerin ortaya çıkarılması açısından oldukça önemli görünmektedir. Problemi temsil etme, resmetme, şekil çizme, günümüzde birçok matematik eğitimcisi tarafından üzerinde çalışılan bir konudur. Cifarelli (1998)'ye göre problem çözmede başarı büyük oranda probleme uygun temsilleri oluşturmayla ilgilidir ve öğrenciler temsiller yardımıyla bilgiyi ve ilişkileri daha iyi anlamaktadırlar. Montague (2004) ve Mayer (1985)'e göre problem çözmenin 2 aşaması vardır. Bunlar problem temsili ve problemin yürütülmesidir. Öncelikle problemi uygun şekilde temsil etmeden başarılı problem çözmek mümkün değildir. Montague (2004), uygun temsilin problemi anlama ve plan yapmaya temel olacağını ve problemi temsil etmekte güçlük çeken öğrencinin problemi çözmekte zorluk çekeceğini söyledikten sonra görselleştirmenin çok güçlü bir temsil yöntemi olduğunu söyler. Öğrencinin problemi anlaması, sonrasında ise problemin sistematik yapısını kurma aşamasında şekil, şema, diyagram gibi temsillerden yararlanması problemin çözümünde oldukça önemli görülmektedir. Işık

ve Konyalıoğlu (2005)'na göre soyut kavramların görselleştirilmesinde grafikler, diyagramlar ve çeşitli geometrik şekil ya da modeller birer araçtır. Fischbein (1987)'e göre görsel bir görüntü sadece eldeki verileri anlamlı yapılarda düzenlemekle kalmaz, aynı zamanda bir çözümün analitik gelişimini yönlendiren önemli bir faktördür; görsel temsiller önemli bir öngörücü araçtır.

Bu çalışmada bir problemin anlaşılmasını kolaylaştırmak, problemde verilenleri organize ederek bir görsel üzerinde daha ayrıntılı ve her detayı daha kolay görmeyi sağlayacak şekiller, diyagramlar gibi temsiller kullanarak çözümü kolaylaştırmak amacıyla, görsel temsil kullanmaya odaklanan etkinliklerin öğrencilerin problem çözme becerilerine etkisi araştırılacaktır. Bu çerçevede öğrencilerle problem çözme etkinlikleri yapılmıştır. Bu etkinliklerde, her bir problemin çözümünde farklı temsillerin, özellikle de görsel temsillerin kullanımına, öğrencilere olgusal bilgi ve strateji bilgisi bağlamında yetkinlik kazandırılmasına, farklı çözüm yollarına ve farklı görsel çeşitlerine yer verilmeye çalışılmıştır. Böylece öğrencilerin problemi anlama ve çözme süreçlerine, temsillerin oluşturulma süreçlerine ve üretilen farklı görsel temsillerin birlikte paylaşılmasına rehberlik edilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin problem çözme becerilerinin nasıl değiştiği incelenmiştir. Yapılan bu etkinliklerin öğrencilere görsel temsil oluşturma adına ne gibi etkileri olduğu detaylı olarak araştırılmıştır.

Bu bağlamda araştırmanın ana problemi, "Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8.sınıf öğrencilerinin problem çözme başarılarına, problem çözmeye ve matematik dersine yönelik tutumlarına etkisi nedir?" olarak belirlenmiştir. Bu problemle birlikte araştırmayı detaylandıracak ve genişletecek şu alt problemlere cevap aranacaktır:

1. Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin, 8.sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik başarıları** ile ilgili ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

2. Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin, 8. sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik başarıları** ile

ilgili ön test ve son test puanlarında öğrencilerin **cinsiyetine göre** anlamlı bir fark var mıdır?

3. Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin, 8. sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik başarıları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında **anne ve babanın eğitim durumuna göre** anlamlı bir fark var mıdır?

4. Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin, 8. sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

5. Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin, 8. sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında **cinsiyete göre** anlamlı bir fark var mıdır?

6. Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin, 8. sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında **anne ve babanın eğitim durumuna göre** anlamlı bir fark var mıdır?

7. Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin, 8. sınıf öğrencilerinin **matematik dersine yönelik tutum** ile ilgili ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

8. Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin, 8. sınıf öğrencilerinin **matematik dersine yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında **cinsiyete göre** anlamlı bir fark var mıdır?

9. Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin, 8. sınıf öğrencilerinin **matematik dersine yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında **anne ve babanın eğitim durumuna göre** anlamlı bir fark var mıdır?

10. Öğrenciler problem çözmede gerekli bilgi türlerini ve görsel temsilleri nasıl kullanmaktadırlar?

1.3 Araştırmanın Önemi

Matematik insan yaşamında vazgeçilmez bir olgudur ve asıl amacı, aklı daha iyi çalışabilir hale getirmektir. (Güney vd., 2016). Bunun da vazgeçilmez yolu problem çözmedir. Matematik eğitiminin temel amacının da problem çözme olduğu düşünüldüğünde öğrencilere matematik kavramlarının yanında problem çözme becerilerinin kazandırılması matematiğin olmazsa olmazı görünmektedir. Problem çözme becerilerinin kazandırılması modern matematik eğitiminin giderek üzerinde daha fazla yoğunlaştığı konu olmasına karşın öğrencilerin problem çözme konusunda birtakım sorunlar yaşadığı da görülmektedir (Altun ve Arslan, 2006; Bayazit, 2013; Şener ve Bulut, 2015). Bu sorunların başında da problemin temsili gelmektedir (Montague, 2004). Problem temsili öğrencinin problemi anlama ve plan yapma aşamalarına rehberlik etmektedir. Montague (2004)'a göre görselleştirme çok güçlü bir temsil stratejisidir. Ancak öğrenciler görsel temsilleri kendiliklerinden kullanamazlar ve bunun için bir eğitime ihtiyaç duyarlar. Problemin görselleştirilmesi, çözümünü kolaylaştırmada, soyut ifade ve kavramları somutlaştırmada güçlü bir araç olarak kullanılabilir (Koğ, 2012).

Bu çalışma görselleştirme ve temsile dayalı etkinliklerle yapılan öğretimin problem çözmeye yönelik başarıya, matematikte problem çözmeye yönelik ve matematiğe yönelik tutumlara etkisini incelemektedir. Bu anlamda problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik literatürde olgusal bilgi ve strateji bilgisi üzerine yoğunlaşmaktadır. Olgusal bilgi ile öğrenciler ilişkisel durumların nasıl temsil edileceğini öğrenirken strateji bilgisi ile görselleştirme stratejisinin nasıl etkili kullanılacağını öğrenirler. Çalışmanın problem çözme literatürüne bu anlamda önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları

Yapılan bu çalışma;

1. 2018-2019 eğitim öğretim yılında Batı Karadeniz'de bir ilçe merkezinde bir devlet okulunda öğrenim gören 54 öğrenci ile,
2. Veri toplama yöntemleri olarak belirtilen yöntemlerle,
3. Veri analiz yöntemleri olarak belirtilen analizlerle

sınırlıdır.

1.5 Araştırmanın Varsayımları

Bu çalışmada;

1. Çalışmaya katılan öğrencilerin Problem Çözme Başarı Testine, Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeğine ve Matematik Tutum Ölçeğine içtenlikle cevap verdikleri,
2. Yapılan görüşmelerde içtenlikle yorumlamalar yaptıkları,
3. Literatürden elde edilen bilgilerin doğruluğu,
4. Problem Çözme Başarı Testinin geliştirme aşamasında başvurulan uzman görüşlerinin yeterli olduğu,

varsayılmıştır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE ve İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde problem çözme, problemde temsil, görsel temsil, problem çözmeye yönelik tutum ve matematik dersine yönelik tutum ile ilgili kuramsal bilgiler verilecektir.

2.1 Problem Çözme

Problem çözme son yıllarda matematik eğitimcilerinin üzerinde daha da yoğunlaştığı bir alan olmuştur. Wilson vd. (1993)'e göre matematik öğrenme ve öğretmenin temel amacı çeşitli problemleri çözme yeteneğini geliştirmektir. Artık matematiğin ana unsurunun problem çözme ve onun gerektirdiği süreç olduğu yaygın bir biçimde kabul edilmektedir (Özsoy, 2005). Problem "bir hedefe ulaşmaya çalıştığınız ve de bu uğurda araçları bulmanız gereken bir durumdur" (Chi ve Glaser, 1985). Problem, bir soruyu cevaplamak, bir nesnenin yerini belirlemek, bir işi güvence altına almak, bir öğrenciye öğretmek gibi şeyler olabilir. Problem çözmek ise kişilerin otomatik bir çözümlerinin olmadığı bir hedefe ulaşma çabalarıdır. Problem çözme problemin kendisi gibi görünse de problem çözmeden bahsedilmeden önce problemin anlaşılması gelir.

2.1.1 Problem

Türk Dil Kurumu, Güncel Türkçe Sözlükte (TDK, 2020) problemi matematiksel olarak "Teoremler veya kurallar yardımıyla çözülmesi istenen soru; mesele" şeklinde tanımlamıştır. Problem denilince genellikle dört işlemin anlamlarının geliştirilmesinde kullanılan toplama ve çıkarma ile bölme ve çarpma durumları için düşünülen bağlamsal problem yapıları akla gelmektedir. Mesela toplama ve çıkarma için birleştirme, ayırma, parça-parça-bütün ve karşılaştırma problemleri, çarpma ve bölme için, eş-grup, karşılaştırma ve kombinasyon problemleri gibi. Oysa problem oldukça geniş alanları kapsayan ve birçok araştırmacının tanımlamaya çalıştığı bir kavramdır.

Jonassen (2011)'e göre problem, belirsizlik içeren, incelenmesi ve çözülmesi gereken soru, mesele gibi durumlardır. Mayer (1989) problemi tanımlarken, "problem çözücü

bir durumla karşılaşır, bu durumu başka bir duruma dönüştürmek ister ancak apaçık bir yolu yoktur" der. Buradan da problemin verilen durum, hedef durum ve engel olmak üzere 3 bileşeni olduğunu ifade eder. Problem çözme ile ilgili çalışmaları olan Schoenfled (1985) ise problemi, cevaplanması zor veya içerisinde belirsizliği barından araştırma ve yaratıcı düşünmeyi gerektiren sorular şeklinde tanımlamaktadır. Ayrıca genel olarak ortadan kaldırılması gereken bir engel olarak tanımlanabilecek olan problem kavramının aslında her alana özgü farklı bir tanımı yapılabilir.

Baykul (2014) matematik derslerinde problem olarak karşılaşılan durumları 3 grupta ele alır.

1. Hiçbir anlamı olmayan durumlar. Bunlar öğrencilerin seviyelerinin çok üstünde, tamamen yabancı kavramlara dayalı problemlerdir. Bunlar öğrencilere bilmece gibi görünürler. İlkokul 1. sınıf öğrencisi için karenin alanı anlamı olmayan duruma örnek verilebilir.
2. Dört işlemle ilgili alıştırmalar genellikle öğrencilerin hemen cevap verebilecekleri türden sorulardır. Hatta bu sorulara cevabın mekanik olarak verilebilmesi bile mümkündür. Dolayısıyla alıştırmalar genel olarak problem durumları değildir. Örneğin; Ali 24 elma, Ülkü ise 6 elma almıştır. Ali, Ülkünün aldığı elmaların kaç katı elma almıştır sorusu 8. sınıf öğrencisi için bir alıştırmadır.
3. Öğrencilerin mekanik olarak cevap veremeyecekleri fakat kazanmış oldukları mevcut davranışlarla cevaplayabilecekleri durumlar (sorular) problemdir. Örneğin, 7. sınıf öğrencisi için "herhangi bir yamuğun alanını belirlemeye yönelik bir yol bulunuz" (Van De Walle vd., 2016).

Problemlerin öğretimde kullanılmasının çok önemli işlevleri vardır. Glavche vd. (2014) bu işlevleri 7 başlık altında toplamıştır.

1. Kavramların yeterince öğrenilmesini ve kalıcı hale getirilmesini sağlamak,
2. Kavramlar arasındaki ilişkileri kurmak (genelden özele ve özelden genele, konu içi ve konular arası ilişkiler),
3. Sonuç çıkarmak ve yeterli uygulamalarını sağlamak,
4. Matematiksel model kavramını oluşturmak,
5. Süreçleri keşfetmek ve ilişkileri anlamak,

6. Hem sözlü hem de sembolik dilde sözlü ve yazılı anlatım için beceri ve alışkanlıkların geliştirilmesi,
7. Gruplarla, dokümanlarla çalışma, literatür kullanma vb. becerilerini ve alışkanlıklarını geliştirmek.

Matematik öğrenirken problemin bazı özelliklere sahip olması beklenir. Buna göre problemler; öğrencilerin ön bilgileri ile aynı yerden başlamalı, problematik olması ya da merak uyandırması gerekir, cevaplar ve yöntemler için gerekçelendirme ve açıklama ihtiva etmelidir (Van De Walle vd., 2008).

Lappan ve Phillip (1998), matematik ortaokul öğretim programında kullanılabilecek iyi bir problemin sahip olması gereken kriterler olarak ifade ettikleri, aynı zamanda problemlerin faydalarını gösteren bazı maddeler ortaya koymuşlardır:

1. Problemde önemli ve kullanışlı matematik kavramları vardır. Örneğin sembolizm tanıtılır. 7-3 işlemiyle temsil edilecek bağlamsal problem durumu.
2. Problem, üst düzey düşünme ve problem çözmeyi gerektirir. Örneğin, "10 dakika boyunca, saatte 60km hızla araba kullandınız. 5 dakika durdunuz manzarayı seyrettiniz. Sonra saatte 90 km'lik hızla ilerlediniz". Burada bu problemin çözümünde çizeceğiniz grafikte manzara seyrettiğiniz durum için grafiğiniz yatay bir doğrudur.
3. Problem, öğrencilerin kavramsal gelişimine katkıda bulunur. Örneğin, yukarıdaki problem, manzara seyrettiğiniz kısımda oranın sıfır olmasını ve eğimin sıfır olmasını söyleyecektir.
4. Problem, öğretmen için öğrencilerinin ne öğrendiklerini ve nerede zorluk yaşadıklarını değerlendirme fırsatı sunar. Örneğin, yukarıdaki problemde öğretmen öğrencilerinin eğim kavramı ile ilgili zorluklarını görür.
5. Problem, öğrenciler tarafından farklı çözüm stratejileri kullanılarak çeşitli şekillerde ele alınabilir. Örneğin, bir pompayla havuzdan su boşaltmak için herhangi bir zamanda t saat ve havuzu hacmi w olarak ölçüldüğünde $w = -250(t - 6)$ eşitliği nasıl elde edildi (regresyon) sorusu iki bilinmeyenli denklemin keşfinin gideceği en önemli bağlantıdır.
6. Problemin çeşitli çözümleri vardır veya farklı kararlar veya pozisyonların alınmasına ve savunulmasına izin verir. Regresyonun yukarıdaki problemde

yazılabilecek denklemlerin tümü için genelleştirildiğini görme ve inceleme imkanı bulur.

7. Problem, öğrenci katılımını ve söylemini teşvik eder. Probleme dayalı bir sınıfta öğrencinin problemde verilen durum için muhakeme yapma ve yöntem geliştirmesine olanak verir. Havuzdan su boşaltan pompa soru muhakeme ve eylem gerektirir.
8. Problem, diğer önemli matematiksel fikirlerle bağlantılıdır.
9. Problem, matematiğin ustaca kullanımını teşvik eder.
10. Problem, önemli becerileri uygulama fırsatı sunmaktadır.

2.1.2 Problem Çeşitleri

Matematik problemlerini farklı şekillerde kategorilere ayırmak mümkündür. Mayer (1989)'e göre problemler farklı şekillerde kategorilere ayrılabilir. Örneğin başlangıç durumunun, hedef durumunun ve yapılacak prosedürün verilme şekline göre iyi tanımlanmış ve iyi tanımlanmamış problemler olarak ikiye ayrılabilir:

İyi tanımlanmış problemler, başlangıç durumunun, hedef durumunun ve uygulanabilecek işlem prosedürleri açıkça verilmiş veya belirlenebilen problemlerdir. Örneğin bir cebir denklemi çoğu yetişkin için iyi tanımlanmış bir problemdir. Çünkü verilen durumu (denklem), hedef durumu (bilinmeyen) ve yapılacak prosedür (her iki tarafa aynı sayıyı eklemek, çıkarmak vs. gibi) açıkça bellidir.

İyi tanımlanmamış problemler ise başlangıçta verilen durum, hedef durumu veya yapılacak prosedürlerden bir veya daha fazlası açıkça belli değildir. Örneğin problem çözme ile ilgili bir bölüm yazma problemi iyi tanımlanmamış bir problemdir. Çünkü hedef durumu ve yapılacak işlem prosedürü kolayca belirlenemez.

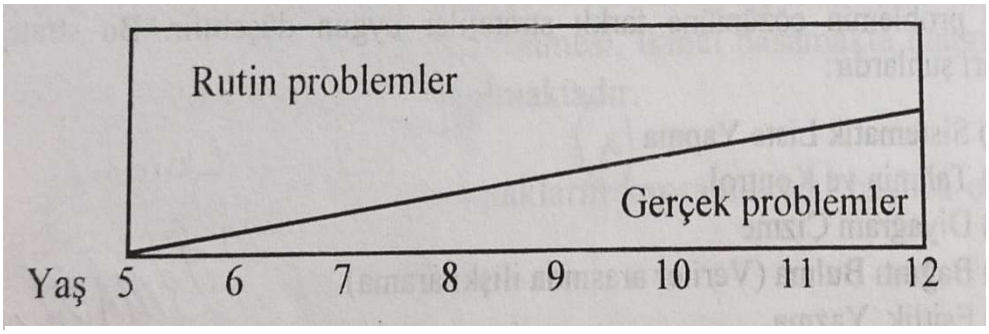
Okul matematiğinde literatür incelendiğinde problem türleri olarak, gerektirdikleri düşünme ve çabaya göre rutin problemler ve rutin olmayan problemler karşımıza çıkar (Yazgan, 2007).

Rutin problemler: Hafızaya alınmış bir cevabı olmasa da iyi bilinen bir prosedür uygulanarak çözülebilecek, bilinen problemlerdir (Mayer, 1989). Diğer adıyla sıradan problemler olan bu problem türü dört işlem problemleri olarak da bilinir. İngilizce

yayınlanan makalelerde genellikle “word problem” (kelime problemi) olarak kullanılır. Bu problem türü genellikle konu anlatılıp alıştırmalarla pekiştirildikten sonra konunun günlük yaşamla da ilgisini kurmak için kullanılır. Rutin problemlerin öğretimi günlük hayatta çok gerekli olan işlem becerilerini geliştirmek, çocukların problem hikayesinde geçen bilgileri matematik eşitliklere aktarmayı öğrenmeleri, düşüncelerini şekillerle anlatmaları ve problem çözmenin gerektirdiği diğer becerileri kazanmaları bakımından önemlidir (Altun, 1998).

Rutin olmayan problemler: Basit düşünme ile hemen çözülemeyen, daha üst düzey düşünme ve muhakeme etme becerisi gerektiren problemlerdir. Gerçek problemler olarak da ifade edilir. Çözümleri işlem becerisinin ötesinde verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmayı ve birtakım aktiviteleri arka arkaya yapmayı gerektirir (Souviney, 1989 Akt. Altun, 1998). Rutin problemlere göre daha üst düzey mantık ve muhakeme becerisi gerektiği için son yıllarda matematik programlarında fazlaca yer bulmaya başlamıştır.

Altun (1998)’a göre problem çözme öğretiminin özel ve genel olmak üzere 2 temel amacı vardır. Rutin problemler işlem becerilerini geliştirme, sayı ve şekillerle uğraşmaya alışma, veri toplama ve tasnif etme, problem metnine uygun şekil ve şema çizme, düşünceleri matematik dille anlatma, matematik dili kullanarak yazılı ve görsel yayınları anlamak gibi “problemlerin nasıl çözüldüğünün öğrenilmesi” açısında daha çok özel amaçlara hizmet eder. Rutin olmayan problemler ise problem çözmenin mantığını ve doğasını kavrama, problemle karşılaştığında uygun stratejiyi seçme, kullanma ve sonuçları yorumlama gibi “muhakeme gücünü geliştirmesi” açısından daha çok problem çözmenin genel amacına hizmet etmektedir. Altun (1998), rutin ve rutin olmayan problemlerin öğretimi ile ilgili de ilkokul yıllarında daha çok rutin problemlerle başlayıp ilerleyen zamanlarda artarak gerçek problemlerin kullanılmasını tavsiye eder (Şekil 2.1).



Şekil 2.1 İlköğretimde Problem Türlerinin Kullanımı (Altun, 1998)

Bağlamsal Problemler: Okul matematiğinde bağlamsal problemler ise, belli bir bağlam ya da tema çevresinde kurgulanan problemler şeklindedir. Problem verileri bir grafikte, bir çizelgede, kısa bir haber metninde veya hikayede bulunabilir. Bağlamsal problemlerin çözümünde öğrenciler doğru işleme karar vermede hatta problem için uygun veri bulmada zorluk çeker ve çözüm için çoğu zaman problemde geçen sayıları kullanıp işlem için tahminde bulunurlar (Van De Walle vd., 2016). Matematiğin gerçek yaşam problemleri ile başladığı düşüncesinin getirisinde, bağlamsal problemlerin kullanımı düşünülmelidir. Birçok öğrenci, bağlamsal problemleri çözmek için sayı nesnelerini veya sayı doğrusunu (modelini) kullanacaktır. Model onların hem problemde ne olduğunu anlamasına yardımcı olan hem de sayıları bir düzen içerisinde takip etmesine ve problem çözmesine yarayan bir düşünme aracıdır. Problemler, ortada bir bağlam olmadığı zaman, ayrıca model kullanılarak da sorulabilir (Van De Walle vd., 2016).

2.1.3 Problem Çözme

Amerika Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM), problem çözmeyi ilk kez o anda görülen ve hemen cevabı olmayan bir durumla başa çıkmak olarak açıklamaktadır (NCTM, 2000). Lester (1978)'a göre problem çözme, sonucu belirlemek için bir prosedürün olmadığı bir durumun sonucunu belirlemek için önceki deneyimlerin, bilginin ve sezginin koordine edilmesi gereken bir durum olarak ifade edilebilir. Altun (1998) problem çözmeyi, "Net olarak tasarlanan fakat hemen ulaşılamayan bir hedefe varmak için kontrollü etkinlikle araştırma yapma" olarak tanımlanmıştır.

Ülkemizde Milli Eğitim Bakanlığı, ortaokul matematik müfredatında problem çözme becerisi açıklanırken, "öğrencinin yaşamında karşısına çıkacak problemleri çözmek için gerekli olan beceriyi kapsar" şeklinde ifade edilmektedir. Bununla ilgili alt beceriler ise problemin anlaşılması ve gerekirse alt basamakların ya da problemin köklerinin bulunması, problemi uygun şekilde çözmek için planlama yapma, işlemler sırasında çalışmaları gözleme, gerektiğinde strateji ve planları değiştirme, yöntemleri sınama, çözüm aşamasında elde edilen veri ve bilgileri değerlendirme, çözüme ulaşılınca çözümün anlamlılığını ve işe yararlılığını değerlendirme, yeni problemleri fark etme olarak açıklamıştır (MEB, 2009).

NCTM (2000)'ye göre problem çözme, matematik öğrenmenin yalnızca bir amacı değil, aynı zamanda önemli bir yoludur. Matematiğin ayrılmaz bir parçasıdır, matematik programının izole bir parçası değildir. Öğrenciler, önemli miktarda çaba gerektiren karmaşık problemleri formüle etmek, bunlarla uğraşmak ve çözmek için sık sık fırsatlara ihtiyaç duyarlar. Geliştirdikleri stratejileri diğer problemlere ve diğer bağlamlara uyarlayabilmeleri için, problem çözme sürecinde düşünmelerine dikkat etmeye teşvik edilmelidirler. Öğrenciler matematik problemlerini çözerek düşünme biçimleri, kalıcılık ve merak alışkanlıkları kazanırlar ve kendilerine matematik sınıfının dışında iyi hizmet eden alışılmadık durumlara dair güven kazanırlar.

Jonassen (2011) tüm eğitim alanlarında en mantıklı bilişsel hedefin problem çözme olduğunu iddia etmektedir. Bu iddiasının da 5 sebebini anlatır:

1. Problem çözme öğrencilerin katılabileceği en özgün ve en alakalı öğrenme aktivitesidir. Hayatın her alanında sürekli problem çözüyoruz.
2. Araştırmalar, problem çözme bağlamında inşa edilen bilginin daha iyi anlaşıldığını, korunduğunu ve dolayısıyla daha iyi aktarılabilir olduğunu göstermektedir.
3. Problem çözme kasıtlı öğrenme aktivitesidir. İnsan davranışlarının tümü bir hedefe yöneliktir. Hedefler ne kadar net olursa öğrenme olasılığımız o kadar artar.
4. Problem çözme kısa zamanda verimli öğrenme sağlar.

5. Kullanılmayan bilgiler çok çabuk unutulur, etkili bir şekilde uygulanamaz ve çoğu disiplinde kısa sürede kullanılmaz hale gelir. Problemler kavramların uygulama alanıdır.

Holton vd. (1999), öğretmenlere öğrencilerinin problemin kendisini değil problem çözme tekniklerini öğrenmelerine izin vermelerini önerir. Bu şekilde öğrenciler strateji ve teknikleri kendileri kullanabilirler. Ayrıca öğrenciler öğretmen tarafından motive edilmelidir, çünkü NCTM (1998) öğrencilerin öğretmen yardımı olmadan başarılı problem çözücü olamayacağını söyler. Bir öğretmen öğrencilerine problem çözme aktiviteleri yapmalarında rehberlik etmelidir. Krulik ve Rudnick (1987) öğrencilerin problem çözme sürecine katılmaları gerektiğini önerdi. Öğrencileri problemleri çözmeye teşvik etmek için ilginç problemlerin kullanılmasını tavsiye ettiler. Öğrencilere yardım etmek veya rehberlik etmek, onlar için tüm işlemleri yapmak değildir. Problem çözmenin bir süreç olduğu ve öğrencilerin bu süreci bilmesi ve onlar tarafından yapması gerektiği unutulmamalıdır.

Problem çözme tüm entelektüel faaliyetlerin en karmaşık olanıdır; sonuç olarak bu, en zor entelektüel yetenektir (Lester, 1978). Birçok araştırmacı bu karmaşık faaliyetin süreçlerini ve etkenlerini açıklamaya çalışmıştır. Başarılı bir problem çözücü olabilmenin sırlarının neler olduğu, problem çözme davranışının nelerden etkilendiği, iyi problem çözücülerin diğer çözücülerden ne gibi farklılıklarının olduğu gibi sorular matematik eğitimcilerinin ve araştırmacıların üzerinde durduğu noktalardır. Yapılan bazı araştırmalarda problem çözme başarısının nelere bağlı olduğu/ nelerden etkilendiği Tablo 2.1'de gösterilmiştir.

Tablo 2.1 Problem Çözmeyi Etkileyen Faktörler

Araştırmacı	Problem Çözmeyi Etkileyen Faktörler
(Mayer, 1998)	**Bilişsel beceriler**: Problem çözme görevi ile ilgili alana özgü bilgidir. Öğretim hedeflerini, bir öğrenme hiyerarşisindeki bileşenleri ve bilgi işlemenin bileşenlerini içerir. **Üst bilişsel beceriler**: Bilginin problem çözmede nasıl kullanılacağına ilişkin stratejileri içerir. Okuduğunu anlama, yazma ve matematik stratejileri gibi. **Motivasyon becerileri**: Kişinin çıkarları ve problemleri çözme yeteneği hakkındaki duygu ve inançları. İlgi, öz yeterlilik ve niteliklere dayalı motivasyonu içerir.

Tablo 2.1'in devamı

(Lester, Garofalo, & Kroll, 1989)	**Bilgi**: Buradaki bilgi hem informal hem de sezgisel bilgidir. **Kontol**: Planlama, değerlendirme, izleme ve düzenleme ile ilgili yürütme kararlarını içerir. **İnançlar**: İnançlar, bireyin benlik, matematik, çevre ve özellikle matematiksel görevlerde ele alınan konular hakkındaki öznel bilgisini oluşturur. **Etkiler**: Bireysel duyguları, tutumları ve hisleri içerir. **Bağlamsal Faktörler**: Bireyin gerçekliğini oluşturan sosyo-kültürel koşulların zenginliği, bireyin başarı için potansiyelini belirlemede önemli bir rol oynamaktadır.
(Schoenfeld, 1985)	**Kaynak:** Çözücünün problemi çözmek için ihtiyaç duyduğu matematiksel araçlarla ilgilidir. **Sezgisel Tarama:** Bir problemi çözerken farklı stratejilerle ilgilidir. **Kontrol**: Çözücü buluşsal yöntemlerine ve kaynaklarına odaklandığında öz düzenleme ve üstbiliş ile ilgilidir. **İnançlar:** Çözücünün matematik ve problem çözme ile ilgili önyargılarını tartışır.
Singapur Eğitim Bakanlığı (SMoE, 2019)	**Kavramlar**: Matematiksel kavramlar genel olarak sayısal, cebirsel, geometrik, istatistiksel, olasılıksal ve analitik kavramlar olarak gruplandırılabilir. **Beceriler:** Matematiksel beceriler sayısal hesaplama, cebirsel manipülasyon, mekansal görselleştirme, veri analizi, ölçme, matematiksel araçların kullanımı ve kestirimi ifade eder. **Süreçler:** Akıl yürütme, iletişim ve bağlantılar, uygulamalar ve modelleme ve matematikte önemli olan düşünme becerileri ve sezgisel yöntemleri içerir **Tutumlar:** Matematik öğrenmenin duygusal yönlerini ifade eder, örneğin: İnançlar, ilgi, keyif, takdir, güven, azim **Üstbiliş:** Düşünmeyi düşünmek, kişinin problem çözme stratejilerinin seçimi ve kullanımı konusunda düşünme süreçlerini bilme ve kontrol etme yeteneğini ifade eder. Kişinin kendi düşüncesinin izlenmesini ve öğrenmenin kendi kendini düzenlemesini içerir.

Araştırmacıların ifade ettiği etkenlere dikkat edildiğinde hepsinin benzer etkenleri farklı şekillerde ve farklı başlıklar altında incelediği görülmektedir. Araştırmalara baktığımızda matematiksel problem çözmenin:

- Alana özgü kavramsal bir bilgi birikimine (yani matematiksel kavram bilgisine),

- Bu kavramsal bilgiyi problem durumuna uygulamak için bazı beceriler (akıl yürütme, modelleme, görselleştirme vs. gibi) ve stratejilere (tahmin-kontrol, geriye doğru çalışma, problemi basitleştirme vs. gibi)
- Beceri ve stratejileri uygularken kendini kontrol etme, planlama, değerlendirme gibi üst bilişsel becerilere,
- Sayılan tüm bilişsel ve üst bilişsel becerilerle birlikte probleme yaklaşımdaki duygu, tutum, inançlar ve hatta sosyal çevre gibi duygusal/motivasyonel/sosyal etkenlere bağlı olduğu söylenebilir.

Bu etkenler problem çözmeyi genel anlamıyla etkileyen faktörlerdir. Bunun yanında bireyin problem çözebilmesi için bilgiye ihtiyacı olduğu bir gerçekliktir. Yukarıdaki her bir maddeye bakıldığında hemen hemen her bir faktörün bir bilgi türüyle ilişkili olduğu görülür. Problem çözmenin büyük ölçüde alan bilgisine bağlı olduğunu kabul eden büyük bir literatür olmakla birlikte Mayer (2006), problem çözebilmek için 5 çeşit bilgi türü belirlemiştir. Bunlar olgusal bilgi, kavramsal bilgi, strateji bilgisi, prosedürel bilgi ve üst bilişsel bilgidir. Mayer (2006) bu bilgi türlerini örnekleriyle açıklamıştır (Tablo 2.2).

Tablo 2.2 Problem Çözmede Gerekli Bilgi Türleri (Mayer, 2006)

BİLGİ TÜRÜ	**ÖRNEK**	
Olgusal bilgi	Öğrencilerin ilişkisel ifadeler hakkındaki bilgileridir. "Her birinin 30 sente mal olması durumunda 5 kalem almanın maliyeti nedir?" 1,00 doların 100 sent ile aynı olduğunu bilmeyi gerektirir.	
Kavramsal bilgi	Kavram bilgisi	"Sent" para birimidir.
	Kategori bilgisi (problem şeması)	"Her birinin 30 sente mal olması durumunda 5 kalem almanın maliyeti nedir?" şemaya dayanmaktadır: (toplam maliyet) = (birim maliyet) × (birim sayısı)
Strateji bilgisi	"John'un 3 mermeri var. Pete'in John'dan 2 fazla mermeri var. Pete'nin kaç mermeri var?" "3'e 2 ekle" gibi bir çözüm planı gerektirir	
Prosedürel bilgi	Aritmetik kuralları (örneğin, 3 + 2 = 5) ve cebir kuralları (örneğin, x = 3 ise, 2 + x ' i bulmak için 3'e de 2 ekleyin)	
Üstbilişsel bilgi	Tutum ve inançlarla ilgilidir. "Üzerinde çok çalışırsam bu problemi çözebilirim"	

Mayer (2006)'e göre **olgusal bilgi**, öğrencilerin ilişkisel ve bağlamsal durumları yorumlamalarını ilgilendiren bilgi türüdür. Örneğin "bu üniversitede, profesörlerin altı katı kadar öğrenci var" ifadesinin bir denklemle yazılması istendiğinde öğrenciler genellikle 6Ö = P denklemini kurmaktadır. Bu durum öğrencilerin ilişkisel durumları temsil etmekte zorlandıklarını göstermektedir. **Kavramsal bilgi,** iki farklı şekilde ele alınabilir. Birincisi problemde geçen kavramlarla ilgili bilgi, ikinci olarak da problem türü (problem şeması) bilgisidir. Örneğin öğrencilerin zaman, hız, mesafe problemleri, iş problemleri, karışım problemleri gibi problem türleri ile ilgili bilgileri problem çözme performansında etkilidir. **Strateji bilgisi,** farklı problem türlerine uygulanabilecek bazı özel çözüm stratejilerinin bilgisidir. Mayer (2006)'e göre öğrencilere özel çözüm stratejileri öğretmek mümkündür ve literatür bu stratejiler hakkındaki bilginin öğrencilerin matematiksel problem çözme performansını geliştirdiğini doğrulamaktadır. **Prosedürel bilgi,** işlemsel bilgi olarak da adlandırılmakla birlikte aritmetiksel işlemleri çözme bilgisinden cebirsel işlem bilgisine kadar tüm hesaplama bilgisini içerir. **Üst bilişsel bilgi** ise, kişinin matematiksel problem çözme hakkındaki inançlarını içeren bilgi türüdür. Mayer (2006)'e göre bu sayılan bilgi türlerinin tamamı problem çözme performansı ile ilişkilidir.

Problem çözmeyi etkileyen faktörlerin ve bilgi türlerinin yanında iyi problem çözücüler ve zayıf problem çözücülerin özelliklerini bilmenin de problem çözmenin doğasını anlama ve bu beceriyi geliştirmede etkili olabileceği düşünülmektedir. İyi problem çözücüler ile bu beceride zayıf olanların karakteristik özellikleri ve davranış farklılıklarını Schoenfeld'in bazı çalışmalarından (1985, 1987a, 1987b) da yararlanarak maddeleştiren Lester (1994)'a göre:

- İyi problem çözücüler zayıf olanlara göre bilgi olarak daha iyi bağlamsal bilgiye ve zengin problem şemalarına sahiptir (Lester, 1994). İyi problem çözücüler aynı alanda benzer problemleri çözerek bilgiyi daha bağlamsal hale getirip farklı durumlarda kullanma becerisini geliştirir (Jonassen, 1997; Foshay ve Kirkley, 1998).
- İyi problem çözücüler dikkatlerini problemlerin yapısal özelliklerine, zayıf problem çözücüleri yüzey özelliklerine odaklama eğilimindedir (Lester, 1994). İyi problem çözücüler problemi okurken, problemdeki dilsel ve sayısal bilgileri

matematiksel notasyonlara çevirmek için anlama stratejilerini kullanırlar (Montague, 2004). Hegarty vd. (1995)'ne göre başarısız problem çözücüler, problemin bir kısmını tekrar okuduklarında, sayılara ve ilişkisel terimlere daha çok odaklanırlar. Silver (1987)'a göre başarısız problem çözücüler genel olarak problemi anlamadaki eksiklikleri ile karakterize edilir. Problemi anlamadaki eksiklikleri ile birlikte problem temsili de oluşturamamaktadırlar.

- İyi problem çözücüler zayıf ve güçlü yönlerinin farkındadırlar (Lester, 1994).
- İyi problem çözücüler, problem çözme çabalarını izleme ve düzenleme konusunda, zayıf problem çözücülerden daha iyidir (Lester, 1994). İyi problem çözücüler zayıflara göre çok daha iyi "yönetme" ya da üst bilişsel stratejilere sahiptir, bu da problem çözme kaynaklarını, zayıf öğrencilerin yaptığı gibi boşa çıkarmasını önler (Schoenfeld, 1982).
- İyi problem çözücüler, problemlere "çok iyi" çözümler elde etme konusunda zayıf problem çözücülerden daha fazla endişe etme eğilimindedir (Lester, 1994).

2.1.4 Problem Çözme Süreci

Matematik problemlerinin standart bir çözüm yolu yoktur. Her problemin kendi içerisinde farklı bir mantığı farklı bir hikayesi olduğundan her problemin kendine özgü bir çözümü vardır. Ancak bir problemle karşı karşıya kalındığında nelerin yapılabileceği konusunda bir sistematik kurmak mümkündür. Literatür incelendiğinde problem çözmek için birbiriyle benzerlikler gösteren bazı süreçler önerildiği görülmektedir.

Bourne ve Dominowski (1994) Dewey'nin problem çözme adımlarını analiz ettiler. Çalışmaya göre Dewey'in problem çözme için beş adımı vardır.

1. Problemin zorluğunu anlama,
2. Problemin yeri ve tanımı,
3. Alternatif çözümlerin formülasyonu,
4. Çözümü bulmanın en uygun yolunu seçme,
5. Seçilen çözümün olasılığını test etme.

Polya, “Nasıl Çözmeli” adlı ünlü kitabında problem çözme adımlarını anlatır. Polya’nın (1957) sunduğu bu sistematik süreç genel hatları itibari ile kabul görmüş ve ufak tefek değişiklikler yapılarak oldukça yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Polya (1957) problem çözmenin 4 ana adımı olduğunu söyledi. Bu adımları ve açıklamasını Tablo 2.3’teki gibi anlatır.

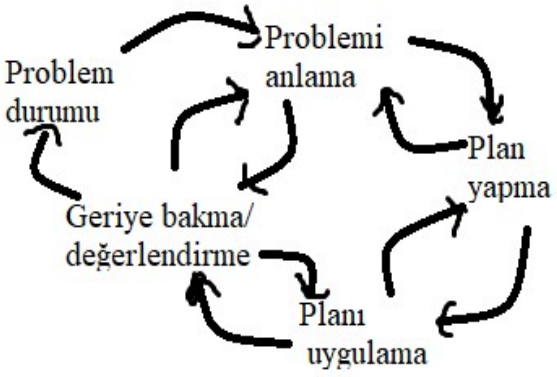
Tablo 2.3 Problem Çözme Aşamaları (Polya, 1957)

1. Problemi Anlama	**Açıklama**: Problem çözmenin ilk aşaması problemi anlama aşamasıdır. Anlamadığımız problemi çözemeyiz.
	Gerekli Sorular: Koşulu yerine getirmek mümkün mü? Koşul bilinmeyeni belirlemek için yeterli mi? Eksik mi? Fazla mı? Çelişki var mı?
	Yapılacaklar: -Verilenleri, koşulları ve bilinmeyeni belirleme -Problemi kendisi ifade etme -Gerekiyorsa şekil çizme
2.Probleme uygun plan yapma	**Açıklama**: Eldeki verilerle neler yapılabileceğinin planlanmasıdır. Matematiksel bir problemi çözmek için gerekli malzemeler elimizdeki probleme ilişkin önceden çözdüğümüz problemler veya önceden kanıtlanmış teoremler gibi geçmişte edindiğimiz matematiksel bilginin belirli parçalarıdır.
	Gerekli Sorular: Daha önce benzer bir problemle karşılaştın mı? Bu probleme yardımcı olabilecek daha kolay yorumlanabilecek, daha basit veya daha özel ya da daha genel bir problem yazılabilir mi? Verilenlerden yararlı olabilecek bir şeyler üretilebilir mi? Problemin kapsadığı tüm temel fikirleri göz önüne aldın mı?
	Yapılacaklar: - Verilenler ile bilinmeyen arasındaki bağlantıyı bulma - Bilinmeyene ulaşmak için yapılabilecek işlemleri veya şekilleri belirleme
3. Planı uygulama	**Açıklama**: Planın uygulanması aşamasıdır. Plan genel bir çatı izler. Ayrıntıların bu çatıya uyduğuna emin olunmalıdır. Gerekli işlemler bu aşamada yapılır.
	Gerekli Sorular: Her adımın doğru mu? Bu basamağın doğruluğunu kanıtlayabilir misin?
	Yapılacaklar: -Yapılan her basamağın doğruluğundan emin olmak.

Tablo 2.3'ün devamı

	Açıklama: Oldukça başarılı öğrenciler bile istedikleri sonuca ulaştıktan sonra işin çok önemli ve eğitici bir aşamasını gözden kaçırırlar. Tamamlanan çözüme geri dönüp bakarak, tekrar düşünerek, sonucu ve sonuca giden yolu tekrar inceleyerek bilgilerini sağlamlaştırmış ve problem çözme becerilerini geliştirmiş olurlar.
4.Geriye bakma	**Gerekli Sorular:** Sonucu kontrol edebilir misin? Yürüttüğün mantığı kontrol edebilir misin? Sonuç daha farklı çıkabilir mi? Bu sonuç ya da yöntem başka problemde kullanılabilir mi?
	Yapılacaklar: -Bulunan sonucun doğruluğundan emin olmak -Sonuç ve yöntem tekrar gözden geçirilerek yöntemin uyarlanabilirliğini sağlamak

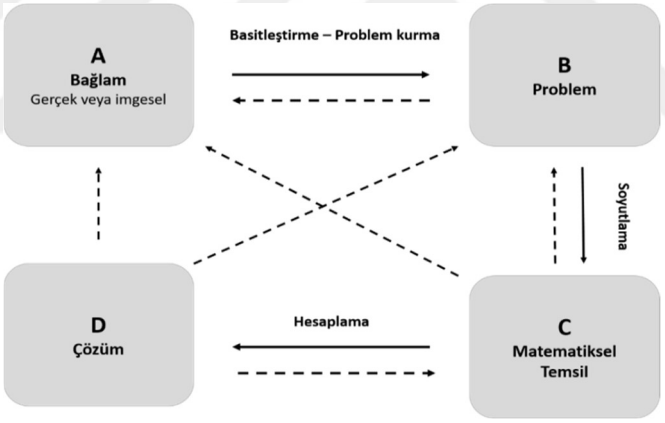
Polya (1957)'nın sunduğu bu sistematik süreçteki belirtilen aşamaların doğrusal bir iş aktivitesi olarak görülmemesi gerekir. Problem çözmenin dinamik bir süreç olduğu düşünüldüğünde sürecin doğrusal değil de dinamik bir gösterime ihtiyaç vardır (Şekil 2.2). Çünkü bir öğrenci bir problemle başlayabilir ve anlamak için düşünceye ve aktiviteye girebilir. Öğrenci bir plan yapmaya çalışır ve bu süreçte problemin daha iyi anlaşılması gerektiğini keşfedebilir. Veya bir plan oluşturulduğunda, öğrenci bu planı uygulamaya çalışabilir ve bunu başaramaz. Bir sonraki etkinlik, yeni bir plan yapmaya çalışmak ya da problem hakkında yeni bir anlayış geliştirmek için geri dönmek ya da üzerinde çalışmak için yeni (muhtemelen ilgili) bir problem ortaya çıkarmak olabilir (Wilson vd., 1993).



Şekil 2.2 Dinamik Problem Çözme Süreci

Oklardan herhangi biri, matematik problemlerini çözme sürecinde öğrenci aktivitesini (düşünce) tanımlayabilir. Matematikteki gerçek problem çözme deneyimleri sadece tek yönlü dış oklarla yakalanamaz.

Benzer bir süreç gösterimini matematik aktiviteleri ve problem çözme sürecini Lester (2013) şu şekilde ifade eder: Şekil 2.3, çözmek için belirli bir görev ortaya çıktığında başlayan karmaşık, ilgili, çok fazlı bir süreci göstermektedir (A kutusundan B kutusuna doğru). Görevi çözmeye başlamak için birey, doğrudan probleme en çok benzeyen kavramları ve süreçleri tanımlayarak karmaşık durumu basitleştirir. Bu sadeleştirme ve problem yaratma aşaması, neye dikkat edileceği ve nelerin göz ardı edilebileceği hakkında kararlar almayı, temel kavramların nasıl bağlandığına dair bir fikir geliştirmeyi ve orijinal durumun gerçekçi bir şekilde temsil edilmesini içerir. Bu gerçekçi temsil, problemin çizildiği orijinal bağlamın bir modelidir; çünkü incelenmesi, manipüle edilmesi ve anlaşılması orijinal durumdan daha kolaydır.



Şekil 2.3 Matematiksel Aktivite ve Problem Çözme Modeli (Lester, 2013)

Daha sonra, matematiksel kavramları ve gösterimleri gerektiren soyutlama aşaması (B'den C'ye katı ok) gelir. Bu soyutlama aşaması, gerçekçi modelin temel özelliklerini temsil etmek için matematiksel kavramların seçilmesini içerir. Bir problem çözücü orijinal durumun matematiksel bir temsilini oluşturduktan sonra, gerçekçi problem artık temsille ilgili belirli bir matematiksel problem haline gelir. Bu matematiksel problem kendi başına bir anlam kazanır, iyi tanımlanmış bir matematiksel problem haline gelir (Kutu C).

Sürecin üçüncü aşaması (C'den D'ye) matematiksel temsili manipüle etmeyi ve Şekil 2.3'te "hesaplama" oku ile gösterilen bazı matematiksel sonuçların çıkarılmasını içerir. Bu aşamada kişi, matematiksel gerçekler, beceriler, matematiksel akıl yürütme yetenekleri vb. kavramlardan yararlanır. Örneğin, problem bir denklem sisteminin çözümünü gerektirebilir ve bu denklem sistemini çözmek ilk problemin orijinal bağlamına bağlı değildir. Son aşama (D'den A'ya, D'den B'ye ve D'den C'ye) bireyin, elde edilen problem sonucu / işlem sonuçlarının orijinal bağlam ve problemle ve aynı zamanda matematiksel temsil ile karşılaştırılmasını içermelidir (kutular arasında kesik çizgili oklar). Ancak, karşılaştırma eylemi sadece sonuçlar çıkarıldıktan ve bir çözüm elde edildikten sonra değil, tüm süreç boyunca herhangi bir zamanda ve herhangi bir noktada gerçekleşebilir.

2.1.5 Problem Çözme Öğretimi

Problem çözmenin matematik eğitimi ile nasıl bütünleştirileceği önemli bir konudur. Bu konuda Schroeder ve Lester (1989) problem çözmenin matematik eğitiminde kullanımı ile ilgili üç yaklaşımdan bahsetmiştir. Bu yaklaşımlar:

- Problem çözme için öğretim
- Problem çözme yoluyla öğretim
- Problem çözme öğretimi

Bu yaklaşımları ve özellikle çalışmamızı daha çok ilgilendiren Problem Çözme Öğretimi kısmını geniş çerçeveden ele alacağız.

Problem Çözme İçin Öğretim: Bu yaklaşımda öğrenciler önce matematik konularındaki kavramları öğrenir. Sonrasında bu kavramlarla ilgili problemleri çözer. Problem çözmek için matematiksel kavramlar öğrenilir. Bu yaklaşım matematiksel kavramların öğrenilmesinde ve akılda tutulmasında başarılı olmadığı ve problem çözmenin matematik öğrenmenin küçük bir bölümünü oluşturan beceri ve kavramlardan ayrı bir etkinlik haline geleceği (Van de Walle vd., 2016) nedenlerinden dolayı eleştirilmiştir. Van de Walle vd. (2016)'ne göre problem çözme süreci öğrenmeyle iç içe geçmiştir; çocuklar matematiği yaparak öğrenmektedirler.

Problem çözme yoluyla öğretim: Bu yaklaşımda bir matematik konusunun öğretilmesi, konunun temel noktalarını içeren bir problem durumu ile başlar ve bu problem durumu üzerinden devam eder (Schroeder ve Lester, 1989). Kullanılan problemler daha çok açık uçlu olma eğilimindedir ve farklı çözüm yolları ve farklı bakış açıları geliştirilir. Öğrenciler derste oldukça aktif rol oynarlar ve problem durumunu kendileri keşfederek ihtiyaç duydukları, problemi aydınlatacak matematiksel kavramları gerçek yaşam durumu üzerinden öğrenir (Schroeder ve Lester, 1989; Cai, 2003). Dolayısıyla matematik konusunu somut bir gerçek yaşam durumlarından, gerçek bağlamlardan ve modellerden, soyut olan matematiksel temsile doğru bir öğrenme gerçekleşir (Schroeder ve Lester, 1989; Pusmaz, 2015; Van de Walle vd., 2016).

Van de Walle vd. (2016)'ne göre öğretim, çocukların var olan fikir altyapıları ile başlanıp bu altyapının üzerine yeni fikirleri inşa etmeleri şeklinde olmalıdır. Bir problem durumu ile başlanıp, öğrencilerin bu problem durumunda bildiklerinden yola çıkarak onları düşünmeye, yeni fikirler oluşturmaya sevk ederek, öğretilecek yeni kavramları eskilerle birleştirmek şeklinde devam edilmelidir. Ayrıca bu yaklaşımı uygulamak için bir paradigma değişimine ihtiyaç vardır. Yani öğretmen çocukların öğrenme şekilleri ve onların öğrenmelerine nasıl yardımcı olacağı konusundaki bakış açısını, felsefesini değiştirmelidir. Bu yaklaşımda sanki öğretmenin rolü daha azmış gibi görülmekle birlikte aslında daha da artmıştır. Öğretmenler öğrencilerin öğrenmelerini sağlayacak görevlerde onların kendi bulacakları yöntemleri ve çözüm yollarını uygulayabilecekleri nitelikte görevler seçmek zorundadır. Pusmaz (2015)'a göre öğretmenlerin bu yaklaşımı hangi konuları anlatırken kullanacağına ve derslerde hangi problemlerin nasıl kullanılacağına dikkatli bir şekilde karar vermeleri gerekmektedir.

Problem Çözme Öğretimi: Bu yaklaşımda öğrencilere problemin nasıl çözüleceği öğretilir. Bu kapsamda öğrencilere problem ile karşılaştıklarında neler yapabilecekleri hakkında bir sistematik (problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve geriye bakma gibi) ve plan yapma aşamasında kullanabilecekleri birtakım stratejiler öğretilir. Yapılan birçok araştırma problem çözme üzerine çeşitli öğretimlerin öğrencilerin

problem çözme becerileri üzerinde olumlu etkileri olduğunu göstermektedir (Schoenfeld, 1979; Charles ve Lester, 1984; Altun, 1995; Altun ve Arslan, 2006).

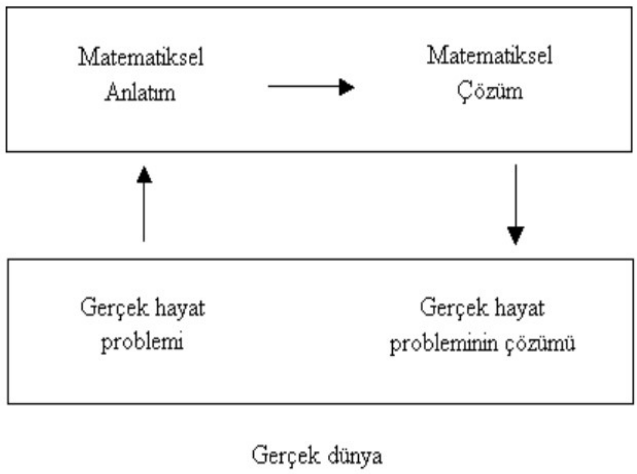
Problem çözme öğretimi için öncelikle öğrencilerin probleme nasıl yaklaşmaları gerektiği, problem çözmenin genel hatlarını ifade eden ve "Polya (1957)'nın bahsettiği 4 aşamanın öğretimi öğrencilerin problem çözme başarılarını artıracaktır" (Van de Walle vd., 2016).

1. Problemi anlama: Bir metin veya bir durum ile ilgili bir aktivite yapılabilmesi için, bu metin veya durumla ilgili muhtevaya hakim olunması, tam olarak ayrıntısıyla anlaşılması gerekir. Bir problem tam olarak anlaşılmadan problem ile ilgili çözüme kalkışmak karanlıkta eşya aramak gibidir. Bu yüzden öncelikle problemde verilen tüm ifadelerin, koşulların ve neyin istendiğinin tam olarak aydınlatılması yani anlaşılması gerekir. Problem çözücü eğer bir problemdeki koşullar ve değişkenler arasındaki ilişkileri iyice anlayıp, problemi anlamlı bir bağlama yerleştirebildiyse, alacağı karar ve yapacağı eylemlerin sonuçlarını tahmin etmede ve bir çözüme doğru kaydedilen ilerlemeyi değerlendirebilmede yeterli donanıma sahip olmuş demektir (Schroeder ve Lester, 1989). Baykul (2014)'a göre bir problemin tam olarak anlaşıldığını gösteren kritik bazı davranışlar vardır:

- Verilenleri ve istenenleri belirleme
- Problemi kendi ifadeleri ile açıklama
- Problemi anlatan/açıklayan şema veya şekil çizme
- Problemi özetleme

Öğrenci bu kritik davranışları sergileyebiliyorsa problemi anlamış demektir. Ayrıca Baykul (2014) öğrencinin problemi anlayamamasının problemi okuma ile ilgili güçlük ve problemdeki kelime veya terimlerden bazılarının anlamının bilinmemesi olmak üzere iki nedeninden bahseder. Okuma ile ilgili güçlükten kasıt problemin düz metin olarak değil de vurguya dikkat ederek, verileni isteneni seçerek, ayırarak okuyamamaktır. Altun (1998)'a göre öğretmen önce problemi okumayı öğretmelidir. Ancak bu okuma başka metinlerin okunması gibi değil vurgulu ve seçici olmalıdır. Öğrencilerin anlamada güçlük çektikleri kavramların da gerekirse çeşitli araçlar yardımıyla açıklanması gerekir.

2. Plan yapma: Bu aşamada artık problem tam olarak aydınlatılmış, karanlık noktası kalmamış halde çözülmeyi beklerken çözüm için bir stratejinin belirlenmesi gerekir. Bu aşamada verilenler ile istenen arasında bazı stratejiler yardımıyla bağ kurulur. Bu bağ kurulurken aynı zamanda problem metninde verilen gerçek yaşam durumları matematiksel durumlara, sembollere, şekillere vs. dönüştürülür. Altun (2000) bu dönüşümü ifade ederken Şekil 2.4'ü kullanır. Bu şemada gerçek dünya ve matematik dünyası olmak üzere iki seviyeden bahseder. Problem çözücü önce gerçek yaşam durumundan temsiller ve semboller yardımıyla soyutlama yaparak matematik dünyasına giriş yapar. Bu aşama plan yapma aşamasıdır. Daha sonra matematik dünyasında işlemler gerçekleşir (planın uygulanması). Son aşamada ise tekrar gerçek yaşam koşullarına dönüş yapılır.



Şekil 2.4 Problem Çözme Süreci (Altun, 2000)

Burada gerçek yaşamdan matematik dünyasına geçiş aşaması plan yapma aşamasıdır ve bu aşamada temsil kullanma ve strateji geliştirme önemli yer tutar. Dolayısıyla bu aşamanın kritik davranışları bunlardır diyebiliriz. Temsil kullanma ayrı bir başlık altında daha sonra işlenecektir. Strateji geliştirme aşamasında ise kullanılabilecek bazı stratejiler şu şekilde sayılabilir:

***Tahmin etme ve kontrol etme**:* Daha çok deneme-yanılma olarak bilinen bu stratejide rastgele denemeler yapmak yerine mantıklı olabilecek denemeler problemi daha iyi anlamaya, bir örüntü bulmaya veya çözüme bir kapı açabilir (Fan ve Zhu, 2007; Baykul, 2014; Van de Walle vd., 2016). Örnek: Ankara'daki Kuğulu Park'ta bulunan

havuzda kuğular yüzmektedir. Park, adını bu kuğulardan almıştır. Parka gittiğim bir gün bu havuzda yüzen köpekler de gördüm. Havuzdaki köpeklerle kuğuların sayısı 8 idi. Kuğularla köpeklerin bacaklarının sayısı 22 olduğuna göre havuzda kaç kuğu, kaç köpek vardı? (Baykul, 2014)

Sistemli bir liste yapma: Bazı problemlerde -özellikle olasılık ile ilgili problemlerde- bir durumla ilgili tüm ihtimallerin göz önünde bulundurulması gerekebilir veya faydalı olabilir. Bunun için sistemli bir çalışma ile bütün durumlar listelenebilir (Fan ve Zhu, 2007). Örnek: Alanı 60 metrekare olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin kenar uzunlukları metre cinsinden tamsayıdır. Bahçenin etrafına çit çekilecektir. Kaç metre çit kullanılabilir?

Şekil, şema, diyagram gibi bir görsel kullanma: Bir problemde şekil, şema veya diyagram çizmek problemde verilenler ve istenen arasındaki ilişkinin daha kolay görülmesini sağlayabilir, problemin anlaşılmasını kolaylaştırır hatta bir şekil bazen çözüme ulaştıracak yol olur (Baykul, 2014). Örnek: Deniz seviyesinden 20m yükseklikteki kayalıklardan yukarı doğru 15m yükselen bir Sümsük Kuşu, denizdeki avını fark edip hemen dalışa geçti. 42m aşağıdaki avını yakalayan Sümsük Kuşu 5m aşağıda bir av daha gördü ve onu da yakaladı. Sümsük Kuşu ikinci avını başlangıçtaki kayalıklardan kaç metre aşağıda yakalamıştır? (EBA, 2020)

Daha basit bir problemden yararlanma: Bazı problemlerde her zaman karşılaşılan sayılardan farklı sayılar –mesela üslü sayılar veya kareköklü sayılar gibi- kullanılır. Bu tip problemlerde bu sayılar yerine basit doğal sayılar olsaydı hangi işlemlerin yapılabileceği düşünülerek problem basitleştirilebilir. Veya uzun ve karmaşık bir problem kısaltılarak ve ifadeler sade hale getirilerek problem basitleştirilebilir. Örnek: Her bir yaprağı 0,8196721 gram kağıttan yapılan 976 sayfalık telefon rehberleri onarlı paketlere konuluyor. Her bir paket kaç kilogramdır? (Baykul, 2014)

Canlandırma/rol yapma: Problemde tam olarak neyin tanımlandığını fiziksel olarak göstermek için insanları veya nesneleri kullanmak problemdeki ilişkileri daha rahat görmeyi sağlayabilir (Fan ve Zhu, 2007). Örnek: 5, 10 ve 25 kuruş paralarla kaç değişik şekilde 25 kuruş elde edilebilir? (Baykul, 2014)

***Örüntü arama**:* Bazen problemde verilenlerden yola çıkarak, bazen tahmin kontrol stratejisi sonucu, bazen sistemli bir liste yaparken ortaya çıkabilecek örüntü ile çözüme ulaşmak mümkün olur. Örüntüler ilkokuldan lise öğrenimine kadar özellikle sayılar ve işlemler alanındaki becerilerin öğrenilmesinde önemli yer tutar (Van de Walle vd., 2016). Örnek: 1'den 150'ye kadar olan tek sayıların toplamı kaçtır? (Altun, 1998)

***Probleme Uygun Matematik Cümlesi Yazma**:* Bu stratejide problemde verilen sözel ifadelerden hangi sayısal işlemlerin yapılacağına veya semboller ve işlemler yardımıyla denklem kurmaya karar verilir (Altun, 1998; Baykul, 2014; Van de Walle vd., 2016). Örnek: Efe kardeşinden 7 yıl önce doğmuştur. Efe ile kardeşinin yaşları toplamı 35'tir. Buna göre Efe kaç yaşındadır?

***Tablo Oluşturma**:* Bir grup verinin yorumlanması için veya problemde verilenleri farklı değişkenler bağlamında birbirine göre değişimlerini görmek, bir örüntü bulmak ya da yeni bir fikir bulmak amacıyla yapılan çizelgelerdir (Baykul, 2014; Van de Walle vd., 2016). Örnek: Cebimde 10 lira param kaldı. Trenden inince evime gitmek için taksiye binmem gerekiyor. Taksimetre 2,5 lira ile açılıyor ve kilometre başına 1,5 lira yazıyor. Evime kadar olan yolun en çok kaç kilometresini gidebilirim?

***Geriye Doğru Çalışma**:* Bazı problemlerde başlangıçtaki bir durum üzerine bir dizi olaylar zinciri anlatılır ve başlangıçtaki olayla ilgili bilgi istenir. Bu tip durumlarda sondaki bilinen sonuçtan bir önceki adımı bularak başa doğru gidilebilir (Fan ve Zhu, 2007; Baykul, 2014). Örnek: Aklımdan bir sayı tuttum. Tuttuğum sayının 15 fazlasının yarısı 12 ediyor. Tuttuğum sayı kaçtır?

3. Planı uygulama: Bu aşama hiçbir karanlık noktası kalmayan (problemin anlaşılması), verilenler arasında bağları kurulmuş, çözüme ulaştırabilecek çözüm yolu belirlenmiş ve gerçek dünyadan matematik dünyasına dönüştürülmüş (plan yapmada) problemde yapılan planın uygulanması aşamasıdır. Yani artık seçilen stratejinin uygulama aşamasıdır. Aritmetik işlemler de bu aşamada yapılır (Altun, 1998). Baykul (2014)'a göre bu aşamanın kritik davranışları:

- Sonucu tahmin etme
- Planı uygulama ve işlemleri yapabilmedir.

4. Geriye bakma/Değerlendirme: Bu aşama belki de öğrencilerin en çok gözden kaçırdığı ve önemsemediği adımdır (Van de Walle vd., 2016). Bu aşamada bir önceki adımlarda yapılanların, izlenen yolun ve sonucun doğruluğunun kontrol edildiği, başka yöntemlerin araştırıldığı, başka problemlere genellemelerin yapıldığı aşamadır (Altun, 2000; Baykul, 2014). Altun (1998)'a göre bu aşama problemi çözmekten çok problem çözme becerisini geliştirmeye dönüktür.

Schroeder ve Lester (1989)'a göre problem çözmenin öğretimi ile ilgili bu 3 yaklaşım söz konusu olmakla birlikte bu üç yaklaşım her zaman birbirinden bağımsız değildir. Örneğin problem çözme öğretimi diğer yaklaşımlarla birlikte uygulanabileceği gibi konuya ve duruma göre farklı yaklaşımlar uygulanabilir.

2.2 Problem Çözmede Temsil

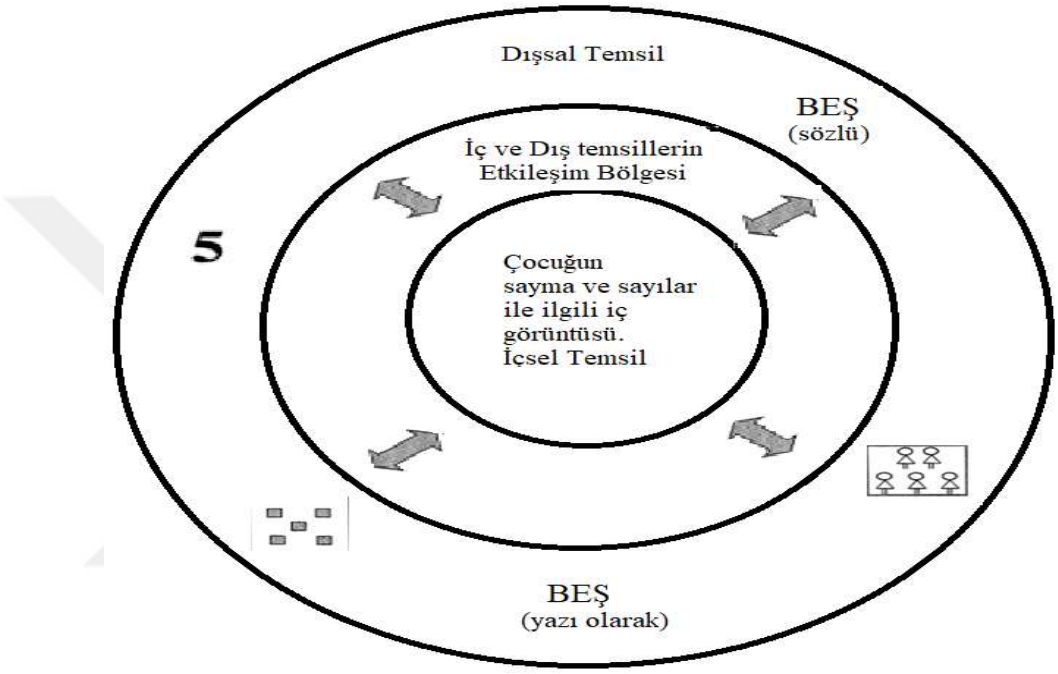
Temsil, "gerçek" bir dünya sisteminin ilgili yapısının yerine kullanılan sembolik bir yapıdır. Buradaki gerçek dünya sistemi fiziksel veya yapay bir sistem olabilir. Kullanıcı tarafından seçilen bazı varsayımların geçerli olduğu varsayımsal bir sistem de olabilir (Demetriadis vd., 2004). Kabaca ifade etmek gerekirse, bir temsil, bir bütün olarak ya da kısmen, başka bir şeye karşılık gelen, referansla ilişkili, temsil eden, sembolize eden, özel bir şekilde etkileşen ya da başka bir şekilde temsil eden bir tür düzenlemedir (Palmer, 1977). "Kabaca" diyoruz çünkü diğer karmaşık özelliklerin yanı sıra temsiller tek başına gerçekleşmez. Genellikle kişisel ve kendine özgü ya da kültürel ve geleneksel olmak üzere son derece yapılandırılmış sistemlere aittirler. Bunlar "sembol şemaları" (Kaput, 1987) veya "temsili sistemler" (Goldin, 1987; Lesh vd., 1983) olarak adlandırılır, ayrıca temsil edici ilişki genel olarak sabit değildir. Demetriadis vd. (2004)'ne göre bir temsilin ana işlevi, bir sistemin (veya soyut nesne veya problem durumu) bileşenleri arasındaki nicel ve/veya nitel ilişkileri daha açık ve daha iyi anlaşılır hale getirmektir ve sonuç olarak, belirsizlik düzeyini azaltmaya yardımcı olmaktır. Temsil yapıları, örneğin, bir şeyin yerine hareket edebilir, bağlanabilir, bir şeye karşılık gelebilir, bir şeyi belirtebilir, betimleyebilir, tasvir edebilir, somutlaştırabilir, kodlayabilir, bir şeye çağrışım yapabilir, bir şeyi etiketleyebilir, bağlantı kurabilir, anlamına gelebilir veya sembolize edebilir (Goldin, 2002). Greeno ve Hall (1997)'a göre temsiller, anlayış oluşturmak ve bilgi ve anlayışı

iletmek için yararlı araçlardır. Ayrıca öğrenciler aynı düşüncenin farklı temsilleri arasında anlayışı aktarabildiklerinde matematiksel kavramları ve prosedürleri anlama ve kullanma becerisi artar. Öğrenciler çok çeşitli temsiller geliştirmeli ve kullanmalıdır.

Literatürde temsillerin genel olarak iç temsiller ve dış temsiller olarak 2 kategoride ele alındığı görülmektedir (Zhang, 1997; Goldin, 1998; Pape ve Tchoshanov, 2001; Demetriadis vd., 2004).

1. **İç Temsiller**: Öğrencilerin kişisel sembolizasyon yapılarını ve matematiksel notasyonlara anlam atamalarını, doğal dillerini, görsel görüntülerini ve mekansal temsillerini, problem çözme stratejilerini ve buluşsal yöntemlerini ve etkilerini içerir (Goldin ve Shteingold, 2001). Demetriadis vd. (2004)'ne göre iç temsil, öğrencilerin bilişsel sisteminin içindeki bilişsel kurgulardır. Öğrenenlerin genellikle, öğrenme sürecinde dış gösterimlerden gelen bilgi uyaranlarını algılayıp bilişsel olarak işlerken bu tür iç yapıları geliştirmeleri beklenir.
2. **Dış Temsiller:** Maddi olarak var olan her türlü bilgi ve yapı (örneğin yazılı semboller, nesneler, diyagramlar vb.) olarak tanımlanır (Zhang, 1997). Bazı dış temsiller esas olarak sembol sistemlerinden oluşur. Mesela kullandığımız sayı sistemimiz; cebirsel ifadeleri ve denklemleri yazma ve manipüle etme yöntemlerimiz; analizin fonksiyonlarını, türevlerini ve integrallerini belirtmek için kullandığımız sembol ve sistemler gibi. Sayı doğrusu, kartezyen, kutupsal veya diğer koordinat sistemlerine dayanan grafikler, veri grafikleri, geometrik diyagramlar ve fraktalların bilgisayar tarafından oluşturulan görüntüleri gibi diğer harici sistemler görsel veya uzamsal olarak ilişkiler göstermek üzere tasarlanmıştır. Yazılı veya sözlü kelimeler ve cümleler de dış temsillerdir. Maddi nesneleri, fiziksel özellikleri, eylemleri ve ilişkileri ya da çok daha soyut olan şeyleri gösterebilir ve tanımlayabilirler (Goldin ve Shteingold, 2001). Sayılan dış temsil örnekleri genel olarak sembolik, resimsel/grafiksel ve metinsel olarak toparlanabilir.

Demetriadis vd. (2004)'ne göre matematik eğitimi tarafında, genellikle dış temsillere daha fazla dikkat edilmiştir, çünkü bunlar gözlemlenebilen ve analiz edilebilen somut nesnelerdir. İçsel olanlar ise sadece öğrencinin davranışına dayanarak tahmin edilebilir. Bununla birlikte dış temsiller ile iç temsiller etkileşim halindedir (Pape & Tchoshanov, 2001). Bu ilişkiyi Pape ve Tchoshanov (2001) bir örnekle anlatır. Dört yaşındaki bir çocuk birkaç oyuncakla oynarken oyuncakları bir, iki diye adlandırır.



Şekil 2.5 İç ve Dış Temsillerin Etkileşimi (Pape ve Tchoshanov, 2001)

Ancak bu yaş seviyesinde söylediği her sayı her bir oyuncağın adıdır. Söylediği son sayının, toplam oyuncak sayısı olduğunu anlayamaz. Sonraki yaşlarda çocuk söylediği son sayının toplam oyuncak sayısı olduğunu, toplam eleman sayısını temsil eden bir sayı olduğunu anlamaya başlar. Öğrenildikten sonra, sayı ve adı (örneğin, 5 ve beş), iç soyutlamanın kuralları olan dış temsiller, kümedeki eleman sayısı haline gelir. Dolayısıyla, sayı adı, beş nesneden oluşan bir görüntüyü, iç temsili uyaracak bir dışsal temsil olur (Şekil 2.5). Çocuk "daha fazla", "daha az" şeklinde karşılaştırma yapmaya başladığında bu farklı temsilleri kullanır.

Öğretmenler veya araştırmacılar olarak öğrencilerimizde veya konularımızda zihinsel konfigürasyonları, söyledikleri veya yaptıkları şeylerden, yani dış davranışlarından düzenli olarak (ve zorunlu olarak) çıkarıyoruz. Genellikle bu tür çıkarımları açıkça

değil, örtük bir şekilde yaparız ve bazen bilinçli bir şekilde öğrencilerimizle öğretim faaliyeti yoluyla belirli içsel temsiller geliştirmek için yola çıkarız. İçsel gösterimin aksine, kelimeler, grafikler, resimler, denklemler veya bilgisayar mikro dünyaları gibi fiziksel olarak yapılandırılmış, gözlemlenebilir yapılandırmalara atıfta bulunmak için dışsal gösterim terimini kullanırız. Bunlar ilke olarak uygun bilgiye sahip herkesin gözlemine açıktır. Tabii ki dışsal temsillerin yapılandırılmış sistemlere ait olarak yorumlanması ve bunların temsili ilişkilerinin yorumlanması "nesnel" veya "mutlak" değildir, ancak yorumu yapan bireyin / bireylerin içsel temsillerine bağlıdır.

NCTM (2000), anaokulu öncesinden 12. sınıfa kadar öğretim programları, bütün öğrenciler için, a. matematiksel fikirlerin organize edilmesi, kaydedilmesi ve iletişimi için temsilleri oluşturma ve kullanma, b. problemleri çözmek için matematiksel temsilleri seçme, uygulama ve aralarında geçişler yapabilme, c. fiziksel, sosyal ve matematiksel olayları yorumlama ve modellemek için temsiller oluşturma şeklinde ele almıştır.

Literatür, öğrencilerin problem çözme yeteneklerini geliştirmenin, problem temsil yeteneklerini geliştirme ile oldukça güçlü bir bağ içinde olduğuna dair kanıtlar sunmaktadır (Lewis, 1989; Cifarelli, 1998; Xingchun ve Dianzhi, 2002; Schnotz vd., 2010). Günümüzde, öğrenciler hem kendi akıl yürütme, problem çözme ve öğrenme, hem de başkalarıyla iletişim kurmak için çok çeşitli (dış) temsil formlarını ve araçları yorumlayabilmeli ve kullanabilmelidir (Verschaffel vd., 2010). Hegarty vd. (1995) başarılı problem çözücülerin anlamlı bir problem temsili oluşturma eğiliminde olduklarını, başarısız problem çözücülerin ise ana enerjilerini problemde geçen bazı anahtar kelimelere ve belirli rakamlara odaklanma eğiliminde olduklarını bulmuşlardır.

Mayer (1985, 1987, 2004)'e göre problem çözme, problemin temsili ve problemin çözümü olmak üzere 2 ana aşamadan oluşmaktadır. Problem temsili, problem çevirisi ve problem entegrasyonu olarak; problem çözümü ise planlama/kontrol ve planın yürütülmesi olarak alt aşamalara ayrılmaktadır.

Tablo 2.4 Problem Çözme Sürecinin Genel Bir Çerçevesi (Mayer, 1985, 1987, 2004)

Aşama	Alt Aşama	Yapılacaklar
Problemin Temsili	Problem Çevirisi	Problemde ifade edilenleri dil becerilerini kullanarak anlamaya çalışma. Bir problemin her bir cümlesinin nasıl bir iç temsile dönüştürülebileceği öğretilebilir.
	Problem Entegrasyonu	Yapısal bir temsil oluşturmak için problem parçaları arasındaki ilişkileri yorumlama. Öğrencilere bilgiyi tutarlı bir temsile nasıl entegre edebilecekleri öğretilebilir.
Problemin Çözümü	Çözümü Planlama	Hangi işlemlerin kullanılacağını ve hangi sırayla kullanılacağını belirleme. Öğrencilere çözüm planlarının nasıl tasarlanabileceği ve nasıl izleneceği öğretilebilir.
	Çözümün Yürütülmesi	Çözüm için planlanan hesaplamaları gerçekleştirme

Problem Temsilinin ilk aşamasında çeviri yaparken, problem çözücü her cümleyi zihinsel bir iç temsile dönüştürür. Problemde verilen her bir cümledeki ilişkisel ifadelerin (3 fazla, 2 katı vs gibi) doğru kodlanıp iç temsilinin oluşturulması önemlidir. Mayer (2004)'e göre, örneğin; "Ahmet'in 5 cevizi var. Mehmet'in cevizleri Ahmet'inkilerden 7 fazladır. Mehmet'in kaç cevizi vardır?" sorusuna "Mehmet'in 7 cevizi vardır" diyen bir öğrenci ilişkileri doğru kodlayamamış demektir. Bu aşama olgusal bilgi gerektirir (Mayer, 2006).

Ardından ikinci aşama olan problem entegrasyonu süreci gelir. Problem entegrasyonu adımı metnin temel anlayışını alır ve daha sonra hem problem modelinin hem de problemden alınan durum modelinin iç temsilini üretir (Mayer, 1985). Entegrasyon süreci, problem çözücünün problem metnindeki ilgili bilgileri seçmesini, tutarlı bir şekilde organize etmesini ve gerekli çıkarımları yapmasını gerektirir (Mayer, 2004). Burada öğrencilerin kavramsal bilginin bir türü olan şematik bilgileri yani problem tipleri hakkında bilgileri önemlidir. Şema, zihin tarafından bilgiyi işlemek için kullanılan birbirine bağlı bilgi çerçeveleridir (Mahoney, 2012). Şemanın bilgi

işlemedeki rolü ve şemanın gelişimi genel olarak bisiklete binme örneği ile açıklanabilir. Bisiklete binmenin ilk şeması gözlemle oluşur. Bir üç tekerlekli bisiklet sürmeye başlarken gözlemle elde edilen ilk şema kullanılır ve öğrenmeyi kolaylaştırır. Öğrenme gerçekleşirken şema da gelişir (Mahoney, 2012). Bir problemle karşılaşıp problem kategorize edildiğinde, mesela bir yol problemi olduğu belirlendiğinde, zihindeki daha önce benzer bir durumda oluşturulan şema etkinleştirilir. Bu şema, dikkati problemdeki ilgili bilgi ve ilişkilere yönlendirerek ilgili bilgileri seçmeyi, organize etmeyi ve çıkarım yapmayı kolaylaştırır. Öğrencilerin daha fazla deneyim kazandıkça daha farklılaştırılmış problem şemaları oluşturduklarına dair gelişimsel bir eğilim vardır (Mayer, 2004). Bir çözücü, benzer problem türleri hakkında önceden oluşturduğu bilgiye erişerek eldeki problemin geçmişte çözülen problemlere nasıl benzediğini anlayarak çözüme giden yolu kolaylaştırır. Şemalar yardımıyla oluşturulan durum ve problem modellerinin iç temsilleri (problem entegrasyonu) artık bu aşamadan sonra dış temsilleri ortaya çıkaracaktır.

Birey, tüm bilişsel süreçleri zihninde gerçekleştirmek yerine, çalışma belleğindeki geçici zihinsel (iç) temsillerden daha yüksek kararlılık avantajına sahip olan harici (dış) bir temsil yaratır (Baddeley, 1986 akt. Schnotz vd., 2010). Böylelikle problem çözerken maruz kaldığı bilişsel yükünü hafifletmiş olur. Schnotz vd. (2010)'ne göre bir birey iç temsillerine karşılık gelen harici bir metin, resim veya grafik çizerek bu iç temsilleri dışsallaştırabilir. Bilginin yazı veya çizim yoluyla dışsallaştırılması, bireyin kendisi tarafından düşünme ve problem çözme amacıyla yapılabilir. Birey dışsallaştırdığı kendi metnini tekrar okuyabilir veya kendi resmini veya grafiğini yeniden düşünebilir, içeriğin zihinsel temsillerini yeniden yapılandırabilir ve daha sonra bunları, önceki temsillerin ötesinde daha ayrıntılı bir şekilde ele alır. Bireylerin problemler üzerinde çalışırken oluşturdukları çizimler, tablolar, denklemler ya da yazdıkları notlar, fikir ve çıkarımlarını takip etmelerine ve aynı zamanda devam eden çalışmalarını düzenlemelerine yardımcı olur (Greeno ve Hall, 1997).

Özet olarak, harici temsiller, problem bilgilerinin özetlenmesi, durum/öykü unsurları hakkında kayıt ve akıl yürütme, bellek yükünün azaltılması, ara hesaplamaların sonuçlarının koordine edilmesi, grafiklerle sayısal veya fonksiyonel ilişkilerin temsil

edilmesi ve soyut ilişkileri somutlaştırmak dahil olmak üzere çeşitli amaçlar için kullanılabilir (Zahner ve Corter, 2010).

Dış temsillerle ilgili literatür incelendiğinde dış temsillerin, temsil şekli açısından "tanımlayıcı temsil" ve "tasvir edici temsil" olmak üzere 2 formda incelendiği görülmektedir.

Tanımlayıcı temsiller, bir konuyu semboller yardımıyla temsil eder, temsil ettikleri şey ile benzerlik göstermezler, soyut bilgiyi ifade etmede güçlüdürler. Kullanılan dil metinleri, nesnelerin isimleri, kullanılan formüller (kuvvet, kütle ve ivme arasındaki ilişkiyi tanımlayan F=m*a gibi) tanımlayıcı temsillerdir (Schnotz vd., 2010; Wetzels vd., 2010).

Tasvir edici temsiller, simgelerden, yani benzerlik veya başka bir yapısal ortaklıkla ilişkili işaretlerden oluşur. Tasvirler bir nesnenin özelliklerini tanımlamaz, daha çok gösterir. Fotoğraflar, çizimler, resimler ve haritalar gibi resimler tasvir edici temsillerdir (Schnotz vd., 2010).

Schnotz vd. (2010)'ne göre tanımlayıcı temsiller nispeten genel ve soyutken, tasvir edici temsiller daha somut ve spesifiktir. Tanımlayıcı temsiller özellikle nesneleri ve senaryoları daha yüksek soyutlama seviyelerinde karakterize etmek, olayların açıklanması veya tahmini için ve bireyin dikkatini ve bilişsel işleyişini yönlendirmek için yararlıdır. Tasvir edici temsiller özellikle nesnelerin ortaya çıkışını öngörmek, senaryoları ve olayları anlamak, akıl yürütmek, tartışmak ve problem çözmek için yararlıdır.

2.3 Problem Çözmede Görsel Temsil

Tüm dünyada her seviyeden öğrenci problem çözmede birçok sorun yaşamaktadır. Bu sıkıntıların başında problemin anlaşılıp, verilenlerin organize edilerek bir planın geliştirilmesi gelmektedir. Montague (2004)'a göre problemi uygun şekilde temsil etmeden başarılı problem çözme mümkün değildir. Ayrıca problemin uygun bir temsili, problemi anlamak ve çözüme giden bir plan yapmak için temel oluşturur. Problemin temsilini oluşturmada zorlanan bir öğrenci problemi çözmede oldukça zorlanacaktır.

Önceki bölümde değinildiğine göre temsiller "Tanımlayıcı" ve "Tasvir edici" temsiller olarak iki bölüme ayrılır. Problemin anlaşılması ve verilenlerin organize edilebilmesini sağlayan en önemli temsil şekli, tasvirsel temsil şekillerinden olan görsel temsillerdir.

Matematiksel görselleştirme, (zihinsel olarak, kalem ve kağıtla veya teknoloji yardımıyla) görüntü oluşturma ve bu görüntüleri matematiksel keşif ve anlama için etkili bir şekilde kullanma işlemidir. Matematiksel görselleştirmede ilgilendiğimiz şey, tam olarak öğrencinin matematiksel bir kavramı veya problemi temsil etmek ve problem çözmede yardımcı olarak uygun bir diyagram (kalem ve kağıtla veya bazı durumlarda bilgisayarla) çizme ve kullanma yeteneğidir (Zimmermann ve Cunningham, 1991).

Presmeg (1986) görsel imge kavramını tanımlamıştır. Buna göre geniş anlamda görsel imge, görsel veya uzamsal bilgiyi tasvir eden zihinsel bir şemadır. Görsel temsili ise öğretmen veya öğrenciler veya her ikisi tarafından görsel görüntülerin oluşturulması ve kullanılması olarak ifade eder. Presmeg (1986) 5 çeşit görsel imge tanımlamıştır:

- Somut, resimsel görüntüler
- Görsel-uzamsal bir şemada tasvir edilen saf ilişkileri gösteren desen görüntüleri
- Hareket ve jestleri içeren kinestetik görüntüler
- Geometrik şekillerin dönüşümlerini içeren dinamik görüntüler
- Formüllerin bellek görüntüleri.

Presmeg (1986) problem çözmede, bir problemin ilişkisel yönlerini gösterdiğinden ve dolayısıyla soyutlama ve genellemeye daha uygun olduğundan desen görüntülerinin daha önemli olduğunu ifade eder. Diğer görüntülerin de kullanılmasına rağmen en az somut görüntülerin kullanıldığını söyler.

Hegarty ve Kozhevnikov (1999) resimsel ve şematik olmak üzere 2 tür görsel temsil tanımlamıştır. Resimsel temsiller, canlı ve ayrıntılı görsel görüntüler oluşturmayı, şematik temsiller ise nesneler arasındaki uzamsal ilişkileri temsil etmek ve uzamsal dönüşümleri hayal etmeyi ifade eder. Hegarty ve Kozhevnikov (1999) ayrıca başarılı

problem çözmenin şematik temsil kullanma ile ilişkili olduğunu, resimsel temsil kullanmayla ise negatif ilişkili olduğunu ifade ettiler.

Diyagramlar gibi grafiksel dış temsiller, biliş ve öğretim literatürlerinde en çok dikkat çeken temsil türleridir (Cox ve Brna, 1995). Dış görsel temsillerin, özellikle diyagramların, mantık, bilim ve matematikte problem çözmeyi kolaylaştırabildiğini gösteren önemli kanıtlar elde edilmiştir (Larkin ve Simon, 1987; Beckmann, 2004; Stylianou ve Silver, 2004; Zahner ve Corter, 2010).

Problem çözme süreçleri üzerine bilişsel bilim araştırması genellikle görsel temsillerin kullanımının problem çözmeyi kolaylaştırabildiğini ve sürecin tüm aşamalarında yardım sağladığını bulmuştur (Stylianou ve Silver, 2004). Grafiksel dış temsillerin bilişsel etkileri, bilgileri konuma göre düzenleyerek arama ve çalışma belleği yükünü azaltmaktır (Cox ve Brna, 1995).

Larkin ve Simon (1987) bir diyagramın problemleri çözmek için sözlü bir tanımdan hangi açılardan daha üstün olabileceğini açıkladılar. Buna göre:

- Diyagramlar, verilen tüm bilgileri bir araya getirebilir, böylece problem çözme çıkarımı yapmak için gereken unsurları araştırmaktan kurtarır.
- Diyagramlar genellikle konumu, sembolik etiketlerle eşleşme ihtiyacından kurtararak tek bir öğe hakkındaki bilgileri gruplamak için kullanır.
- Diyagramlar, insanlar için son derece kolay olan çok sayıda algısal çıkarımı otomatik olarak destekler.

Larkin ve Simon (1987)'a göre, problemin bileşenleri arasındaki uzamsal ilişkiler gibi belirli ilişkilerin görsel olarak daha açık olabileceğine dikkat çekmiştir. Dolayısıyla, görsel temsillerin kullanımı, daha basit ve daha doğrudan çıkarım süreçlerinin kullanılmasına yol açabilir. Zahner ve Corter (2010) resimler ve diyagramlar dahil ancak bunlarla sınırlı olmamak üzere harici yazıtlar, problemde verilen bilgilerin düzenlenmesine yardımcı olur ve problem metninin zihinsel bir modelinin oluşturulmasını kolaylaştırır. Schneider vd. (2010)'ne göre bilgiyi temsil etmek için uygun diyagramların kullanılması, daha derin bir anlayış sağlayan ve akademik ve akademik olmayan alanlarda problem çözmeyi kolaylaştıran önemli bir araçtır.

Boonen vd. (2016)'ne göre rutin olmayan kelime problemlerinin duruma özgü yapısını doğru bir şekilde tasvir eden görsel temsiller üretmelerini öğretmek, öğrencilerin bu tür problemleri çözmelerine yardımcı olabilir. Bu tür temsiller, çözümle ilgili tüm problem bileşenleri arasındaki ilişkilerin eksiksiz ve tutarlı bir modelini sunmalıdır. Bunlara doğru görsel-şematik temsiller denir. Bu tür gösterimlerin bir çubuk modeli, pasta grafik veya sayı çizgisi gibi standart matematiksel modelleri içerebileceğini, ancak genellikle serbestçe oluşturulmuş çizimler içerdiğini belirtmek önemlidir.

Siew Yin (2010) doktora çalışmasına dayanarak yazdığı makalede görsellerin, problem çözmede 7 farklı işlevde rol oynadığını ifade eder:

- Problemi anlamak için: Problemi görsel olarak temsil ederek, öğrenciler problemdeki unsurların birbirleriyle nasıl ilişkili olduğunu anlayabilirler.
- Problemi basitleştirmek için: Görselleştirme, öğrencilerin problemin daha basit bir versiyonunu tanımlamasına, problemi çözmesine ve daha sonra bu problemi içselleştirmesine ve tüm benzer problemler için çalışan bir yöntem belirlemesine olanak tanır.
- İlgili bir problemin bağlantılarını görmek için: Bu, verilen problemin önceki problem çözme deneyimleriyle ilişkilendirilmesini içerir.
- Bireysel öğrenme stillerine hitap etmek için: Problem çözerken görsel temsillerin kullanımı söz konusu olduğunda, her öğrencinin kendi tercihi vardır.
- Hesaplamanın yerine geçmesi için: Problemin cevabı, hesaplama gerektirmeden doğrudan görsel temsilin kendisinden elde edilebilir.
- Çözümü kontrol etmek için bir araç olarak: Görsel temsil, elde edilen cevabın makul olup olmadığını kontrol etmek için kullanılabilir.
- Problemi matematiksel bir forma dönüştürmek için: Matematiksel formlar problemi çözmek için görsel temsilden elde edilebilir.

Grafiklerin ve diyagramların problem çözmeyi destekleyebileceğini ve kolaylaştırabileceğini gösteren büyük literatüre rağmen birçok çalışma görsel temsilleri öğrencilerin kendiliğinden kullanmadığını, kullanamadığını veya tercih etmediğini göstermektedir. Montague (2004)'a göre görselleştirme çok güçlü bir temsil stratejisidir. Ancak birçok öğrenci görsel temsil kullanma yeteneğini

kendiliğinden geliştirmez. Bu öğrenciler, problemleri temsil etmek için görselleştirmenin nasıl kullanılacağı konusunda açık bir eğitime ihtiyaç duyarlar. Başka öğrenciler görselleştirmeyi kullanabilir, ancak onu uygunsuz ve dolayısıyla etkisiz olarak uygulayabilirler. Siew Yin (2010)'e göre öğrencilerin görsel temsil kullanımını etkileyen 2 faktör vardır. İlk olarak öğrenciler çok iyi bildikleri problem tipleri ile benzer problemlerde görsel yöntemleri kullanmayı istemezler. İkinci olarak öğrenciler öğretmenlerinin çözmeyi tercih ettiği yöntemleri benimseme eğilimindedir. Yani öğretmen görsel yöntemleri kullanmıyorsa öğrenciler de kullanmama eğilimindedir. Schneider vd. (2010)'ne göre öğrencilerin diyagram kullanmadaki eksiklikleri, kullanılabilirlik eksikliği ve aktivasyon eksikliği olmak üzere 2 nedenden olabilir. Kullanılabilirlik eksikliği, öğrencilerin diyagram kullanma yetkinliğinden yoksunluğunu, ifade eder. Öğrenciler uzamsal olmayan yapılar için alanın nasıl kullanılacağını bilmedikleri için diyagram oluşturma yetkinliklerinden yoksun olabilirler. Üniversite düzeyinde öğrenciler bile kümeler, çapraz tablolar, matrisler, karmaşık yol diyagramları veya ağaç diyagramları gibi iki veya daha fazla boyutun entegrasyonunu gerektiren temsil formlarının kullanımında eksiklikler göstermektedir. Aktivasyon eksikliği ise öğrencilerin görsel-uzamsal temsillerin bazen kelimelerden daha etkili olabileceği bilgisinden yoksun olmasını ifade eder. Temel bilgileri bir diyagramla temsil etmek daha tavsiye edilebilir olsa da öğrencilerin, güçlü aşinalık hissettiklerin sözel stratejileri tercih etmesi daha olası görünmektedir.

Bu sayılanların hepsi toplandığında öğrencilerin, çok güçlü bir problem çözme stratejisi olan görselleştirme ile ilgili etkili bir eğitim veya sistematik talimatlar alması gerektiği ortaya çıkmaktadır. Ancak burada ifade edilmeye çalışılan şey görselleştirmenin tüm problem çözme sorunlarını ortadan kaldıracağı değildir. Birçok strateji ve temsil türü ile birlikte görselleştirme ve görsel temsillerin, hem derslerde hem de problem çözme esnasında sınıfta kullanımı ile ilgili gerekli bilgilendirme ve vurgunun yapılması gerektiğidir.

Poch vd. (2015)'ne göre şema, diyagram oluşturma işi hem bir süreç hem de bir üründür. Ayrıca bu beceriyi geliştirmek pek basit bir iş değildir. Poch vd. (2015) bu beceriyi geliştirmek için bir prosedür geliştirmişlerdir. Bu prosedürde öğrencinin ne gibi zorluklar yaşayabileceği ve buna müdahaleleri belirlemişlerdir (Tablo 2.5).

Tablo 2.5 Şema-Diyagram Yeterliliğini Değerlendirme Kontrol Listesi (Poch vd., 2015)

YETERLİLİK	ZORLUKLAR	ÖĞRETİM DESTEKLERİ
Kavramsal anlayış	-Bir diyagramın ne olduğunu belirleme -Bir diyagramın neden yararlı olabileceğini belirleme -Diyagram örnekleri sunmak	-Öğrencilerin bir diyagramı neyin oluşturduğunu tanımlamasına, diyagramların resimlerden daha fazlası olduğunu ve çeşitli diyagram türlerinin ilişkisel materyalleri nasıl sunduğunu belirlemelerine yardımcı olun. -Diyagramların nasıl yardımcı olduğunu ve matematiksel kavramların görsel olarak nasıl temsil edileceğine nasıl karar verdiğini belirleyin.
Prosedür akıcılığı	-Temsili problemle eşleştirme -Nicel detayların problemden yapılandırılmış şemaya doğru şekilde çevrilmesi -Problemi çözmek için temel ayrıntıları doğru bir şekilde tanımlamak	-Öğrencilerin miktarları ve ilişkileri doğru bir şekilde üretmelerine ve temsil etmelerine, her şeyi çizmek zorunda olmadıklarını anlamalarına, görsel temsillerin gerçekçi görünmelerine gerek olmadığını anlamalarına ve sorunu temsil etmek için kodları ve sembolleri kullanmalarına yardımcı olun.
Stratejik yeterlilik	-Bir diyagramın farklı kullanımlarını tanıma ve anlama -Problem için uygun bir diyagram oluşturma	-Öğrencilerin bilgileri organize etmek, problemi izlemek ve çözmek için bir diyagram kullanabileceğini ve problem çözmeyi kontrol edip izleyebileceklerini anlamalarına yardımcı olun. -Öğrencilerin problem için uygun bir diyagram oluşturmalarına yardımcı olun (yani, matrisler, kısmi bütün, hiyerarşiler, ağlar vb.).
Uyarlamalı akıl yürütme	-Neden yaptıkları şemayı seçtiklerini açıklamak -Diyagram kullanarak problem çözme -Problem çözmede atılan adımların ardındaki gerekçelerini açıklama	-Öğrencilerin bir diyagramı anlamalarına yardımcı olun, problem çözme ve akıl yürütme ve bu süreci iletme sürecinde onlara yardımcı olabilecek bir araçtır. -Öğrencilere diyagramı, çözümleri, fikirleri veya çıkarımları izlemek için nasıl kullanacaklarını öğretin; diyagramları gerektiği gibi ayrıştırın ve yeniden birleştirin; yaptıkları şemayı neden seçtiklerini açıklatın.

Tablo 2.5'in devamı

Üretken Eğilim	-Bir problemi çözmek için birden fazla gösterim oluşturma ve kullanma -Bir diyagramın yararlı bir araç olabileceğini kabul etmek -Güvenle diyagramları kullanma	-Problemleri çözmek için çoklu temsillerin kullanımını teşvik ederek ve destekleyerek, şemalar ve diğer görsel sunumlarla başarı sağlamak için iskele eğitimi ve bir şemanın kullanımını yeterince zorlayan ve garanti eden problemler sağlayarak (yani bağlamsal problemler) öğrencilere yardımcı olun. -Öğrencilerin diyagramların faydalı ve faydalı olabileceğini anlamalarına yardımcı olun.

Benzer şekilde Diezmann ve English (2001) öğretmenlerin öğrencilerin şema-diyagram çizme becerilerini geliştirmelerine dair bazı önerilerde bulunmuştur:

Tablo 2.6 Diyagram Okuryazarlığını Geliştirme Önerileri (Diezmann & English, 2001)

AŞAMA	ÖĞRETİM MÜDEHALESİ
Diyagram Kavramını Anlama	-Öğrenciler için diyagramlar hakkında fikirlerini açıklama ve söyledikleri veya yazdıkları sorulara cevap verme fırsatları sağlamak. Öğrenciler, diyagramların problemlerin yapısının temsili olduğu ve dolayısıyla resimlerden farklı olduğu anlayışını geliştirmelidir. -Uygun bilgi sağlamak için öğrencilerin bilgi ve diyagramları zaman içinde anlamalarının gelişimini izlemek. Bununla birlikte, çeşitli diyagram türlerini tanıtan talimatlar, belirli diyagram türlerinin ne zaman yararlı olacağını belirlemeye yardımcı olur.
Uygun Diyagramlar Oluşturma	-Bir problemin yapısı ile diyagramatik temsili arasındaki bağlantıları açıklamak. -Bir diyagramın oluşturulmasının modellenmesi ve problemin çeşitli bileşenlerinin nasıl temsil edildiğinin açıklanması. -Öğrencileri aynı problemi temsil edebilecek çeşitli diyagramlardaki benzerlikler ve farklılıklar ile ilgili birbirleriyle tartışmaya teşvik etmek. -Sırayla her bir genel amaçlı şemaya odaklanmak ve öğrencilere belirli bir şema ile temsil edilebilecek bir takım problemler sunmak - örneğin, öğrencilere matrisin faydasını vurgulamak için bir dizi kombinatoryal ve tümdengelim problemleri sunulabilir. -Öğrencilere, genel amaçlı diyagramlardan hangisinin belirli problemler için en uygun olduğunu belirleme fırsatı sunmak.

Tablo 2.6'nın devamı

Diyagram ile Akıl Yürütme	-Konum ve harekette hassasiyetin önemini diyagram üzerinde vurgulamak. -Öğrencileri uygun bir izleme stratejisi kullanmaya ve çalışmalarını kontrol etmeye teşvik etmek. Öğrenciler hareketlerini bir diyagram üzerinde çizgiler, oklar, noktalar veya sayılar gibi çeşitli göstergelerle izleyebilirler. İzleme göstergeleri bir diyagramın üstünde değil, yan tarafında konumlandırılmalıdır. Diyagramlarının üstünü çizen öğrenciler, çalışmalarını kontrol etmeye çalıştıklarında karışırlar.

2.4 Problem Çözmeye ve Matematik Dersine Yönelik Tutum

Bilgiye gereksinim dolayısıyla matematik bilgisi ve kullanımı öğrenme teorilerindeki gelişimle birlikte (Schunk, 2009) farklı becerileri gündeme getirmeye başlamıştır. Bu durum sadece öğretim yöntem, strateji, tekniği değil tutum vb. alışkanlıklarımızı etkilemektedir. Petty ve Cacioppo (1981) tutumu "bir kişi, bir nesne ya da olayla ilgili, genel ve uzun süreli olan olumlu ya da olumsuz duygu" olarak tanımlamıştır (Akt. Koğ, 2012). Literatürde tutumun bilişsel, duyuşsal ve davranışsal olmak üzere 3 temel öğesinden bahsedilmektedir. Çanakçı (2008)'ya göre, problem çözmenin matematiğin en önemli öğesi olduğunu ifade etme bilişsel öğe, problem çözmeden hoşlandığını ifade etme duyuşsal öğe ve bir problemi çözemediğinde tekrar uğraşacağını ifade etme davranışsal öğedir.

Duygular ve süreçleri, öğrenmenin bileşenlerindendir ve aralarında karşılıklı bir ilişki vardır. Duygular öğrenmeye etki eder. Yapılan beyin araştırmaları öğrenmede duyguların önemine işaret eder (Caine ve Caine, 1991). Bir konu öğrenilirken oluşan duyguların öğrenme sürecinde nasıl değiştiği önemlidir. Duyguları açığa çıkartan tutumdur. Stodolsky vd. (1991) öğrencilerin bir konuyla ilgili öğrendikleri bilgileri unuttuklarında bile o konuya karşı olan tutum ve eğilimlerini unutmadıklarını göstermişlerdir. Tutum, bireysel bir yaşantı ve gözle görülemez (Tavşancıl, 2005). Günümüzde sosyal psikologlar tutumun, bireye ait olduğunu ve onun bir nesneye ilişkin düşünce, duygu ve davranışlarına bir bütünlük, bir tutarlılık getirdiğini ifade etmektedirler. Tutum, öğrenme sürecinin başından sonuna kadar niteliğine etki eder. Bu etki dersten, öğretmenden, sınıf yönetiminden, ders kitabından, teknolojiden,

öğrenme sürecinde kullanılan yöntem ve tekniklerin çeşitliliğine kadar pek çok değişkenden etkilenir. Bu nedenle öğrenme ortamının düzenlenmesi önem arz eder.

Araştırmalar (Bloom, 1995), bireyin öğrenmeleri arasındaki farklılıkların yaklaşık dörtte birinin duyuşsal özelliklerden geldiğini göstermektedir. Matematiğe karşı olumlu bir tutum geliştirmek Milli Eğitim Bakanlığı'nın İlköğretim Matematik Dersi Programı'nda da yer almaktadır.

Matematik derslerinin ayrılmaz bir parçası olan problem çözme, 21. yüzyılın geliştirilmesi gereken en temel, en önemli becerilerden sayılmaktadır. Önceki bölümlerde açıklandığı üzere bu temel beceriyi etkileyen bazı unsurlar vardır. Genel anlamda problem çözmeyi etkileyen bilişsel ve üst bilişsel faktörlerin yanında, problem çözücülerin problem çözmeye karşı yaklaşım tarzları, duygu, düşünce, inanç ve tutumları problem çözme başarısını büyük ölçüde etkilemektedir.

Öğrenciler genellikle problem çözmeyi başardıklarında kendilerine güvenleri artar. Güvenleri arttıkça problem çözme başarıları artar. Yani birbirini besleyen bir döngü içerisinde öğrenci problem çözmeye karşı olumlu tutum geliştirir. Olumlu tutum neticesinde zor problemlerle karşılaştıklarında daha sabırlı, daha yaratıcı olurlar. Tersinden düşünüldüğünde, öğrenci problem çözemediğinde kendine olan güvenini kaybeder. Problem çözememe durumu arttıkça öğrenci problem çözmeye karşı olumsuz tutum içine girer ve problem çözmek istemez. Risk almaya istekli olma, erken kapanmaya karşı direnç, güven, ilgi ve motivasyon gibi tutumların matematiksel performansla ilişkili olduğu gösterilmiştir (Lester vd., 1989).

Pfeiffer vd. (1987), iyi problem çözücülerin sahip oldukları ve tutum biçiminde ifade ettikleri bazı özellikleri belirlemişlerdir. Buna göre iyi problem çözücüler:

1. Karmaşık durumlarda rahattırlar ve çatışma ve belirsizlik konusunda yüksek bir toleransa sahiptirler.
2. Gerçeklere saygı duyarlar ve ayrıca gerçeklerin yorumlanması, önemi ve anlamı ile ilgilenirler.
3. Kendine güvenirler; kontrolünde gibi görünüyorlar. Yeni deneyimler ve kavramsal maceralar için güçlü bir tada sahiptirler

2.5 İlgili Çalışmalar

Bu bölümde görselleştirmenin problem çözmede kullanımını içeren yurtiçinde ve yurtdışında yapılan bazı çalışmalara yer verilmiştir.

Yıldız (2019) öğrencilerin sözel, sembolik ve görsel temsiller gibi farklı temsil kullanmayı gerektiren problemleri çözme performanslarını araştırmıştır. Bunun için 8.sınıf 102 öğrenci ile yaptığı tez çalışmasında öğrencilere cebirsel-sözel, sembolik ve görsel temsillerden oluşan açık uçlu bir başarı testi uygulamış ve öğrencilerin görsel temsillerle verilen soruları çözmede diğer iki temsil türüne göre daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır.

Yaman ve Umay (2013) 3, 4, 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin farklı temsil türleri ile verilen örüntülerdeki performanslarını belirlemek amacıyla 317 öğrenciye 12 soruluk başarı testi uygulamıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğrenciler en yüksek puanı tablo ile temsil edilen sorulardan alırken, alınan puanların temsil biçimlerine göre Şekil, Sözel Problem, Sayı Dizisi şeklinde devam ettiği görülmüştür.

Büyükalan Filiz ve Abay (2017) sınıf öğretmeni adayları ile yaptıkları çalışmada öğretmen adaylarının rutin olmayan problemlerde problemi anlama durumlarını araştırmışlardır. 6 öğretmen adayı ile yapılan çalışmada görüşme ve gözlem yöntemleriyle öğretmen adaylarına çözdürülen 3 rutin olmayan problemin betimsel analizi yapılmıştır. Araştırma sonucunda problemi anlamak için verilen-istenenleri ve problem koşulunu ifade edebilen, problemi şekil veya diyagramla ifade edebilen ve plan yapabilen adayların problemleri doğru çözebildiği görülmüştür.

Uysal Koğ ve Başer (2015) 8. sınıf 43 öğrenci ile öğrencilerin görselleştirme becerilerini geliştirmeyi temel alan öğretim uygulamalarının öğrencilerin problem çözerken görselleştirmeyi etkili kullanmalarını geliştirip geliştirmediğini araştırmışlardır. Araştırmada kontrol gruplu ön test son test modeli kullanılmış olup 21 öğrenciden oluşan deney grubu ve 22 öğrenciden oluşan kontrol grubuna soyut düşünme testi ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Araştırma sonucunda çeşitli görsellerle icra edilen matematik derslerinin, öğrencilerin problem çözerken görsel kullanımını ve görselleri etkili biçimde kullanımını artırdığı görülmüştür.

Işık vd. (2009) yaptıkları çalışmada ilköğretim matematik öğretmenlerinin ve bu öğretmenlerin öğrencilerinin sözel problemlerin çözümünde görsel temsil kullanma düzeyleri arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Araştırmaya 6 öğretmen ve bu öğretmenlerin öğrencileri olan 121 öğrenci katılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmenler ve öğrencilerinin görsel temsilleri kullanma düzeylerinin pozitif ilişkili olduğu görülmüştür.

Tekin ve Konyalıoğlu (2009) görselleştirmeye dayalı çalışma yapraklarının trigonometrik kavramların öğretimine etkisini araştırmıştır. Yarı deneysel desenin kullanıldığı çalışmaya 10. sınıfta okuyan öğrencilerden 26 deney, 24 kontrol grubu olmak üzere 50 öğrenci katılmıştır. Araştırma sonucunda görselleştirmeye dayalı çalışma yaprakları ile yapılan öğretimin geleneksel yönteme göre öğrenci başarısını daha fazla artırdığı görülmüştür.

Işık vd. (2011) görsel temsillere ve sözel temsillere yönelik kurulan problemleri incelemişlerdir. 70 matematik öğretmen adayı ile yürütülen çalışmada Problem kurma Testi kullanılmıştır. İki bölümden oluşan testte birinci bölümde adaylardan iki matematiksel sözel temsile, ikinci bölümde ise iki matematiksel görsel temsile uygun problem yazmaları istenmiştir. Adayların kurdukları ifadeler problem olup olmamalarına göre sınıflandırıldıktan sonra problem olanlar da ödev, ilişkisel ve koşullu olmak üzere sınıflandırılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının problem kurma başarılarının genel olarak düşük olduğu, her iki temsil türünde de genel olarak daha alt düzey düşünme becerisi gerektiren "ödev" türü problemler kurdukları, sözel ve görsel temsillere yönelik kurulan problemler karşılaştırıldığında ise görsel temsillere yönelik problem kurmada daha az başarı gösterdikleri sonuçlarına ulaşılmıştır.

Turğut ve Yenilmez (2012) yaptıkları araştırmada matematik öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerini incelemişlerdir. Tarama modeli ile yapılan araştırmaya 152 öğretmen adayı katılmıştır. Veri toplama aracı olarak şekil oluşturma ve kağıt katlama testleri kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının uzamsal görselleştirme becerilerinin oldukça düşük olduğu görülmüştür.

Yılmaz ve Argün (2013) yaptıkları çalışmada görselleştirmenin matematiksel genelleme sürecindeki önemini araştırmışlardır. Durum çalışması modeli ile yapılan çalışmaya 5 öğretmen adayı katılmıştır. Öğretmen adaylarına 3 aşamadan oluşan 4 durum verilmiş ve genellemelere ulaşmaları beklenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının görselleştirmelere sıklıkla başvurduğu ve farklı görsel imajlara sahip oldukları görülmüştür. Kullanılan görsellerin genelleme sürecinde kavramlar arasındaki bağlantıları tamamlamada önemli bir yere sahip olduğu görülmüştür.

Ergan (2018) yaptığı çalışmasında ilkokul öğrencilerinin problem çözerken hangi tür görsel temsilleri kullandıklarını araştırmıştır. Bunun için işlemsel, şematik ve resimsel olmak üzere üç temsil türü belirlenmiştir. 162 dördüncü sınıf öğrencisi ile yürütülen çalışmada veriler 12 sözel matematik problemi ile toplanmıştır. Çalışma bulgularına göre şematik temsil kullanan öğrencilerin probleme %84,7 oranında, resimsel temsil kullanan öğrencilerin %8,1 oranında ve işlemsel temsil kullanan öğrencilerin %32,4 oranında doğru cevap verdiği görülmüştür. Bu bulgulardan da problem çözerken şematik görsel kullanan öğrencilerin problemi doğru çözme ihtimalinin yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Şahin (2019) yaptığı çalışmasında öğrencilerin kesirler konusunda problemlerde temsil kullanmalarını ve temsiller arası geçişlerini incelemiştir. Çalışma 6, 7, 8. sınıf 131 öğrenci ile yürütülürken çalışmanın verileri 8 maddelik uygulama sorularından oluşan form ile toplanmıştır. Kullanılan temsiller dilbilimsel temsil, görsel temsil ve sembolik temsil olmak üzere üç temsil türü bağlamında incelenmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin en çok görsel temsil kullandığı, en çok zorlandıkları temsil türünün sembolik temsil olduğu ve öğrencilerin temsilleri ayrı ayrı bildikleri ancak temsiller arası geçişte zorlandıkları görülmüştür.

Özsoy (2018) yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının sözel problemlerin pedagojik çözümünde kullandıkları görsel türlerini araştırmıştır. Çalışma matematik öğretimi dersini alan 55 sınıf öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Hazırlanan sözel bir problem öğretmen adaylarından öğretim sürecini ve uygun stratejileri göz önünde bulundurarak çözmeleri istenmiş, elde edilen veriler içerik analizine tabi tutulmuştur. Öğretmen adayları tarafından kullanılan şematik ve resimsel temsil türleri belirlenmiştir.

Araştırma sonucunda uzamsal becerileri yüksek olan öğretmen adaylarının daha çok şematik temsiller, uzamsal becerileri düşük olan öğretmen adaylarının daha çok resimsel temsilleri kullanma eğiliminde oldukları görülmüştür.

Küçük (2019) matematik dersinde yazma etkinlikleri yapmış ve problem çözme becerisi, matematik tutumu ve matematik kaygısına etkisini araştırmıştır. Çalışma sonucunda yazma etkinliklerinin problem çözme başarısına, matematik dersine yönelik tutuma ve matematik kaygısına anlamlı ölçüde olumlu etkisi olduğu bulunmuştur.

Tanrıseven (2000) problem çözme stratejisi olarak dramatizasyon stratejisi ile öğretim yapmış ve öğrenci başarısına ve hatırlama düzeyine etkisini incelemiştir. Araştırma sonucunda dramatizasyon stratejisinin öğrencilerin problem çözme başarısını anlamlı derecede artırdığı görülmüştür. Dramatizasyon hatırlamayı olumlu etkilemektedir. Ayrıca problem çözme başarısı öğrencinin derslerine yardım eden kişilere, konuları tekrar sıklığına göre, çalışma şekline göre değişmektedir. Problem çözme başarısı probleme uygun şekil ya da şema çizme sıklığına göre farklılaşmaktadır.

İsrael (2003) öğrencilerin problem çözme stratejilerini başarı düzeyi, cinsiyet ve sosyo-ekonomik düzey açısından incelemiştir. Araştırma sonucunda problem çözme stratejileri ile başarı düzeyi, sosyo-ekonomik düzey ve cinsiyet arasında ilişkiler olduğu bulunmuştur.

Ayaz (2009) yaptığı çalışmada öğretim programının öğrencilerin problem çözme tutumlarını, algılarını, problem çözme başarılarını nasıl etkilediğini araştırmıştır. Araştırma sonucunda öğretim programının öğrenci tutumlarını olumlu etkilediği ama istenen etkinin görülmediği bulunmuştur. Ayrıca problem çözme seviyesi olarak düşük seviyedeki öğrencilerin problemi anlama aşamasında, orta seviye öğrencilerin değerlendirme aşamasında zorlandıkları görülürken yüksek seviye öğrencilerin hiçbir aşamada zorlanmadığı bulunmuştur.

Önal (2015) yaptığı çalışmada bağlamsal problemlerin çözümünde problem çözme stratejisi öğretiminin öğrencilerin matematiksel başarı ve tutumuna etkisini araştırmıştır. Problem çözme stratejisi öğretiminin, öğrencilerin başarılarını ve

öğrenilen bilginin kalıcılığını olumlu düzeyde etkilediği ancak tutum üzerinde herhangi bir etkisinin olmadığı tespit edilmiştir.

Kütük (2019) yaptığı çalışmada problem çözme becerileri ile ev ve aile ile ilişkili faktörler, okul türleri ve duyuşsal değişkenlerle arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırmada okul türü ve problem çözme becerisi arasında ilişki bulunurken anne eğitim durumunun da problem çözme becerisini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Gardener vd. (2013) yaptıkları çalışmada farklı yetenek seviyelerine sahip öğrencilerin sözel matematik problemlerini çözerken diyagramları nasıl kullandıklarını araştırmışlardır. Çalışma 4, 5, 6, 7. sınıf toplam 95 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışma sonucunda öğrenme güçlüğü çeken öğrencilerin ortalama diyagram kullanımı bakımından akranlarından farklı olmadığı ancak akranlarına göre daha zayıf yapıda diyagramlar oluşturdukları ve oluşturdukları diyagramları da etkili kullanamadıkları görülmüştür.

Hegarty ve Kozhevnikov (1999) 6. sınıf (12yaş) 33 öğrenci ile yaptıkları çalışmada öğrencilerin görsel uzamsal becerilerinin matematikte problem çözme becerilerine etkisini araştırmışlardır. Araştırmacılar önce görsel temsilleri şematik temsiller ve resimsel temsiller olarak 2'ye ayırmışlardır. Şematik temsiller problemde tanımlanan ilişkilere odaklanan temsiller olarak kodlanırken, resimsel temsiller problemde tanımlanan nesnelerin yalnızca görünümlerine odaklanan temsiller olarak kodlanmıştır. 15 problem tek tek öğrencilere bireysel olarak çözdürülmüştür. Çözümlerde kullanılan görsel temsiller şematik ve resimsel olarak kodlandıktan sonra yapılan analizler sonucunda; şematik temsil kullanımının matematik problemi çözme başarısı ile pozitif ilişkili olduğu, resimsel temsil kullanımın ise matematik problemi çözme başarısı ile negatif ilişkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ahmad vd. (2010) yaptıkları çalışmada görsel temsillerin kullanımını incelemiştir. Çalışmada Hegarty ve Kozhevnikov (1999) tarafından kullanılan yöntem ve enstrümanları uyarlamışlar. Ortaokul 381 öğrenci ile yapılan çalışmada öğrencilerin çok azının problemleri resimsel temsil ile çözdükleri, öğrencilerin büyük

çoğunluğunun problem çözerken şematik şekilleri kullandıkları sonucuna ulaşmışlardır.

Pantziara vd. (2004) problem çözme sürecinde diyagramların rolünü araştırmışlardır. Araştırma 12 yaş düzeyinde 194 öğrenci ile yapılmıştır. Öğrencilere 2 tip test uygulanmıştır. A testi için öğrencilerin problemi istedikleri şekilde çözmeleri istenirken, B testi için, verilen problemlere ilave olarak bu problemleri temsil eden diyagramları verilmiş ve çözmeleri istenmiştir. Araştırma sonuçları, iki test arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur. Yani araştırma diyagramların bulunmasının öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözme yeteneğini artırmadığını göstermektedir.

Styliano ve Silver (2004) ileri matematiksel problem çözmede uzman-acemi davranışlarından yola çıkarak görsel temsillerin rolünü incelemişlerdir. Araştırma 2 bölüm halinde gerçekleştirilmiştir. İlk bölümde uzman ve acemi problem çözücülerin görsellerin problem çözmedeki rollerine dair algılarını belirlemeye yönelik gerçekleştirilmiştir. Buna göre acemi problem çözücüler genellikle görsel temsillerin daha çok geometri problemleri için yararlı olacağını belirtirken, uzmanlar daha geniş bir yelpazedeki problemlere uygulanabileceğini ifade etmişlerdir. 2. bölümde ise problem çözme sırasında kullanılan görsel temsillerin sıklığını, niteliğini ve işlevini belirlemek için problem çözümleri yaptırılıp analiz edilmiştir. Uzmanlar görsel temsilleri acemilerden daha sık kullanır ve bunları problem alanını nitel olarak keşfetmek, problem durumunun daha iyi anlaşılmasını sağlamak ve çözüm planlama ve problem çözme faaliyetlerini yürürlüğe koymaya yönlendirmek için dinamik olarak kullanırlar. Aksine, acemiler tipik olarak görsel temsilleri çok az kullanırlar. Ayrıca acemi çözücüler görsel temsilleri işlevsel ve verimli bir şekilde kullanamazlar.

Boonen vd. (2016) öğretmenlerin rutin olmayan kelime problemlerini çözmeyi desteklemek için görsel sunumları kullanma şekillerini incelemişlerdir. Bunun için öğretmenlere görsel temsillerle ilgili kısa bir eğitim verilmiş ve bu eğitimler sonucunda öğretmenler bu temsiller hakkında bilgi sahibi olmuşlardır. Daha sonra bu öğretmenlerin doğal sınıf ortamında bu bilgilerini nasıl kullandıkları incelenmiştir. Ancak öğretmenler daha çok problemi anlama, görselleştirme ve plan yapma

aşamalarına odaklanmaları beklenirken daha önceden alışkın oldukları problemi anlama ve hesaplama adımlarına daha fazla odaklanmışlardır. Öğretmenlerin görsel temsilleri sıkça kullandığı ancak görsel temsillerin problem metninin bağlamını yansıtma konusunda yetersiz olduğu ve temsil çeşitliliği bakımından da kısıtlı bazı temsilleri kullandıkları görülmüştür. Ayrıca kelime problemlerini çözmeyi desteklemek için görsel temsillerin kullanımına öğretmen eğitimi ve öğretmen profesyonelleştirme programlarında daha fazla önem verilmesi gerektiği sonucuna da ulaşılmıştır.

Alvi vd. (2016) 9. sınıf öğrencilerinin problem çözmede karşılaştıkları güçlükleri araştırmışlardır. Çalışmayı Mayer (1985)'in problem çözmeye büyük ölçüde problem temsilinden ve problem çözümünden etkilenen bir süreç olarak yaklaşan bir çerçeveye oturtmuşlardır. Çalışma 9. sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözmeyi, matematiksel kurallara, denklemlere ve diğer prosedürlere odaklanarak mekanik, sistematik ve çoğu zaman bağlamsız veya soyut bir beceri seti olarak gördüklerini ve bunlarla meşgul olduklarını göstermektedir. Öğrencilerin problem çözmeyi matematikten ayrı bir varlık olarak görme eğiliminde oldukları, görsel olmayan kanıtlara ve sayısal açıklamalara verilen öğretimsel odaklanmadan dolayı problemi görselleştirmedikleri bundan dolayı da problemi anlamadıkları, kavramsallaştıramadıkları görülmüştür. Sonuç olarak öğrencilerin problem ifadesini anlamlandırma, kavramsal anlama, bağlamsallaştırma, problemin görselleştirilmesi ve eleştirel düşünme ve akıl yürütme olmak üzere beş ana nedenden ötürü matematiksel kelime problemlerini çözmede zorlandıkları ortaya konmuştur.

Zahner ve Corter (2010) öğrencilerin olasılık kelime problemlerini çözümlerinde dış temsillerin, özellikle de görsel uzamsal temsillerin rollerini araştırmışlardır. Çalışma 34 acemi öğrenci ile 6 olasılık sorusu üzerinde hem yazılı hem de sözlü yapılandırılmış görüşme ile yapılmıştır. Çalışma, harici bir görsel temsilin, ancak uygun bir temsil seçildiğinde olasılık probleminin çözülmesini kolaylaştırabileceğini göstermektedir. Harici görsel temsillerin genellikle problemi matematiksel olarak temsil etme ve bir çözüm stratejisi bulma aşamalarında oluşturulduğu ve kullanıldığını görülmüştür. Ayrıca, resimsel temsillerin genellikle problem metninin ilk aşamasında

oluşturulduğu, tabloların ise bazen çözümün hesaplanması sırasında oluşturulduğu görülmüştür.

Mohoney (2012) Singapur'un "model çizimi" veya "çubuk modelleme" olarak da bilinen Model Yöntemi'nin, problem çözme performansı üzerindeki etkilerini incelemiştir. Çalışma üçüncü ve dördüncü sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Çalışmada kullanılan Model Yöntemi, Mayer (1985)'in problem temsil aşaması ile problem çözüm aşaması arasında, verilerin bir model çizilmesi ile görselleştirilmesi şeklinde bir köprü kurulmasına dayanan bir problem çözme modeli olarak tanımlanmıştır. Sadece model çizimi ile ilgili yapılan öğretim müdahalesi, Mayer (1985)'in temsil aşaması bilişinin kalitesini derinleştirerek şematik problem gösterimleri oluşturmalarına izin vermiş ve bu temsillerin çizimi, katılımcıların problemdeki miktarlar ve değişkenler arasındaki ilişkileri anlamalarını sağlamıştır.

Hoogland vd. (2018) bağlamsal matematiksel problemlerde problem metininin, metni tasvir edici bir temsille değiştirilmesinin öğrencilerin problem çözme performansı üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Çalışma 10-20 yaş arası 31 842 öğrenciyle yapılmıştır. Seçilen bir dizi kelime probleminin metnindeki ifadelerin, tasvir edici bir görsel ile değiştirilmesi öğrencilerin problem çözme başarılarını olumlu yönde etkilemiştir.

Van Gardener vd. (2014) öğrenme güçlüğü olan ve yüksek başarı seviyesine sahip öğrencilerin matematik problemlerini çözmek için bir görselleştirme formu olan bir diyagram kullanırken karşılaştığı güçlükleri incelemişlerdir. Çalışmaya farklı sınıf seviyelerinden öğrenme güçlüğü çeken 16 öğrenci, yüksek başarı seviyesine sahip 12 öğrenci katılmıştır. Çalışmada sonuç olarak öğrencilerin hiçbiri bir diyagramın ne olduğunu ve nasıl faydalı olabileceğini belirleyemedi. Öğrencilerin çoğu diyagramları kullanmaya değer bulmadı. Doğru bir diyagram oluşturmada öğrenme güçlüğü olan öğrenciler daha fazla zorlanmışlardır. Ayrıca yüksek başarı seviyesine sahip öğrencilerin daha büyük bir yüzdesi, diyagram kullanırken mantık yürütmekte zorlanmıştır.

Schneider vd. (2010) ortaokul öğrencilerinin diyagramatik stratejilerin kullanılabilirliği ve etkinleştirilmesi ile ilgili 2 deneyden oluşan bir çalışma yapmışlardır. Yedinci ve dokuzuncu sınıf toplam 131 öğrencinin katıldığı birinci deneyde katılımcılar rastgele 2 gruba ayrıldı. Amaç öğrencilerin diyagramatik stratejilerin bulunmamasından ne ölçüde etkilendiklerini göstermekti. Birinci gruba herhangi bir müdahalede bulunulmazken ikinci gruba metinleri nasıl özetleyeceklerine dair seçmekte özgür oldukları anahtar kelime seçme ve diyagram oluşturma stratejilerini içeren talimatlar verildi. Öğrencilere 6 tane metinden oluşan, her metnin bir dizi öğe arasındaki ilişkileri açıkladığı, bir kitapçık öğrencilere dağıtıldı ve istedikleri şekilde özet çıkarabilecekleri ve daha sonra kitapçıkların toplanıp bu metinlerle ilgili soruların sorulacağı söylendi. Sonuç olarak katılımcılar nadiren diyagramları kendiliğinden kullandılar. Bununla birlikte, anahtar kelimelerin ve diyagramların yararlılığına işaret eden müdahale, diyagramların kullanımını önemli ölçüde artırdı ve öğrencilerin çıkarımlarını güçlerini geliştirdi. Bu sonuçlar ortaokul öğrencilerinin diyagramatik temsil stratejileri olmadığını göstermektedir. İkinci deneyde ise 43 yedinci sınıf ve 38 dokuzuncu sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirildi. Deneyin başında, tüm öğrencilere anahtar kelime stratejisi ve diyagram stratejisi açıklandı. Amaç öğrencilerin diyagramatik performansını daha da artıp arttıramayacaklarıydı. Deney 1'deki ile aynı yöntemle veri toplandı ancak öğrencilerden 8 problemden problemlerin dördü için anahtar kelime veya diyagram yöntemini seçmekte serbesttirler; geri kalan dört problem için özellikle diyagram yöntemini kullanmaları istenmiştir. Deney sonucuna göre öğrenciler, diyagramatik bir temsil üretmeleri istendiğinde, diyagramlar ve anahtar kelimeler arasında seçim yapma özgürlüğüne göre daha doğru diyagramlar ürettiler. Bu nedenle, bu deney, öğrencilerin çeşitli temsili formlar hakkında geniş bilgiye sahip olduklarında bile, bunu genellikle kendiliğinden değil, sadece bunu yapmaları istendiğinde kullandıklarını göstermektedir.

3. YÖNTEM

Bilimsel araştırmalarda yöntem seçimi önemli bir aşamadır. Problem durumu ve araştırma sorularının hangi yöntemlerle araştırılacağı, kullanılacak araçlar, analiz yöntemleri araştırmanın sıhhatini, geçerliliğini ve güvenirliğini doğrudan etkilemektedir. Bu nedenle kullanılacak yöntemin araştırmanın amacına uygun olarak seçilmesi çok önemlidir.

Bu bölümde araştırma modeline, evrene, örneklem-çalışma grubuna, veri toplama araçlarına ve bu araçların geliştirilmesine, işlem yoluna, deneysel işlemlere, veri çözümleme tekniklerine yer verilecektir.

3.1 Araştırma Modeli

Bu araştırmada öğrencilerin görselleştirme ve görsel temsil becerilerini geliştirme amacıyla hazırlanan etkinliklerin problem çözme başarısına, problem çözmeye yönelik tutuma ve matematik dersine yönelik tutuma etkisi ile birlikte öğrencilerin genel problem çözme davranışlarını ve görsel temsil kullanma davranışlarını detaylı olarak incelemek amaçlanmıştır. Bu amaca yönelik olarak tek bir desen kullanmak mümkün olmayıp birden fazla yaklaşım kullanılmıştır. Bu yaklaşımlar detaylı olarak ele alınacaktır.

Bogdan ve Taylor (1975), eğitimsel araştırmada iki ana teorik yaklaşım tanımlarlar: Pozitivist ve etnografik. Pozitivist yaklaşım davranışa ve bireysel ilişkilere sebep-sonuç ilişkileri olarak bakar. Etnografik yaklaşımda elde edilen bilgiye araştırmacılar ve katılımcılar arasındaki etkileşimin bir ürünü olarak bakılır. Bu nedenle eğitimsel etnografi, okulu toplumdaki diğer kurumlar gibi kabul eder ve esas olan, okul deneyiminde teorilerin açığa çıkması ve anlaşılabilir olmasıdır. Bu araştırmada her iki durum kullanılmıştır.

Araştırma modeli, "araştırma amacına uygun ve ekonomik olarak verilerin toplanması ve çözümlenebilmesi için gerekli koşulların düzenlenmesi"'dir (Selltiz vd., 1959, Akt. Karasar, 2012). Koşullar tarama ve deneme yaklaşımları ile düzenlenir.

Tarama yaklaşımlarında geçmişte veya halen var olan durumun olduğu gibi betimlenmesi amaçlanır, herhangi bir şekilde değiştirme, etkileme çabası gösterilmez. Deneme modelleri ise, neden sonuç ilişkilerini belirlemeye çalışmak amacı ile doğrudan araştırmacının kontrolü altında, gözlenmek istenen verilerin üretildiği araştırma modelleridir. Gözlenmek istenen araştırmacı tarafından üretilir. Bir araştırmanın deneme sayılabilmesi için üç koşul düşünülür. 1. araştırmacı, değişkenleri değiştirebilmeli, 2. değiştirmeler kontrollü olmalı, 3. değişkenleri değiştirmesinin etkisini gözlemleyebilmeli. Bu araştırmada görselleştirme ve görsel temsil kullanma becerilerini geliştirmeye yönelik hazırlanan etkinlikler ile yapılan öğretimin, öğrencilerin problem çözme başarısına, problem çözmeye yönelik tutumuna ve matematik dersine yönelik tutumuna etkisinin nicel verilerle incelenmesi amaçlandığından deneme yaklaşımı kullanılmıştır.

Deneme modelleri üç grupta ele alınmaktadır. 1. Deneme öncesi, 2. Gerçek deneme, 2. Yarı deneme. Bu çalışmanın nicel kısmında deneme öncesi modellerden olan Tek grup ön test – son test modeli kullanılmıştır.

Tek grup ön test –son test modeli: Tek grup ön test – son test modelinde, rasgele seçilmiş bir gruba bağımsız değişken uygulanır. Ancak hem deney öncesi (ön test) hem de deney sonrası (son test) ölçmeler vardır. Modelin simgesel görünümü Şekil 3.1'deki gibidir. $O_{1.1}$ ile $O_{1.2}$ arasındaki farkın X'ten dolayı olduğu kabul edilir.

G_1	$O_{1.1}$	X	$O_{1.2}$

Şekil 3.1 Tek Grup Ön Test – Son Test Modeli Simgesel Görünüm

Bu kapsamda bu çalışmanın nicel kısmında öğrencilerin görselleştirme ve görsel temsil becerilerini geliştirme amacıyla hazırlanan etkinliklerin problem çözme başarısına, problem çözmeye yönelik tutuma ve matematik dersine yönelik tutuma etkisi tek grup ön test – son test modeli ile yapılmış olup desenin uygulanması Şekil 3.2'deki gibi gerçekleştirilmiştir.

Grup	Ön Ölçüm	Öğrenme Ortamı	Son Ölçüm
$G_{GDPÇÖ}$	→ Problem çözme Başarı testi (Ön test) →Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği (Ön test) →Matematik Tutum Ölçeği (Ön test)	Problem çözmede görselleştirme ve görsel temsil kullanma etkinlikleri uygulaması	→ Problem çözme Başarı testi (Son test) →Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği (Son test) →Matematik Tutum Ölçeği (Son test)

Şekil 3.2 Araştırmanın Nicel Bölümünün Uygulaması

Bu araştırmada ayrıca öğrencilerin genel problem çözme davranışları ve görsel temsil kullanma davranışları detaylı olarak incelenmek istenmiş bunun için de en elverişli yöntemin nitel araştırma modelleri olduğuna karar verilmiştir.

Nitel araştırma; belirli bir olgunun anlamlı ve betimleyici desenini ortaya çıkarmak için görüşmelerin ve metinlerin analiz edilmesini ve yorumlanmasını içeren bir araştırma türüdür (Denzin ve Lincoln, 2000; Auerbach ve Silverstein, 2003). Nitel yöntemle tasarlanmış araştırmalarda ele alınan konu hakkında derin bir kavrayışa ulaşma çabası vardır. Bu yönüyle araştırmacı bir kaşif gibi hareket ederek ilave sorularla gerçekliğin izini sürer ve muhatabının öznel bakış açısına önem verir (Karataş, 2015).

Dey (1993), "nitel analiz" olarak isimlendirdiği veri analizi sürecini betimleme, sınıflandırma ve ilişkilendirme olmak üzere üç bölümde inceler. Betimleme kişi, nesne ve olaylara ilişkin temel özelliklerin yazılı olarak ifade edilmesi, gözlenen davranışa yol açan temel gerekçelerin ve bu davranışın ardındaki niyetin ortaya çıkartılmasını da kapsayan bir süreçtir. Betimleme sürecinden sonra toplanan veriler belirli temalar çerçevesinde sınıflandırılır. Böylece araştırmacı veriler arasında bir karşılaştırma yapabilme olanağına kavuşmuş olur. Araştırmacı geliştirmiş olduğu temaları birbirleri ile ilişkilendirerek veri seti içerisinde yer alan değişkenler arasındaki ilişkileri ve farklılıkları inceler ve bu değişkenler arasında bağlantılar kurmaya çalışır.

Nitel araştırma desenlerinin farklı çeşitleri olmakla birlikte bu araştırmada, araştırmanın amacına uygun olarak durum çalışması deseninin kullanılması uygun görülmüştür. Durum çalışması problemin bir yönünün derinlemesine çalışılmasına imkan sağlar (Çepni 2014). Bu yöntem daha çok "nasıl", "niçin" ve "ne" soruları ile, araştırma sorusuna bağlı olarak bir durumun, olayın ya da sosyal bir olgunun derinlemesine ve tüm yönleriyle ortaya çıkarılması amacıyla kullanılır (Çepni 2014). Bu araştırmada öğrencilerin genel problem çözme davranışı ve problemi görselleştirme ve görsel temsil kullanma davranışları detaylı olarak incelenmek istenmiştir.

Sonuç olarak araştırmada nicel ve nitel verilerin birlikte olduğu karma yöntemin açıklayıcı deseni kullanılmıştır. Bu desende hipotezleri test etmek için önce nicel veriler toplanıp analiz edilir ve sonrasında bu verileri anlamlandırmak için nitel veriler toplanıp her iki veri bir arada kullanılarak yorumlama yapılır (Büyüköztürk vd., 2009). Bu araştırmada nicel veriler toplanmış, ardından bu verilerden yola çıkarak farklı problem çözme seviyesine sahip sekiz öğrenci belirlenmiş ve bu öğrencilerle problem çözmede görselleştirme ve görsel temsil kullanma davranışlarını incelemek amacıyla görüşmeler yapılmıştır.

3.2 Çalışma Grubu

Araştırmanın evrenini 2018-2019 eğitim öğretim yılında Batı Karadeniz Bölgesinde bir il merkezinin ilçelerinden birisinde Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı devlet okulunda öğrenim gören 8. Sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu araştırmanın nicel kısmında örnekleme yöntemi olarak basit seçkisiz örnekleme kullanılmıştır.

Araştırmada 8. sınıf seçmeli matematik uygulamaları dersini seçen 54 öğrenci ile çalışılmıştır. Araştırmanın seyrini değiştirebilecek bir durum (cinsiyet, başarı vb.) gözlenmemiştir. Grup aynı okula devam eden öğrencilerden oluştuğu için sosyo-ekonomik açıdan da bir farklılık gözlenmemiştir. Katılımcıların etik açıdan kendilerinin güvence altında oldukları konusunda bilgilendirmeler yapılmış, kişisel verilerinin hiçbir şekilde üçüncü şahıslarla paylaşılmayacağı güvence altına alınmıştır.

Araştırmaya katılan öğrencilerin demografik özelliklerine ilişkin frekans ve yüzde dağılımı Tablo 3.1 ’de verilmiştir.

Tablo 3.1 Öğrencilerin Cinsiyetlerine İlişkin Frekans ve Yüzde Dağılımı

Cinsiyet	Frekans	Yüzde
Kız	28	%52
Erkek	26	%48
Toplam	54	%100

Görüşme yapılacak öğrencilerin belirlenmesinde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu yönteme göre örneklemi oluşturan öğrenciler, evreni temsil edebileceği düşünülen farklı problem çözme başarı düzeyine sahip öğrencilerden seçilmiştir. Yapılan seçim Tablo 3.2’de belirtilmiştir.

Tablo 3.2 Mülakat Yapılan Öğrenciler ve Problem Çözme Başarı Puanları

Öğrenci	PÇBT Ön test Puanı %	PÇBT Son test Puanı %
$Ö_1$	76,9	96,1
$Ö_2$	57,6	100
$Ö_3$	50	84,6
$Ö_4$	19,2	61,5
$Ö_5$	34,6	57,6
$Ö_6$	26,9	46,2
$Ö_7$	19,2	19,2
$Ö_8$	26,9	11,5

3.3 Veri Toplama Araçları

Araştırmada veri toplama aracı olarak öğrencilerin problem çözme başarılarını değerlendirmek amacıyla hazırlanan Problem Çözme Başarı Testi (PÇBT), öğrencilerin problem çözmeye yönelik tutumlarını ölçmek amacıyla Çanakçı (2008) tarafından geliştirilen Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği (MPÇTÖ) ve öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarını ölçmek amacıyla Nazlıçiçek ve Erktin (2002) tarafından kısaltılan Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ) kullanılmıştır.

Ayrıca öğrencilerin problem çözme davranışlarını ve görsel temsil kullanma davranışlarını detaylı inceleyebilmek amacıyla 8 öğrenci ile görüşmeler yapılmış ve kayda alınmıştır. Belirtilen veri toplama araçları ile ilgili detaylı bilgi verilecektir.

İlk veri toplama aracı olan Problem Çözme Başarı Testi öğrencilerin problem çözme başarılarını, problem görselleştirme etkinliklerinden önce ve sonra ölçüp karşılaştırmak amacıyla, literatür desteği ile araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Taslak olarak 35 sorudan oluşturulan test geçerlik ve güvenirliğini sağlamak amacıyla önce alanında uzman 3 matematik öğretmeni ve 2 akademisyene inceletilip gelen dönütler neticesinde soru sayısı 26'ya düşürülmüş, soru köklerinde çeşitli düzenlemelere gidilmiştir. Düzenlenen test çoğunluğu adrese dayalı öğrenci alan liselerin 9. sınıflarında öğrenim gören 335 öğrenci üzerinde uygulanmıştır. Uygulama neticesinde elde edilen istatistikler Tablo 3.3'te verilmiştir.

Tablo 3.3 Problem Çözme Başarı Testi Madde İstatistikleri

Soru	Madde Ayırt Ediciliği	Madde Güçlüğü	Madde Silindiğinde Cronbach's Alpha
1	0,45	0,41	0,747
2	0,40	0,31	0,748
3	0,49	0,34	0,747
4	0,63	0,43	0,738
5	0,20	0,14	0,753
6	0,18	0,19	0,76
7	0,24	0,15	0,754
8	0,25	0,43	0,76
9	0,51	0,36	0,742
10	0,36	0,27	0,749
11	0,25	0,14	0,748
12	0,40	0,70	0,747
13	0,40	0,28	0,747
14	0,38	0,25	0,745
15	0,40	0,27	0,746
16	0,18	0,11	0,753
17	0,37	0,49	0,755
18	0,47	0,30	0,743
19	0,56	0,35	0,742
20	0,60	0,33	0,739
21	0,23	0,13	0,75
22	0,12	0,06	0,753
23	0,20	0,35	0,76
24	0,62	0,41	0,738
25	0,27	0,74	0,753
26	0,33	0,39	0,753
ORTALAMA	0.36	0,32	

Madde analizinde güçlük ve ayırıcılık indekslerinin değerleri için tüm uzmanların üzerinde anlaştığı belli aralıklar bulunmamaktadır. Bununla birlikte bir teste ait maddelerin madde güçlük indekslerinin 0,20 ile 0,80 arasında olması ve testin ortalama güçlüğünün ise 0,50 civarında, ayırıcılık indeksinin ise 0,30'dan yüksek olması istenen bir durumdur (Çepni vd., 2012, Akt. Küçükalioğlu, 2017).

Testin Cronbach's Alpha güvenirlik katsayısı 0,75 bulunmuştur. Bu değer bir testin güvenilir bir test sayılabilmesi için gerekli alt sınır olarak kabul edilen 0,70'ten büyük olduğundan elde edilen testin güvenilir bir test olduğu söylenebilir. Nihai testin ortalama güçlük indeksi 0,32 ve ortalama ayırt edicilik indeksi 0,36 olarak bulunmuştur. Bu sonuçlara göre geçerli, güvenilir ve kullanılabilir bir başarı testi elde edilmiştir.

Sonuç olarak geliştirilen nihai test 26 çoktan seçmeli sorudan oluşmaktadır. Testteki sorular 5 temel öğrenme alanından 8. sınıfa kadar öğretim programlarında yer alan 4 öğrenme alandan görsel temsil kullanma ve temsil yorumlamaya uygun sorulardan oluşmaktadır. Olasılık öğrenme alanı 8. sınıfa kadarki öğretim programlarında yer almadığı için teste dahil edilmemiştir. Testteki soruların öğrenme ve alt öğrenme alanlarına göre dağılımları Tablo 3.4'te gösterilmiştir.

Tablo 3.4 Problem Çözme Başarı Testi Sorularının Öğrenme Alanlarına Dağılımı

ÖĞRENME ALANI	ALT ÖĞRENME ALANI	SORU SAYISI	ÖĞRENME ALANI SORU SAYISI
Sayılar ve İşlemler	*Doğal Sayılarla İşlemler*	3	9 Soru
	Kesirler	1	
	Ondalık Gösterim	1	
	Yüzdeler	1	
	Çarpanlar ve Katlar	1	
	Tam Sayılarla İşlemler	1	
	Oran ve Orantı	1	
Cebir	*Eşitlik ve Denklem*	6	8 Soru
	Doğrusal Denklemler	1	
	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler	1	

Tablo 3.4'ün devamı

Geometri ve Ölçme	*Üçgen ve Dörtgenler*	1	5 Soru
	Uzunluk ve Zaman Ölçme	1	
	Alan Ölçme	1	
	Açılar	1	
	Çember ve Daire	1	
Veri İşleme	*Veri Analizi*	4	4 Soru
TOPLAM			26 Soru

Araştırmada ikinci veri toplama aracı olarak öğrencilerin etkinliklerle birlikte problem çözmeye yönelik tutumlarındaki değişimi incelemek amacıyla Çanakçı (2008) tarafından geliştirilen Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği (MPÇTÖ) kullanılmıştır. Ölçek 5'li likert tipinde olup "öğretim" ve "hoşlanma" olmak üzere 2 boyut ve 19 maddeden oluşmaktadır.

Araştırmada üçüncü veri toplama aracı olarak öğrencilerin etkinliklerle birlikte matematik dersine yönelik tutumlarındaki değişimi incelemek amacıyla ilk hali Erol (1989) tarafından geliştirilen ve Nazlıçiçek ve Erktin (2002) tarafından kısaltılarak yeniden düzenlenen Matematik Tutum Ölçeği kullanılmıştır. Ölçek 5'li likert tipinde olup 20 maddeden oluşmaktadır. Ölçek "Matematikte algılanan başarı düzeyi", "Matematiğin algılanan yararları" ve "Matematik dersine olan ilgi" olmak üzere 3 boyuttan oluşmaktadır.

Araştırmada kullanılan son veri toplama aracını ise öğrencilerin problem çözme davranışlarını ve görsel temsil kullanma davranışlarını derinlemesine incelemek amacıyla yapılan görüşmelerin video kayıtları oluşturmaktadır.

3.4 Uygulama süreci

Çalışmada öncelikle 4 öğrenme alanında problemlerden oluşan görselleştirme etkinlikleri hazırlanmıştır. Hazırlanan etkinliklerin konu alanları ve etkinlik sayıları aşağıdaki Tablo 3.5'te gösterilmiştir.

Tablo 3.5 Problem Çözmede Görselleştirme Etkinliklerinin Öğrenme Alanlarına Dağılımı

ÖĞRENME ALANI	ETKİNLİK SAYISI
Sayılar ve İşlemler	10 Etkinlik
Cebir	8 etkinlik
Geometri ve Ölçme	5 etkinlik
Veri İşleme	4 etkinlik
TOPLAM	27 etkinlik

Etkinlikler hazırlandıktan sonra Problem Çözme Başarı Testi (PÇBT), Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği (MPÇTÖ) ve Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ) örnekleme ön test olarak uygulanmıştır. Ön testler uygulandıktan sonraki haftadan itibaren hazırlanan etkinlikler aşağıdaki plan dahilinde matematik uygulamaları dersinde 12 hafta boyunca uygulanmıştır.

Tablo 3.6 Problem Çözmede Görselleştirme Etkinlikleri Uygulama Planı

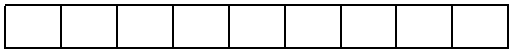
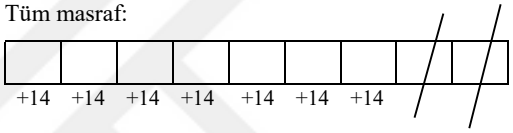
Çalışma Düzeni	Uygulama	Öğrenme Alanı	Süre
1.hafta	Problem Çözme Adımları ve Problem Çözme Stratejileri Bilgilendirme	-	2 ders saati
2.hafta	Dönme Dolap Etkinliği Günlük İşler Etkinliği Sınav Sonuç Listesi Etkinliği	Sayılar ve işlemler	2 ders saati
3.hafta	Ağrı Dağına Tırmanıyorum Etkinliği Buzdolabı Etkinliği Okulumuz Etkinliği	Sayılar ve işlemler	2 ders saati
4.hafta	İndirim Sezonu Etkinliği Fatura Ödüyorum Etkinliği	Sayılar ve işlemler	2 ders saati
5.hafta	Ağaç Dikiyoruz Etkinliği Hastane Nöbeti Etkinliği	Sayılar ve işlemler	2 ders saati
6.hafta	Alışveriş Etkinliği Yakıt Deposu Etkinliği Yarış Pisti Etkinliği	Cebir	2 ders saati
7.hafta	Gezi Etkinliği Sürahi Etkinliği Alan-Çevre Etkinliği	Cebir	2 ders saati
8.hafta	Taksimetre Etkinliği İş Başvurusu Etkinliği	Cebir	2 ders saati
9.hafta	Lunapark Etkinliği Penisilin Etkinliği	Veri işleme	2 ders saati
10.hafta	Sevdiğim Dersler Etkinliği Öğrenciler Etkinliği	Veri işleme	2 ders saati
11.hafta	Tekerlek Etkinliği Pizza Etkinliği	Geometri ve ölçme	2 ders saati
12.hafta	Kulübe Etkinliği Kaldırım Etkinliği Parseller Etkinliği	Geometri ve ölçme	2 ders saati

Yapılan etkinliklerde öğrencilere genel problem davranışı kazandırmanın yanında esas olarak, bir problemin nasıl anlaşılması gerektiği, problem metninde verilen ifadelerin nasıl yorumlanacağı, yorumlanan ifadelerin nasıl dışsal temsillere -özellikle görsel temsillere- dönüştürüleceği üzerinde durulmuştur. Burada öğrencilerin, Mayer (2006)'in bahsettiği bilgi türlerinden olan olgusal bilgilerini ve strateji bilgilerini geliştirmek amaçlanmıştır. Olgusal bilgi, öğrencilerin ilişkisel ve bağlamsal durumları yorumlamalarını ilgilendiren bilgi türüdür (Mayer 2006). Örneğin "bu üniversitede profesörlerin altı katı öğrenci var" ifadesinin bir denklemle yazılması istendiğinde öğrenciler genellikle 6Ö=P denklemini kurmaktadır. Bu durum öğrencilerin ilişkisel durumları temsil etmekte zorlandıklarını göstermektedir. Yapılan etkinliklerle buna benzer ilişkisel ve bağlamsal durumların bilgisi olan olgusal bilgi kullanma deneyimlerini özellikle görsel temsil bağlamında geliştirilmesi amaçlanmıştır. Strateji bilgisi ise problem çözmede kullanılan bazı buluşsal stratejileri kullanma bilgisidir. Görselleştirme bu stratejilerden biridir ve başka stratejilere de yardımcı olabilecek önemli bir stratejidir. Görselleştirme ve görsel temsil ifadesi ile problem metnine uygun şekil, şema, diyagram, tablo, grafik vs. gibi her türlü çizim kastedilmektedir. 2. bölümde detaylıca anlatıldığı üzere öğrenciler için problemi daha iyi anlamayı sağlaması, plan yapmayı ve başka stratejilerin görülmesini kolaylaştırması, çözüme giden yolu göstermesi açısından önemli görülmektedir.

Etkinlikler uygulanırken etkinlik kağıtları öncelikle öğrencilere dağıtılıp kendi istedikleri bir yoldan ve görsel temsil kullanarak ayrı ayrı çözüm ve çizimlerini yapmaları istenmiş, belli bir süre beklendikten sonra toplanmıştır. Ardından öğrencilerle problemin tamamı okunarak her bir cümlesi üzerinde tartışmalar yapılmıştır. Yapılan yorumlamalardan ortaya çıkabilecek farklı temsil türleri ve görsel temsiller tahtaya yazılmış/çizilmiştir. Buradan çözüme nasıl ulaşılabileceğine dair plan tartışmaları yapılmıştır. Uygulanabilecek farklı planlar tahtaya yazılarak çözümler yapılmıştır. Etkinliklerin uygulamaları ile ilgili bir örnek Tablo 3.7'de gösterilmiştir. Tablo 3.7'de gösterilen adımlarda odak noktalar birinci ve ikinci adımlardır. Bu adımlarda problem cümlelerinin nasıl yorumlanacağı ve temsil edileceği üzerine tartışmalar yapılmıştır.

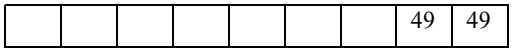
Tablo 3.7 Problem Çözmede Görselleştirme Etkinlik Örneği

<table>
<tr><td colspan="3">GEZİ ETKİNLİĞİ: 9 arkadaş masraflarını eşit olarak karşılayacakları bir gezi düzenlediler. 2 kişi katılmayınca bir kişiye düşen masraf 14 lira arttı. Buna göre gezide yapılacak toplam masraf kaç lira olur?</td></tr>
<tr><td>1. Problemin tamamını okuma verilenleri istenenleri belirleme</td><td>-9 arkadaş masraflar eşit
- 2kişi gelmeyince kişi başı masraf 14 lira arttı
-toplam masraf soruluyor</td><td>Problem şeması (problem tipi):
Para hesaplama</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2. Cümle cümle yorumlama, yorumları bir araya getirme ve temsil

Kavramsal bilgi
Olgusal bilgi
Strateji bilgisi</td><td>9 arkadaş masraflar eşit paylaşılacak</td><td>Belli miktar masrafı 9 kişi eşit paylaşacak.
Kullanılabilecek temsil örnekleri:
Tüm masraf:

Tüm masraf → 9x</td></tr>
<tr><td>2 kişi katılmayınca bir kişiye düşen masraf 14 lira arttı</td><td>Aynı masrafı 7 kişi üstlenecek ancak her biri 14 lira fazla. Önceki cümle ile bağlantılı kullanılabilecek temsil örnekleri:
Tüm masraf:


Tüm masraf → 7. (x+14)</td></tr>
<tr><td>3. Çözümün planlanması

4. Çözümün yürütülmesi

Prosedürel bilgi</td><td></td><td>2 kişi katılmayınca 2 kişinin masrafını 7 kişi 14’er lira fazla ödeyerek karşılamış:
7*14= 98 tl iki kişinin masrafı
98:2=49 tl bir kişinin masrafı


49*9= 441 tl toplam masraf
Veya
9x = 7(x+14)
9x = 7x+ 98
2x = 98 → x=49 tl bir kişi
Tüm masraf 9x
9*49=441 tl</td></tr>
</table>

Yapılan etkinliklerden sonra ön test olarak uygulanan PÇBT, MPÇTÖ ve MTÖ tekrar uygulanarak ön testlerle arasındaki değişim incelenmiştir. Ardından öğrencilerin problem çözme, problemi görselleştirme ve görsel temsil kullanma davranışları görüşmeler vasıtası ile detaylıca incelenmiştir.

3.5 Veri Analizi

Araştırmanın nicel verileri SPSS v.22 programında bazı testler kullanılarak analiz edilmiştir. Bu program kullanılarak yapılan analizler şu şekildedir:

Tablo 3.8 Araştırmada Nicel Verilerin Analizinde Kullanılan Analiz Yöntemleri

Veri	Uygulanan Test	
PÇBT (Başarı Testi)	Verilerin normal dağılıp dağılmadığı:	Kolmogorov-Smirnov Testi
	Ön test-Son test arasındaki fark:	Wilcoxon İşaretli Sıra Testi
	Cinsiyete göre fark:	Mann Whitney U Testi
	Anne-Baba eğitim durumuna göre fark:	Kruskal Wallis Testi
MPÇTÖ (Tutum Ölçeği)	Verilerin normal dağılıp dağılmadığı:	Kolmogorov-Smirnov Testi
	Ön test-Son test arasındaki fark:	Bağımlı Örneklem t Testi
	Cinsiyete göre fark:	Bağımsız Örneklem t Testi
	Anne-Baba eğitim durumuna göre fark:	ANOVA Testi
MTÖ (Tutum Ölçeği)	Verilerin normal dağılıp dağılmadığı:	Kolmogorov-Smirnov Testi
	Ön test-Son test arasındaki fark:	Bağımlı Örneklem t Testi
	Cinsiyete göre fark:	Bağımsız Örneklem t Testi
	Anne-Baba eğitim durumuna göre fark:	ANOVA Testi

Problem çözme başarı testi verilerinin, yapılan test sonucunda normal dağılım göstermediği görüldüğünden bu test verileri üzerindeki incelemeler parametrik olmayan testlerle yapılmıştır. MPÇTÖ ve MTÖ verileri ise yapılan normallik testi sonuçlarına göre normal dağılım gösterdiğinden ve parametrik test şartlarını sağladığından parametrik testlerle incelenmiştir.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen veriler ise betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Betimsel analizde veriler önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenir. Daha sonra yapılan bu betimlemeler açıklanır ve yorumlanır, neden sonuç ilişkileri irdelenir ve birtakım sonuçlara ulaşılır. Bu analiz yönteminde görüşülen ya da gözlenen bireyin görüşlerini çarpıcı bir biçimde yansıtmak için doğrudan alıntılara sıkça yer verilir (Çepni, 2014). Görüşmelerde öğrencilerin genel problem çözme davranışı, görsel bir temsil tercih edip etmediği, görsel temsil tercih ediyorsa ne çeşit görsel temsil kullandığı, görsel temsili problem çözmenin hangi basamağında hangi amaçla ve nasıl kullandığı gibi noktalara odaklanarak analiz edilmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmada elde edilen veriler analiz edilerek araştırma problemi ve alt problemlerine ait bulgular ortaya konmaya çalışılacaktır.

1. Alt Probleme İlişkin Bulgular: Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik başarıları** ile ilgili, ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Araştırmada; 8.sınıf öğrencileri ile yapılan problemi görselleştirme ve görsel temsil kullanmaya odaklanan etkinliklerin öğrencilerin problem çözme başarılarına etkisini belirlemek amacıyla etkinliklerden önce ve etkinliklerden sonra Problem Çözme Başarı Testi (PÇBT) uygulanmıştır. Testlerden elde edilen sonuçlar Tablo 4.1'de gösterilmiştir.

Tablo 4.1 PÇBT Ön Test ve Son Test İstatistikleri

	N	Aritmetik Ortalama	Aritmetik Ortalama %	Standart sapma
Başarı testi ön test	54	7,78	29,91	4,65
Başarı testi son test	54	11,83	45,51	6,73

Tablo 4.1'e göre araştırmaya katılan 54 öğrencinin 26 soruluk ön testte doğru sayılarının aritmetik ortalaması 7,78 ve 100 üzerinden puan ortalaması 29,91 iken etkinliklerden sonra yine aynı testin son test olarak uygulanması sonucu doğru sayılarının aritmetik ortalaması 11,83'e, 100 üzerinden puan ortalaması ise 45,51'ye yükselmiştir. Elde edilen ön test ve son test puanları arasındaki farkın, istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığının belirlenmesi gerekir. Uygun analiz yöntemini belirlemek için öncelikle verilerin parametrik varsayımlardan olan verilerin normal dağılıp dağılmadığına bakılmıştır. Veri sayısı 50'den büyük gruplarda Kolmogorov-Smirnov Testi uygulanması tavsiye edilmektedir (Büyüköztürk, 2007).

Tablo 4.2 PÇBT Ön Test ve Son Test Kolmogorov-Smirnov Normallik Testi Sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov		
	Statistic	df	Sig.
Başarı testi ön test	0,177	54	0,000
Başarı testi son test	0,182	54	0,000

Tablo 4.2'de görülen Kolmogorov-Smirnov Testi sonuçlarına göre verilerin normal dağılmadığı görülmektedir. Bu yüzden parametrik olmayan testlerden bir grubun iki farklı ölçümünü karşılaştırmak için kullanılan Wilcoxon İşaretli Sıra Testi uygulanmış ve sonuçlar Tablo 4.3'te gösterilmiştir.

Tablo 4.3 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanları Wilcoxon İşaretli Sıra Testi Sonuçları

		N	MeanRank	Sum of Ranks	Z	Asymp. Sig. (2-tailed)
Son Test-Ön Test	Neg.Ranks	6[a]	9,50	57,00	-5,542[d]	**0,000**
	Pos.Ranks	43[b]	27,16	1168,00		
	Ties	5[c]				
	Total	54				

Tablo 4.3'te görülen analiz sonuçlarına göre öğrencilerin PÇBT ön test ortalamaları ile PÇBT son test ortalamaları arasında son test lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma vardır ($p<0,05$). Yani yapılan görselleştirme ve görsel temsil kullanma etkinliklerinin öğrencilerin problem çözme başarılarını istatistiksel olarak anlamlı düzeyde artırdığı söylenebilir.

2. Alt Probleme İlişkin Bulgular: Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik başarıları** ile ilgili, ön test ve son test puanlarında öğrencilerin **cinsiyetine göre** anlamlı bir fark var mıdır?

Yapılan etkinliklerden önce ve sonra uygulanan problem çözme başarı testinin, öğrencilerin cinsiyetlerine göre bazı istatistikleri Tablo 4.4'te gösterilmiştir.

Tablo 4.4 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Cinsiyetlere Göre İstatistikleri

	Cinsiyet	N	Mean	Std. Deviation
Başarı testi ön test	Erkek	26	9,04	5,150
	Kız	28	6,61	3,871
Başarı testi son test	Erkek	26	12,58	7,089
	Kız	28	11,14	6,433

Tablo 4.4 incelendiğinde ön test ortalamalarında erkek öğrencilerin daha yüksek bir ortalama elde ettikleri görülmektedir. Etkinliklerden sonra uygulanan son test ortalamalarında her iki grubun ortalamalarının arttığı görülmekle birlikte, yine erkek öğrencilerin kız öğrencilerden daha yüksek ortalama elde ettikleri görülmektedir. Bununla birlikte son testte erkek öğrenciler ile kız öğrencilerin ortalamaları arasındaki farkın azaldığı görülmektedir. Bu farkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının kontrol edilmesi için, veriler normal dağılım göstermediğinden, parametrik olmayan testlerden bağımsız iki grubun ortalamalarının karşılaştırılması için kullanılan Mann Whitney U Testi kullanılmıştır (Tablo 4.5)

Tablo 4.5 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Cinsiyete Göre Farklılığına İlişkin Mann Whitney U Testi Sonuçları

	Başarı Testi ön test	Başarı Testi son test
Mann-Whitney U	252,500	329,000
Wilcoxon W	658,500	735,000
Z	-1,940	-0,607
Asymp. Sig. (2-tailed)	0,052	0,544

Tablo 4.5'e göre problem çözme başarı testi ortalamalarının öğrencilerin cinsiyetlerine göre farklılıklarına ilişkin hem ön test hem de son testte istatistiksel olarak anlamlı bir farkın olmadığı görülmektedir ($p>0,05$).

3. Alt Probleme İlişkin Bulgular: Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8. sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik başarıları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında öğrencilerin **anne ve babalarının eğitim durumuna göre** anlamlı bir fark var mıdır?

Problemi görselleştirme ve görsel temsil kullanma etkinliklerinden önce uygulanan PÇBT ön test ve etkinliklerden sonra uygulanan PÇBT son test puanlarında **baba eğitim durumuna göre** öğrencilerin ortalamaları Tablo 4.6'da gösterilmiştir.

Tablo 4.6 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Baba Eğitim Durumuna Göre Dağılımı

	Baba Eğitim	**N**	**Mean**	**Std. Deviation**	**Minimum**	**Maximum**
PÇBT ön test	İlkokul	23	8,04	4,986	2	20
	Ortaokul	15	7,13	3,980	1	15
	Lise	13	6,92	3,662	3	15
	Üniversite	3	12,67	8,021	5	21
	TOTAL	54	7,78	4,653	1	21
PÇBT son test	İlkokul	23	12,09	6,755	3	25
	Ortaokul	15	10,93	6,756	3	26
	Lise	13	11,00	6,218	4	26
	Üniversite	3	18,00	8,888	8	25
	TOTAL	54	11,83	6,731	3	26

Tablo 4.6'ya göre baba eğitim durumlarına göre öğrenci ortalamaları arasında bazı farklılıklar görülmekle birlikte bu farklılıkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için PÇBT verileri normal dağılmadığı için parametrik olmayan testlerden ikiden fazla grubun ortalamalarının karşılaştırılması için kullanılan Kruskal Wallis Testi uygulanmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 4.7'de gösterilmiştir.

Tablo 4.7 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Baba Eğitim Durumuna Göre Farklılığına İlişkin Kruskal Wallis Testi Sonuçları

	Baba Eğitim	**N**	**MeanRank**	**Chi-Square**	**df**	**Asymp. Sig.**
PÇBT Ön test	İlkokul	23	28,02	1,903	3	0,593
	Ortaokul	15	26,77			
	Lise	13	24,88			
	Üniversite	3	38,50			
	TOTAL	54				
PÇBT Son test	İlkokul	23	28,22	2,179	3	0,536
	Ortaokul	15	25,13			
	Lise	13	26,23			
	Üniversite	3	39,33			
	TOTAL	54				

Tablo 4.7'ye göre hem ön test puanlarında hem de son test puanlarında baba eğitim durumuna göre istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma olmamıştır ($p>0,05$). Yani

baba eğitim durumunun öğrencilerin problem çözme başarılarında etkili olmadığı söylenebilir.

Etkinliklerinden önce uygulanan PÇBT ön test ve etkinliklerden sonra uygulanan PÇBT son test puanlarında **anne eğitim durumuna göre** öğrencilerin ortalamaları Tablo 4.8'de gösterilmiştir.

Tablo 4.8 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Anne Eğitim Durumuna Göre Dağılımı

	Anne Eğitim	**N**	**Mean**	**Std. Deviation**	**Minimum**	**Maximum**
PÇBT ön test	İlkokul	32	8,22	5,290	2	21
	Ortaokul	17	7,12	2,977	2	13
	Lise	3	4,67	3,512	1	8
	Üniversite	2	11,00	7,071	6	16
	TOTAL	54	7,78	4,653	1	21
PÇBT son test	İlkokul	32	12,50	7,628	3	26
	Ortaokul	17	11,12	4,999	4	21
	Lise	3	6,67	1,155	6	8
	Üniversite	2	15,00	8,485	9	21
	TOTAL	54	11,83	6,731	3	26

Tablo 4.8'deki anne eğitim durumuna göre görülen farklılıkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için uygulanan Kruskal Wallis Testi sonuçları Tablo 4.9'da gösterilmiştir.

Tablo 4.9 PÇBT Ön Test ve Son Test Puanlarının Anne Eğitim Durumuna Göre Farklılığına ilişkin Kruskal Wallis Testi Sonuçları

	Anne Eğitim	**N**	**MeanRank**	**Chi-Square**	**df**	**Asymp. Sig.**
PÇBT Ön test	İlkokul	32	27,77	2,010	3	0,570
	Ortaokul	17	27,56			
	Lise	3	17,67			
	Üniversite	2	37,50			
	TOTAL	54				
PÇBT Son test	İlkokul	32	28,30	2,782	3	0,427
	Ortaokul	17	27,32			
	Lise	3	14,33			
	Üniversite	2	36,00			
	TOTAL	54				

Tablo 4.9'a göre ön test puanlarında da son test puanlarında da anne eğitim durumuna göre istatistiksel olarak anlamlı farklılaşma yoktur (p>0,05). Yani öğrencilerin problem çözme başarılarında anne eğitim durumunun etkisinin olmadığı söylenebilir.

4. Alt Probleme Ait Bulgular: Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8.sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

8.sınıf öğrencileri ile yapılan problem çözmede görselleştirme ve görsel temsil kullanma etkinliklerinin öğrencilerin problem çözmeye karşı tutumlarına etkisini araştırmak için Çanakçı (2008) tarafından geliştirilen Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği (MPÇTÖ), etkinliklerden önce ve sonra uygulanmıştır. Elde edilen verilerin istatistikleri Tablo 4.10'da gösterilmiştir.

Tablo 4.10 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulamaları İstatistikleri

	Mean	N	Std. Sapma	Std. ErrorMean
MPÇTÖ ön	66,9074	54	11,06800	1,50616
MPÇTÖ son	64,3148	54	10,49497	1,42818

Tablo 4.10'da MPÇTÖ puanlarının ortalamasının ön testten son teste düştüğü görülmektedir. Bu düşmenin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için yapılacak olan analize karar vermek gerekir. Bunun için öncelikle verilerin normal dağılım gösterip göstermediğine bakılmıştır. Veri sayısı 50'den büyük gruplar için tavsiye edilen (Büyüköztürk, 2007) Kolmogorov-Smirnov Testi uygulanmış ve Tablo 4.11'deki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 4.11 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Verilerinin Kolmogorov Smirnov Normallik Testi Sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov		
	Statistic	df	Sig.
MPÇTÖ ön	0,094	54	0,200
MPÇTÖ son	0,068	54	0,200

Tablo 4.11'deki verilere göre MPÇTÖ verileri normal dağılım göstermektedir. Buna göre parametrik testlerden, bir grubun iki farklı ölçümünü karşılaştırmak için kullanılan Bağımlı Örneklem t Testi uygulanmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 4.12'de gösterilmiştir.

Tablo 4.12 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanları Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımlı Örneklem t Testi Sonuçları

	PairedDifferences							
				95% ConfidenceInterval of theDifference				
	Mean	Std. Deviation	Std. ErrorMean	Lower	Upper	t	df	Sig. (2-tailed)
MPÇTÖön-MPÇTÖson	2,59259	9,16828	1,24764	0,09013	5,09505	2,078	53	0,043

Tablo 4.12'deki Bağımlı Örneklem t Testi sonuçlarına göre etkinliklerden önce uygulanan MPÇTÖ lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık vardır ($p<0,05$). Yani yapılan etkinliklerden sonra öğrencilerin matematik problemi çözmeye karşı tutumlarında istatistiksel olarak da anlamlı bir düşüş görülmektedir. Ölçeğin "öğretim" ve "hoşlanma" olmak üzere iki alt boyutu vardır. Her bir boyuttaki puanların değişiminin incelenmesi MPÇTÖ puanlarındaki düşüşün sebebi ile ilgili daha fazla bilgi edinmemizi sağlayacağından bu iki boyuttaki puanların değişimi ayrı ayrı incelenecektir. Öncelikle öğretim alt boyutu puanlarındaki ön ve son uygulama sonuçları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark olup olmadığı Bağımlı Örneklem t Testi ile incelenmiş ve Tablo 4.13'deki veriler elde edilmiştir.

Tablo 4.13 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Öğretim Boyutu Puanları Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımlı Örneklem t Testi Sonuçları

	PairedDifferences							
				95% ConfidenceInterval of theDifference				
	Mean	Std. Deviation	Std. ErrorMean	Lower	Upper	t	df	Sig. (2-tailed)
ÖğretimÖN-ÖğretimSON	0,75926	4,73420	0,64424	-0,5329	2,05145	1,179	53	0,244

Tablo 4.13'e göre MPÇTÖ'nin "öğretim" alt boyutu puanlarında etkinliklerden önce ve sonra yapılan uygulama arasında anlamlı bir fark yoktur (p>0,05). MPÇTÖ'nin "hoşlanma" alt boyutu ön ve son uygulama puanları arasında anlamlı bir farklılaşma olup olmadığı yine Bağımlı Örneklem t Testi ile incelenmiş ve Tablo 4.14'deki veriler elde edilmiştir.

Tablo 4.14 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Hoşlanma Boyutu Puanları Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımlı Örneklem t Testi Sonuçları

	PairedDifferences							
				95% ConfidenceInterval of theDifference				
	Mean	Std. Deviation	Std. ErrorMean	Lower	Upper	t	df	Sig. (2-tailed)
HoşlanmaÖN-HoşlanmaSON	1,83333	6,62400	0,90141	0,0253	3,64134	2,034	53	0,047

Tablo 4.14'e göre MPÇTÖ'nin "hoşlanma" alt boyutunun etkinliklerden önce ve sonra yapılan uygulama puanlarında ön uygulama lehine anlamlı bir fark görülmektedir (p<0,05). Buna göre öğrencilerin matematik problemlerinden hoşlanma puanları etkinliklerden sonra istatistiksel olarak anlamlı derecede düşüş göstermiştir. Genel olarak MPÇTÖ puanlarındaki anlamlı düşüşün de "hoşlanma" puanlarındaki düşüşten kaynaklandığı söylenebilir.

5. Alt Probleme Ait Bulgular: Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8.sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında **cinsiyete göre** anlamlı bir fark var mıdır?

Etkinliklerden önce ve sonra uygulanan MPÇTÖ puanlarının erkek ve kız öğrencilere göre ön test ve son test istatistikleri Tablo 4.15'te gösterilmiştir.

Tablo 4.15 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Cinsiyete Göre İstatistikler

	Cinsiyet	N	Mean	Std. Deviation	Std. ErrorMean
MPÇTÖ ön	Erkek	26	68,4615	10,10438	1,98163
	Kız	28	65,4643	11,89299	2,24756
MPÇTÖ son	Erkek	26	65,6538	11,43658	2,24290
	Kız	28	63,0714	9,57980	1,81041

Tablo 4.15'e göre hem ön test hem de son test tutum puanlarında erkek öğrencilerin ortalamalarının kız öğrencilerin ortalamalarından yüksek olduğu görülmektedir. Bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı Bağımsız Örneklem t Testi ile incelenmiş ve sonuçlar Tablo 4.16'da gösterilmiştir.

Tablo 4.16 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanları Cinsiyetler Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımsız Örneklem t Testi Sonuçları

		t-test forEquality of Means						
							95% ConfidenceInterval of theDifference	
		t	df	Sig.	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
MPÇTÖ ön	Equal variances assumed	0,99	52	0,32	2,99725	3,01473	-3,05224	9,04674
						2,99640	-3,01654	9,01105
MPÇTÖ son	Equal variances assumed	0,90	52	0,37	2,58242	2,86337	-3,16336	8,32820
							-3,21012	8,37495

Tablo 4.16'daki test sonuçlarına göre hem ön test hem de son test puanlarındaki farklılık istatistiksel olarak anlamlı değildir. Yani MPÇTÖ ön test ve son test puanlarında kız ve erkek öğrenciler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma yoktur ($p>0,05$).

6. Alt Probleme Ait Bulgular: Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8.sınıf öğrencilerinin **problem çözmeye yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında **anne ve babanın eğitim durumuna göre** anlamlı bir fark var mıdır?

Öğrencilerin etkinliklerden önce ve sonra uygulanan MPÇTÖ puanlarında baba eğitim durumuna göre öğrenci ortalama ve istatistikleri Tablo 4.17'de gösterilmiştir.

Tablo 4.17 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Baba Eğitim Durumuna Göre İstatistikler

	Baba Eğitim	**N**	**Mean**	**Std. Deviation**	**Minimum**	**Maximum**
MPÇTÖ ön	İlkokul	23	62,9130	9,10501	47,00	82,00
	Ortaokul	15	65,5333	10,50759	54,00	84,00
	Lise	13	73,8462	9,34386	59,00	89,00
	Üniversite	3	74,3333	21,07922	50,00	87,00
	TOTAL	54	66,9074	11,06800	47,00	89,00

Tablo 4.17'nin devamı

MPÇTÖ son	İlkokul	23	63,0435	8,91617	46,00	77,00
	Ortaokul	15	62,8000	10,72514	46,00	81,00
	Lise	13	65,6154	11,13207	42,00	80,00
	Üniversite	3	76,0000	15,62050	58,00	86,00
	TOTAL	54	64,3148	10,49497	42,00	86,00

Tablo 4.17'de öğrencilerin baba eğitim durumlarına göre ortalama tutum puanlarında bazı farklılıklar görülmekle birlikte bu farklılıklar arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığını belirlemek için ikiden fazla grubun ortalamalarını karşılaştırmak için kullanılan parametrik testlerden ANOVA Testi uygulanmış ve test sonuçları Tablo 4.18'de gösterilmiştir.

Tablo 4.18 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarında Baba Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin ANOVA Testi Sonuçları

		Sum of Squares	df	MeanSquare	F	Sig.
MPÇTÖ ön	Between Groups	1186,619	3	395,540	3,727	0,017
	Within Groups	5305,918	50	106,118		
	Total	6492,537	53			
MPÇTÖ son	Between Groups	503,215	3	167,738	1,572	0,208
	Within Groups	5334,433	50	106,689		
	Total	5837,648	53			

Tablo 4.18'de verilen test sonuçlarına göre son test tutum puanlarında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık görülmemekle birlikte ($p>0,05$), ön test tutum puanlarında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık vardır ($p<0,05$). Hangi eğitim durumları arasında farklılık olduğunu belirlemek için Post Hoc Testi yapılmış ve sonuçlar Tablo 4.19'da gösterilmiştir.

Tablo 4.19 MPÇTÖ Ön Uygulama Puanlarında Baba Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin Post Hoc Testi Sonuçları

(I) Baba Eğitim	(J) Baba Eğitim	Meandifference (I-J)	Std. Error	Sig.
İlkokul	Ortaokul	-2,62029	3,41883	0,968
İlkokul	Lise	-10,93311*	3,57446	**0,019**
İlkokul	Üniversite	-11,42029	6,32350	0,265
Ortaokul	Lise	-8,31282	3,90353	0,203
Ortaokul	Üniversite	-8,80000	6,51516	0,622
Lise	Üniversite	-0,48718	6,59816	1,000

Tablo 4.19'da görülen test sonuçlarına göre istatistiksel olarak farklılaşma yalnızca ilkokul ve lise düzeyleri arasındadır. Yani baba eğitim durumu lise olan öğrencilerin MPÇTÖ ön test puanları, baba eğitim durumu ilkokul olan öğrencilerin puanlarından istatistiksel olarak anlamlı düzeyde yüksektir.

Yine öğrencilerin etkinliklerden önce ve sonra uygulanan MPÇTÖ puanlarında anne eğitim durumuna göre öğrenci ortalamaları ve istatistikleri Tablo 4.20'de gösterilmiştir.

Tablo 4.20 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Anne Eğitim Durumuna Göre İstatistikler

	Anne Eğitim	**N**	**Mean**	**Std. Deviation**	**Minimum**	**Maximum**
MPÇTÖ ön	İlkokul	32	66,9688	11,95822	47,00	89,00
	Ortaokul	17	69,8824	8,81676	56,00	87,00
	Lise	3	56,3333	7,09460	50,00	64,00
	Üniversite	2	56,5000	3,53553	54,00	59,00
	TOTAL	54	66,9074	11,06800	47,00	89,00
MPÇTÖ son	İlkokul	32	63,9063	11,80585	42,00	86,00
	Ortaokul	17	67,2941	6,97105	55,00	84,00
	Lise	3	53,3333	6,42910	46,00	58,00
	Üniversite	2	62,0000	11,31371	54,00	70,00
	TOTAL	54	64,3148	10,49497	42,00	86,00

Tablo 4.20'deki verilere göre öğrencilerin anne eğitim durumlarına göre ortalamaları arasında bazı farklılıklar görülmektedir. Ancak bu farkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının test edilmesi gerekir. Bunun için ikiden fazla grubun ortalamalarını karşılaştırmak için kullanılan parametrik testlerden ANOVA Testi uygulanmış ve sonuçlar Tablo 4.21'de gösterilmiştir.

Tablo 4.21 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarında Anne Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin ANOVA Testi Sonuçları

		Sum of Squares	df	MeanSquare	F	Sig.
MPÇTÖ ön	Between Groups	702,637	3	234,212	2,023	0,123
	Within Groups	5789,900	50	115,798		
	Total	6492,537	53			
MPÇTÖ son	Between Groups	528,733	3	176,244	1,660	0,188
	Within Groups	5308,915	50	106,178		
	Total	5837,648	53			

Tablo 4.21'deki test sonuçlarına göre öğrencilerin anne eğitim durumuna göre hem ön test hem de son test tutum puanlarında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yoktur (p>0,05). Yani öğrencilerin problem çözmeye yönelik tutumlarında anne eğitim durumunun anlamlı bir etkisi yoktur.

7. Alt Probleme Ait Bulgular: Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8.sınıf öğrencilerinin **matematik dersine yönelik tutum** ile ilgili ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Görselleştirme ve görsel temsile dayalı etkinliklerin öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarına etkisini ölçmek için Nazlıçiçek ve Erktin (2002) tarafından son şekli verilen Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ) etkinliklerden önce ve sonra uygulanmıştır. Elde edilen verilerin istatistikleri Tablo 4.22'de gösterilmiştir.

Tablo 4.22 MTÖ Ön ve Son Uygulama İstatistikleri

	Mean	N	Std. Sapma	Std. ErrorMean
MTÖ ön	77,70	54	11,681	1,590
MTÖ son	74,67	54	12,088	1,645

Tablo 4.22'deki istatistikler incelendiğinde MTÖ tutum puan ortalamalarının ön testten son teste düştüğü görülmektedir. Bu değişimin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının test edilmesi için önce yapılacak teste karar vermek gerekir. Parametrik testlerin uygulanabilmesi için test verilerinin normal dağılması gerekir. Bunun için MPÇTÖ'de olduğu gibi veri sayısı 50'den büyük gruplar için tavsiye edilen (Büyüköztürk, 2007) Kolmogorov-Smirnov Testi uygulanmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 4.23'te gösterilmiştir.

Tablo 4.23 MPÇTÖ Ön ve Son Uygulama Verilerinin Kolmogorov Smirnov Normallik Testi Sonuçları

	Kolmogorov-Smirnov		
	Statistic	df	Sig.
MTÖ ön	0,075	54	0,200*
MTÖ son	0,069	54	0,200*

Tablo 4.23 incelendiğinde MTÖ verilerinin normal dağılım gösterdiği görülmektedir. Veriler normal dağılım gösterdiği için parametrik testlerden, bir grubun iki farklı ölçümünü karşılaştırmak için kullanılan Bağımlı Örneklem t Testi uygulanmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 4.24'te gösterilmiştir.

Tablo 4.24 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanları Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımlı Örneklem t Testi Sonuçları

	PairedDifferences							
				95% ConfidenceInterval of theDifference				
	Mean	Std. Deviation	Std. ErrorMean	Lower	Upper	t	df	Sig. (2-tailed)
MTÖ ön-MTÖ son	3,037	8,767	1,193	0,644	5,430	2,546	53	0,014

Tablo 4.24'te verilen sonuçlara göre etkinliklerden önce uygulanan MTÖ ile etkinliklerden sonra uygulanan MTÖ puanları arasında ön test lehine istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma vardır ($p<0,05$). Yani etkinliklerden sonra öğrencilerin matematiğe yönelik tutumları istatistiksel olarak anlamlı derecede düşmüştür.

8. Alt Probleme Ait Bulgular: Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8.sınıf öğrencilerinin **matematik dersine yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında **cinsiyete göre** anlamlı bir fark var mıdır?

Erkek ve kız öğrencilerin etkinliklerden önce ve sonra uygulanan MTÖ puanlarının cinsiyetlerine göre ön test ve son test istatistikleri Tablo 4.25'te gösterilmiştir.

Tablo 4.25 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Cinsiyete Göre İstatistikler

	Cinsiyet	N	Mean	Std. Deviation	Std. ErrorMean
MTÖ ön	Erkek	26	78,38	13,440	2,636
	Kız	28	77,07	9,985	1,887
MTÖ son	Erkek	26	74,81	12,300	2,412
	Kız	28	74,54	12,112	2,289

Tablo 4.25'e göre MTÖ'nin hem ön test hem de son test tutum puanlarında erkek ve kız öğrencilerin puan ortalamalarının birbirine yakın olduğu görülmekle birlikte erkek öğrencilerin tutum puanlarının her iki test için de bir miktar yüksek olduğu görülmektedir. Bu farkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek için, parametrik testlerden iki farklı grubun ortalamasını karşılaştırmak için kullanılan Bağımsız Örneklem t Testi uygulanmıştır (Tablo 4.26).

Tablo 4.26 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanları Cinsiyetler Arasındaki Farklılaşmaya İlişkin Bağımsız Örneklem t Testi Sonuçları

		t-test forEquality of Means						
							95% ConfidenceInterval of theDifference	
		t	df	Sig.	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
MTÖ ön	Equal variances assumed	0,41	52	0,68	1,313	3,207	-5,121	7,748
						3,242	-5,212	7,838
MTÖ son	Equal variances assumed	0,08	52	0,93	0,272	3,323	-6,397	6,941
						3,325	-6,402	6,946

Tablo 4.26'daki Bağımsız Örneklem t Testi sonuçlarına göre hem ön test hem de son test puanlarındaki farklılık istatistiksel olarak anlamlı değildir ($p>0,05$). Yani MTÖ ön test ve son test puanlarında kız ve erkek öğrenciler arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma yoktur.

9. Alt Probleme Ait Bulgular: Görselleştirme ve görsel temsile dayalı problem çözme etkinlikleriyle yapılan öğretimin 8.sınıf öğrencilerinin **matematik dersine yönelik tutumları** ile ilgili ön test ve son test puanlarında **anne ve babanın eğitim durumuna göre** anlamlı bir fark var mıdır?

Öğrencilerin matematik dersine karşı tutumlarında baba eğitim durumunun etkisini incelemek amacıyla etkinliklerden önce ve sonra uygulanan MTÖ puanlarının baba eğitim durumuna göre dağılımını gösteren istatistikler Tablo 4.27'de gösterilmiştir.

Tablo 4.27 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Baba Eğitim Durumuna Göre İstatistikler

	Baba Eğitim	N	Mean	Std. Deviation	Minimum	Maximum
MTÖ ön	İlkokul	23	77,00	11,732	54	96
	Ortaokul	15	75,07	12,544	55	96
	Lise	13	80,46	9,938	62	95
	Üniversite	3	84,33	15,308	67	96
	TOTAL	54	77,70	11,681	54	96
MTÖ son	İlkokul	23	73,70	12,238	52	98
	Ortaokul	15	73,47	10,993	54	95
	Lise	13	76,15	12,469	44	93
	Üniversite	3	81,67	18,339	61	96
	TOTAL	54	74,67	12,088	44	98

Tablo 4.27'deki verilere göre öğrencilerin baba eğitim durumlarına göre puan ortalamalarında bazı farklılıklar olduğu görülmekle birlikte bu farklılıkların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığının test edilmesi gerekir. Bunun için parametrik testlerden ikiden fazla grubun karşılaştırılması için kullanılan ANOVA Testi uygulanmış ve sonuçlar Tablo 4.28'de gösterilmiştir.

Tablo 4.28 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarında Baba Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin ANOVA Testi Sonuçları

		Sum of Squares	df	MeanSquare	F	Sig.
MTÖ ön	Between Groups	346,428	3	115,476	0,839	0,479
	Within Groups	6884,831	50	137,697		
	Total	7231,259	53			
MTÖ son	Between Groups	219,038	3	73,013	0,485	0,694
	Within Groups	7524,962	50	150,499		
	Total	7744,000	53			

Tablo 4.28'deki test sonuçlarına göre öğrencilerin baba eğitim durumuna göre MTÖ'nin hem ön uygulamasında hem de son uygulamasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılaşma görünmemektedir ($p>0,05$). Yani öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarında baba eğitim durumunun anlamlı derecede bir etkisi yoktur.

Öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına anne eğitim durumunun etkisini araştırmak için etkinliklerden önce ve sonra uygulanan MTÖ puanlarının anne eğitim durumuna göre dağılımı Tablo 4.29'da verilmiştir.

Tablo 4.29 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarının Anne Eğitim Durumuna Göre İstatistikler

	Anne Eğitim	**N**	**Mean**	**Std. Deviation**	**Minimum**	**Maximum**
MTÖ ön	İlkokul	32	77,56	11,645	54	96
	Ortaokul	17	79,65	12,530	55	96
	Lise	3	68,33	6,110	63	75
	Üniversite	2	77,50	10,607	70	85
	TOTAL	54	77,70	11,681	54	96
MTÖ son	İlkokul	32	73,44	13,438	44	96
	Ortaokul	17	77,29	7,943	60	88
	Lise	3	66,33	10,116	60	78
	Üniversite	2	84,50	19,092	71	98
	TOTAL	54	74,67	12,088	44	98

Tablo 4.29'da görülen öğrencilerin anne eğitim durumuna göre farklılıkların istatistiksel olarak anlamlılığının test edilmesi için yine parametrik testlerden ikiden fazla grubun karşılaştırılması için kullanılan ANOVA Testi uygulanmış ve elde edilen sonuçlar gösterilmiştir (Tablo 4.30).

Tablo 4.30 MTÖ Ön ve Son Uygulama Puanlarında Anne Eğitim Durumuna Göre Farklılaşmaya İlişkin ANOVA Testi Sonuçları

		Sum of Squares	df	MeanSquare	F	Sig.
MTÖ ön	Between Groups	328,335	3	109,445	0,793	0,504
	Within Groups	6902,924	50	138,058		
	Total	7231,259	53			
MTÖ son	Between Groups	567,429	3	189,143	1,318	0,279
	Within Groups	7176,571	50	143,531		
	Total	7744,000	53			

Tablo 4.30'daki ANOVA Testi sonuçlarına göre öğrencilerin MTÖ'nin hem ön uygulama hem de son uygulama puanlarında anne eğitim durumuna göre anlamlı bir farklılaşma yoktur ($p>0,05$). Yani öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarında anne eğitim durumunun anlamlı bir etkisi görünmemektedir.

10. Öğrenciler problem çözmede gerekli bilgi türlerini ve görsel temsilleri nasıl kullanmaktadırlar?

Bu bölümde öğrencilerle yapılan görüşmelerde elde edilen bulgular yansıtılacaktır. Görüşmeler, problem çözme başarısı PÇBT ön test ve son test puanlarına göre farklı

düzeylerde olan 8 öğrenci ile yapılmıştır. Görüşme yapılan öğrencilerle ilgili bazı istatistikler Tablo 4.31'de gösterilmiştir:

Tablo 4.31 Görüşme Yapılan Öğrencilere Ait Bazı İstatistikler

Öğrenci	PÇBT Ön test Puanı %	PÇBT Son test Puanı %	MPÇTÖ Ön test Puanı 95	MPÇTÖ Son test Puanı 95	MTÖ Ön test Puanı %	MTÖ Son test Puanı %
$Ö_1$	76,9	96,1	69	73	84	88
$Ö_2$	57,6	100	83	81	95	89
$Ö_3$	50	84,6	61	59	86	88
$Ö_4$	19,2	61,5	70	68	87	82
$Ö_5$	34,6	57,6	62	63	78	76
$Ö_6$	26,9	46,2	58	67	74	71
$Ö_7$	19,2	19,2	67	71	79	84
$Ö_8$	26,9	11,5	55	46	69	58

Görüşmelerde odaklanılan noktalar:

- Genel problem çözme davranışı
- Öğrencinin görsel bir temsil tercih edip etmediği
- Görsel temsil tercih ediyorsa ne çeşit görsel temsil kullandığı
- Görsel temsili problem çözmenin hangi basamağında hangi amaçla ve nasıl kullandığı

Problem 1'e ait bulgular:

Problem 1: Mehmet, uzunlukları 12 metre ve 20 metre olan iki adet tahtayı eşit uzunlukta parçalara ayırmak istiyor. Her bir kesme işlemi için 50 kuruş ödeyecek olan Mehmet bu işi en az maliyetle kaç liraya yapabilir?

$Ö_1$ öncelikle problemi hızlıca sonuna kadar okur.
Araştırmacı: *Ne anladın?*
$Ö_1$: *2 tane tahtamız varmış. Biri diğerinden kısa.* (Bu arada biri uzun biri kısa 2 çubuk çizer). *İkisinin en büyük ortak bölenini buluruz önce.*
Araştırmacı: *Niye en büyük ortak bölen buluyorsun?*

Ö$_1$: *En az maliyet için en az parça sayısı elde etmem lazım.* (Hesaplamaları yapar ve en büyük ortak böleni 4 bulur). *En büyük ortak bölen 4'müş*.

Araştırmacı: *Bu 4 neyi ifade ediyor?*

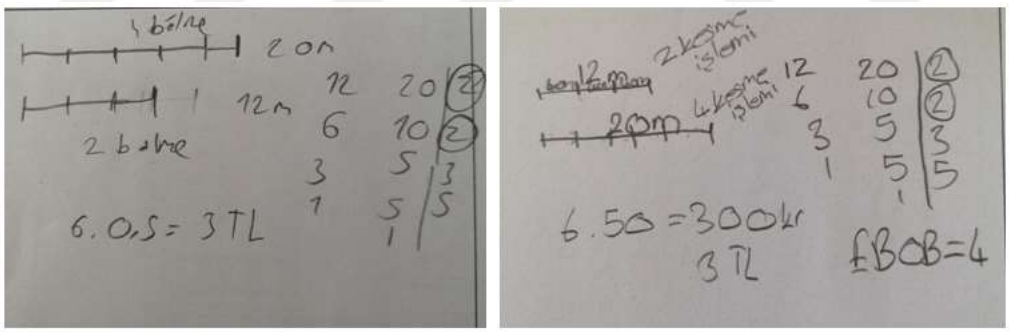
Ö$_1$: *Parçaların uzunluklarını.* (Bu arada daha önce çizdiği çubukları 4'er metrelik parçalara ayırır. Kabataslak çizdiği çubuklarda düzeltmeler yaparak birini 3 parçaya diğerini 5 parçaya ayırır).

Ö$_1$: (Çizdiği her bir parçanın aralarını işaretleyerek) *2 bölme işlemi burada, 4 bölme işlemi de burada var 6 bölme yapılmış. 6 bölmeyi 50 kuruşla çarparsak 3 lira yapar.*

Araştırmacı: *Peki burada şekli niye çizdin?*

Ö$_1$: *Şekli çizmeseydim yanılabilirdim. Parça sayısını bulurdum, parça sayısını 50 kuruşla çarpabilirdim.*

Ö$_1$ ve Ö$_2$ problemi benzer şekilde çözdü. Problemi okuduktan sonra kabataslak iki çubuk çizip, bu iki çubuğu parçalara ayıracaklarını ifade ettiler. Hesaplamalar yapıp buldukları bazı değerleri şekle aktardılar. Şekil üzerinde düzenlemeler yapıp, sonuca şekil üzerinden ulaştılar.



Şekil 4.1 Sırasıyla Ö$_1$ ve Ö$_2$'nin 1. Problemi Çözümleri

Ö$_6$ problemin tamamını okur.

Araştırmacı: *Ne anladın?*

Ö$_6$: *12m ve 20m uzunluğunda 2 tahta var. Eşit uzunluklara böleceğiz. En az maliyetle yapmamız gerekiyor. Tek kesme işlemi 50 kuruş.* (Ardından hesap yapmaya başlar).

Araştırmacı: *Ne hesaplıyorsun?*

Ö$_6$: *EBOB hesaplıyorum.*

Araştırmacı: *Neden EBOB hesaplıyorsun?*

Ö$_6$: *Ortak bölenlerini bulmak için. Her ikisini de eşit bölüyoruz*. (Hesaplamaları yapar 4 bulur).

Araştırmacı: *Bu 4 nedir?*

Ö$_6$: *Parçaların uzunluğu.*

Araştırmacı: *Başka uzunluk alamaz mıydık parçaların uzunluğunu mesela 1 metre*. (Araştırmacı öğrencinin problemi otomatik işlemlerle mi yoksa bilerek ve anlamlı mı çözdüğünü ortaya çıkarmaya çalışıyor).

Ö$_6$: *En az maliyet diyor. O yüzden büyük bölmem lazım*. (İki tane biri uzun biri kısa çubuk çizer, her ikisini de 4 metre uzunluğunda parçalara ayırır).

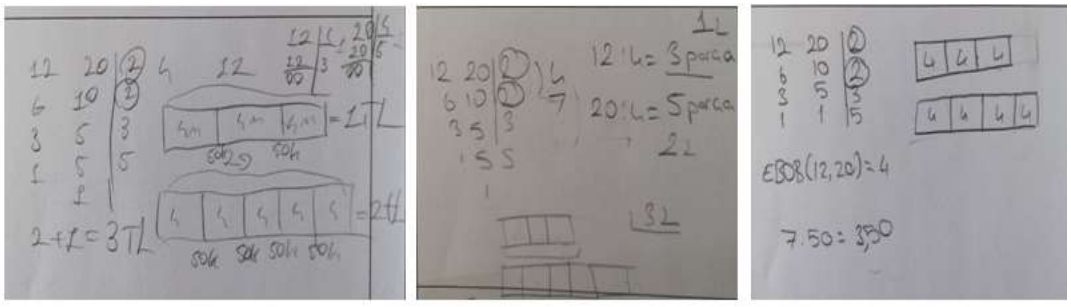
Ö$_6$: *Her kesme 50 kuruşmuş*. (Kesme yerlerine 50kr yazar).

Ö$_6$: *12 metrelik 1 lira tutar, 20 metrelik 2 lira tutar. Toplam 3 lira yapar.*

Araştırmacı: *Şekle niye ihtiyaç duydun?*

Ö$_6$: *Görerek daha kolay yapmak için.*

Ö$_6$ ile Ö$_4$ problemi benzer süreçlerle çözdü. Önce problemi okuyup kendi ifadeleri ile özetlediler. Sonra hesaplamalar yaptılar. Buldukları uzunluğu şekil üzerinde gösterme ihtiyacı hissettiler ve parçalara ayırıp kesme yerlerini sayarak sonuca ulaştılar. Ö$_3$ de benzer bir süreçle önce hesaplamaları yaptı. Parçaların uzunluğunu buldu ancak çubuklardan birini eksik sayıda parçaya ayırdı. Daha sonra kesme sayısı yerine parça sayısı ile 50 kuruşu çarparak yanlış sonuca ulaştı.



Şekil 4.2 Sırasıyla Ö$_6$, Ö$_4$ ve Ö$_3$'ün 1. Problemi Çözümleri

Ö$_5$ problemin tamamını okur.

Araştırmacı: *Ne anladın sorudan?*

Ö$_5$: *12m 20m iki tahta var. Eşit parçalara ayıracağız. Her kesme 50 kuruş. En az maliyetle ne kadara yapabiliriz diyor.*

Ö$_5$: *Ortak asal çarpanlarına ayırmam lazım.*

Araştırmacı: *Niye ortak asal çarpanlara ayırıyorsun?*

$Ö_5$: *En büyük ortak bölenlerini bulup, her ikisini buna bölüp, sonra da 50 kuruşla çarpacağız.*

Araştırmacı: *Niye en büyük ortak bölene bölüyorsun?*

$Ö_5$: *En az maliyeti bulmak için*. (Hesaplamaları yapar en büyük ortak böleni 4 bulur).

Araştırmacı: *Bu 4 neyi ifade ediyor?*

$Ö_5$: *Parçaların uzunluğu.*

Araştırmacı: *Parçaların uzunluğu 2 metre olamaz mı mesela?*

$Ö_5$: *Ama en az maliyet olacak. Bunun için parçaların uzun olması lazım.* (Bu arada 12'yi 4'e böler 3 parça bulur, 20'yi 4'e böler 5 bulur. Parçaları toplar 3+5=7 bulur). *Her kesme 50 kuruş olduğu için 7 ile de 50 kuruşu çarparız 350 kuruş. O da 3,5 lira yapar.* (Kesme sayısı yerine parça sayısı ile 50 kuruşu çarpar).

Araştırmacı: *Peki kesme işlemine dikkat ettin mi? Nasıl kesiyoruz tahtaları?*

$Ö_5$: *12 metreyi 4 metre 4 metre 3 parça, 20 metreyi 4 metre 4 metre 5 parça, sonra da 50 kuruşla çarparız*.

Araştırmacı: *Peki 12 metreyi 4'er metre parçalara ayırmak için nasıl kesersin? 3 defa mı kesersin?*

$Ö_5$: *Galiba… 2 defa keseriz. Yanlış oldu. Şöyle bir bakayım.* (Bu arada şekil çizer. 12 metrelik çubuk çizer 4 metrelik 3 parçaya ayırır. Kesme yerlerini işaretler). *Evet 2 kesme yapılır.* (20 metrelik çubuk çizer 4 metrelik 5 parçaya ayırır. Kesme yerlerini işaretler). *4 kesme de burada var, 6 kesme yapılmış. Her bir kesme 50 kuruş. 6 ile 50 kuruşu çarparız, 3 lira yapar.*

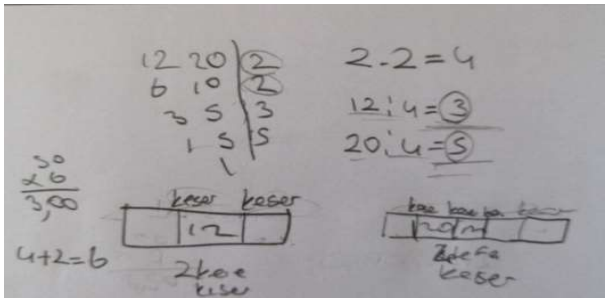
Araştırmacı: *Şeklin ne faydası oldu?*

$Ö_5$: *Kesme sayısını hesapladık şekle bakarak.*

Araştırmacı: *Az önce de hesaplamıştın?*

$Ö_5$: *Az önce parça sayısını hesaplamışım*. (Şekli göstererek) *Burada kesme sayılarını buldum. Şekilden hem parçaları hem de kesme sayısını gördüm.*

$Ö_5$ problemi okudu, kendi cümleleri ile anahtar kelimelere odaklanarak ifade etti. Çözüme geçti. Kesme sayısı yerine parça sayısını 50 kuruşla çarptı. Araştırmacının dönüt vermesi ile emin olmak için şekil çizdi ve yanlışlık yaptığını görüp düzeltti.



Şekil 4.3 Ö5'in 1. Problemi Çözümü

Ö7 problemi okur.

Araştırmacı: *Ne anladın?*

Ö7: *2 tane tahta varmış biri 12 metre diğeri 20 metre olan. Bunları eşit parçaya ayırmak istiyormuş. 2 tane tahta çizelim.*

Araştırmacı: *Ne soruyor?*

Ö7: *En az maliyeti soruyor.* (2 çubuk çizer birine 12 diğerine 20 yazar). *Bunları eşit uzunluklara böleceğiz.*

Araştırmacı: *Ne yapmayı düşünüyorsun?*

Ö7: *Parçalara ayıracakmışız ama eşit olacakmış.* (Soruyu birkaç kez daha okur, düşünür). *Kestiğimiz parçaları 50 kuruşla çarparız. 2'ye bölsek biri 6 olur biri 10 olur. Ama eşit uzunlukta diyor.* (Biraz düşünür). *20'yi 5'e böleriz 4 olur, 12'yi 3'e böleriz 4 olur. Eşit uzunlukta olur. Her kestiğimiz parçayı 50 ile çarparız. 5 parça 2,5 lira, 3 parça 1,5 lira yapar. Toplarsak 4 lira yapar.*

Araştırmacı: *Tahtaları başka sayılara da bölemez miydin? Mesela 20 metrelik tahtayı 10 parçaya, 12 metrelik tahtayı 6 parçaya bölsen de eşit uzunluk olur.*

Ö7: *Ama en az maliyet diyor. O yüzden böyle olur.*

Araştırmacı: *Sen şimdi parça sayılarından maliyeti hesapladın. Peki, parça sayısı ile kesme sayısı aynı olur mu? Mesela 20 metrelik tahtayı kaç defa keseriz?*

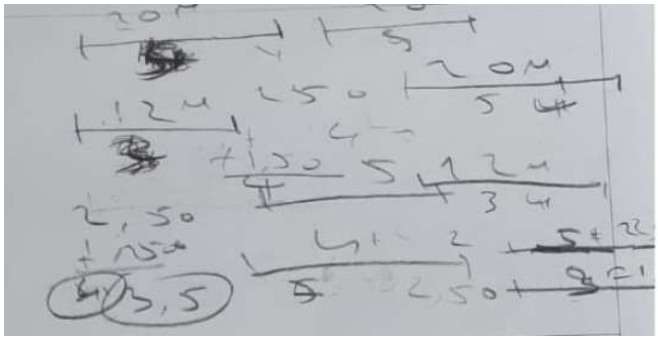
Ö7: (Biraz düşünür). *4 defa.*

Araştırmacı: *12 metrelik tahtayı kaç defa keseriz 3 parça olacak şekilde?*

Ö7: *2 defa keseriz. Sonra 50 kuruş diyor her kesilen parça* (öğrenci kesme ücretini her bir parçaya ödenecek ücret olarak düşünüyor). *Kestiklerimizi 50 kuruşla çarpınca toplam 4 lira yapıyor.*

Ö7 problemi anlama aşamasında şekil çizmeye başlar. Ancak problemde verilenlerin içsel temsilini doğru oluşturamadığından işlemlerden elde ettiklerini şekle aktaramaz

ve parça sayısına göre hesaplama yapar. Araştırmacının dönüt vermesine rağmen yorumunu değiştiremez ve yanlış sonuca ulaşır.



Şekil 4.4 $Ö_7$'nin 1. Problemi Çözümü

$Ö_8$ problemi okur.

Araştırmacı: *Ne anladın?*

$Ö_8$: *Eşit parçacıklara böleceğiz.*

Araştırmacı: *Ne düşünüyorsun, planın ne?*

$Ö_8$: *Eşit parçalara böleceğim, sonra en az maliyeti bulacağım. Önce 12'yi 3'e bölelim, 4 çıkar. 20'yi 5 bölersem o da 4 çıkar. Hepsi de 4 metre olacak. Her kesme 50 kuruşmuş. 12 metrelik olan 2 lira tutar. 20 metrelik olan da 2 lira tutar.*

Araştırmacı: *12 metre ve 20 metreyi ne yaptın?*

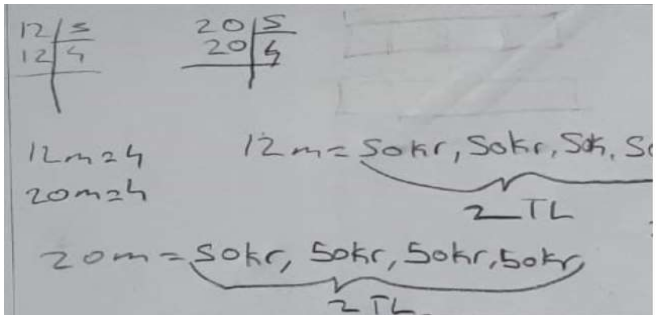
$Ö_8$: *12 metreyi 3'e böldüm, 4 metre. 20 metreyi 5'e böldüm 4 metre. Bunları 50 kuruşla çarparız. 2 lira biri, 2 lira diğeri. 4 lira yaptı.*

Araştırmacı: *Ama 4 metre uzunluk. Uzunlukla 50 kuruşu niye çarptın?*

$Ö_8$: *Her metresi 50 kuruşmuş.*

Araştırmacı: *Her metresi mi 50 kuruş?*

$Ö_8$: *Evet.*



Şekil 4.5 $Ö_8$'in 1. Problemi Çözümü

$Ö_8$ şekil kullanmadı. Zihinden eşit uzunlukta parçaların 4 metre olması gerektiğini buldu. Ancak problemin içsel temsilini doğru oluşturamadığından her bir parçanın uzunluğunu kesme ücreti ile çarparak yanlış sonuca ulaştı. Araştırmacının uyarısına rağmen yanlışını fark edemedi.

Sonuç olarak $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_4$ ve $Ö_6$ öğrencileri probleme ilişkin olgusal, prosedürel ve strateji bilgilerini tam olarak kullanarak problemi doğru anlamlandırıp, problemin içsel temsilini doğru kurup, bu içsel temsillerini doğru bir şekilde dışsal temsillere aktarıp, doğru bir strateji ile problemin çözümüne ulaşmışlardır. $Ö_3$ ve $Ö_5$ öğrencilerinin ise prosedürel ve strateji bilgisi olarak eksik görünmemelerine rağmen, parça sayısı ile 50 kuruşu çarpmaları, olgusal bilgi bağlamında problemin son cümlesini yanlış yorumlayıp, problemin içsel temsilini doğru kuramadıklarını göstermektedir. $Ö_7$ ve $Ö_8$ öğrencilerinin ise olgusal, prosedürel ve strateji bilgisi olarak eksiklikleri görünmekle birlikte bu öğrencilerin de problemin içsel temsilini doğru oluşturamadıkları anlaşılmaktadır.

Tablo 4.32 Problem 1'de Öğrencilerin Görsel Kullanımları

		$Ö_1$	$Ö_2$	$Ö_3$	$Ö_4$	$Ö_5$	$Ö_6$	$Ö_7$	$Ö_8$
Problem metnine uygun görsel oluşturdu ve görselde gerekli düzenlemeleri doğru yaptı	Doğru çözdü	x	x		x		x		
	Yanlış çözdü								
Problem metnine uygun görsel oluşturdu, görselde gerekli düzenlemeleri yapamadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü							x	
Problem metnine uygun görsel oluşturamadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü			x					
Görsel Kullanmadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü					x			x

Problem 1'de 6 öğrenci görsel temsil kullanırken bu öğrencilerden 4'ü görselleri etkili olarak kullanarak doğru sonuca ulaştı. Görsel kullanan öğrencilerin tamamı şematik görseller kullanmıştır.

Problem 1'de öğrencilerin bir kısmı problemin başında yani anlama aşamasından başlayarak şekil çizdi ve ilerleyen aşamalarda şekli revize ederek ve tamamlayarak şekil üzerinde sonuca ulaştı ($Ö_1$ ve $Ö_2$). Bazı öğrenciler soruyu zihinden anlamaya

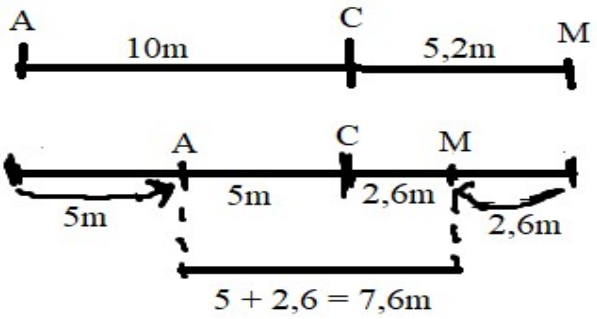
çalışıp, zihinlerinde planlama yapıp, hesaplamaların bir kısmını yaptıktan sonra çözüm aşamasında şekilden yararlandı ($Ö_4$ ve $Ö_6$). 1 öğrenci ise tüm aşamaları zihinden ve aritmetik olarak gerçekleştirdi ve yanlış sonuca ulaştı. Verilen geri dönüt ile kontrol aşamasında yaptıklarını kontrol ederken şekil kullandı ve yanlışını gördü ($Ö_5$ öğrencisi). 1 öğrenci problemin başında şekil çizmeye başlayıp devamını getiremediğinden etkili kullanamazken ($Ö_7$), 1 öğrenci hiç şekil kullanmadı ($Ö_8$).

Problem 2'ye ait bulgular

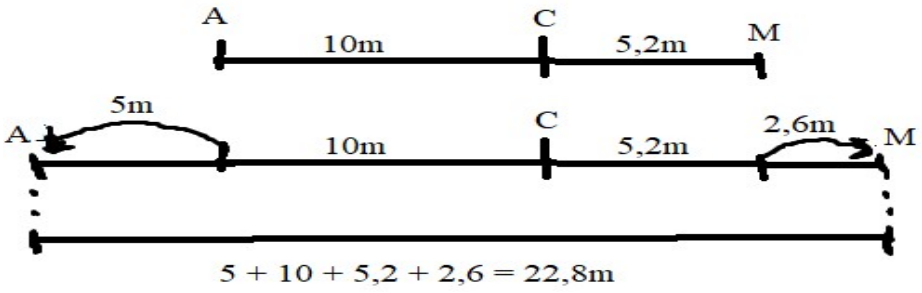
Problem 2: Ali, Cengiz ve Mert üç arkadaş düz bir çizgi üzerinde ve Cengiz, Ali ile Mert'in arasındadır. Ali'nin Cengiz'e uzaklığı 10 metre, Mert'in Cengiz'e uzaklığı ise 5,2 metredir. Cengiz sabit duracak şekilde Ali ve Mert, Cengiz ile aralarındaki mesafelerin yarısı kadar zıt yönlere hareket ediyor. **Buna göre son durumda Ali ile Mert arasındaki uzaklık kaç metre olabilir?**

A)2,4 B)5 C)7,6 D)20,6

Problem 2, tek çözümlü olmayıp iki çözümü vardır. Birinci durumda Ali ile Mert ikisi de Cengiz'e doğru yürürse zıt yönlere hareket etmiş olurlar (Şekil 4.6). İkinci durumda ise Ali ile Mert ikisi de Cengiz'den uzaklaşırsa yine zıt yönlere hareket etmiş olurlar (Şekil 4.7). Bu problemde öğrencilerin 2 çözümü de görüp göremedikleri de test edilmiştir. Ayrıca problemin şıkları da verilmiştir. Şıkların verilmesinin sebebi öğrencilerin şıklardaki cevabı bulduğunda veya bulamadığında davranışlarını gözlemlemektir.



Şekil 4.6 Problem 2'nin 1. Çözümü



Şekil 4.7 Problem 2'nin 2. Çözümü

$Ö_2$ problemin tamamını okur.

Araştırmacı: *Ne anladın?*

(Düz bir çizgi çizer ve soru metnindeki cümleleri tek tek okurken bir yandan da şekle eklemeler yapar).

$Ö_2$: *Cengiz ortada, Ali bu tarafta, Mert diğer tarafta. Ali Cengiz arası 10 metre, Mert Cengiz arası 5,2 metre. Aralarındaki mesafelerin yarısı kadar yürüyecekler*. (İkisinin de Cengiz'e doğru yürüdüğü birinci durumu göstererek) *Ali bu tarafa Mert de bu tarafa doğru yürür. Ali, Cengiz'e 5 metre yaklaşır, Mert 2,6 metre yaklaşır.* (Şekil üzerinde son durumdaki aradaki uzunluğu göstererek) *Burayı soruyor. 5 metre ile 2,6 metreyi toplarız 7,6 metre olur.* (Şıklardaki cevabı bulup işaretler).

Araştırmacı: *Peki zıt yönlere yürüme bu şekilde mi olur?*

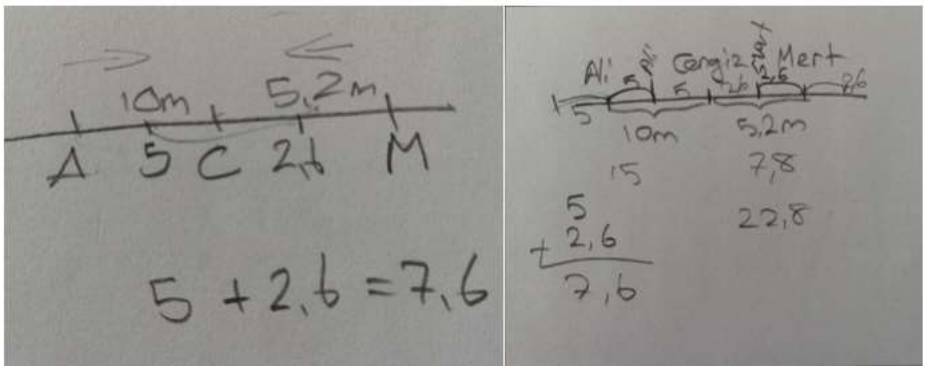
$Ö_2$: (Ali ve Mert'in Cengiz'den uzaklaştıkları ikinci durumu göstererek) *Şöyle de olur.*

Araştırmacı: *Peki o zaman nasıl olur?*

$Ö_2$: (Şekil üzerinde göstererek) *Ali bu tarafa gider 15 metre olur. Mert bu tarafa gider 7,8 olur. Toplarsak 22,8 olur.*

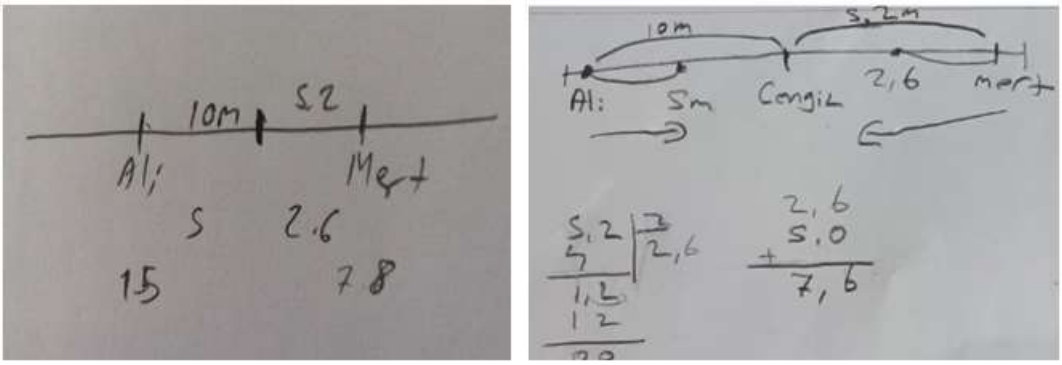
Araştırmacı: *Peki cevap hangisi?*

$Ö_2$: (Şekli bir süre inceler). *İkisi de doğru.*



Şekil 4.8 Sırasıyla $Ö_2$ ve $Ö_3$'ün 2. Problemi Çözümleri

$Ö_3$ de $Ö_2$ gibi problemi okuduktan sonra anlama aşamasından itibaren şekli çizdi. Verilenleri yerleştirdi. Şekil üzerinden şıklardaki sonuca ulaştı. Araştırmacının dönüt vermesi ile şekli tekrar inceleyerek ikinci durumu da keşfetti ve sorunun 2 çözümlü olabileceğini ifade etti. $Ö_8$ de $Ö_2$ ile benzer aşamalarla soruyu çözdü. Ancak 5,2 sayısının yarısını hesaplarken ve 5 ile 2,6 sayılarını toplarken işlemleri nasıl yapacağını bilemedi. Araştırmacının dönütleri ile şıklardaki sonuca ulaştı. Araştırmacının "Başka bir çözüm olabilir mi?" sorusuna olamayacağını, tek cevap olabileceğini ifade etti.

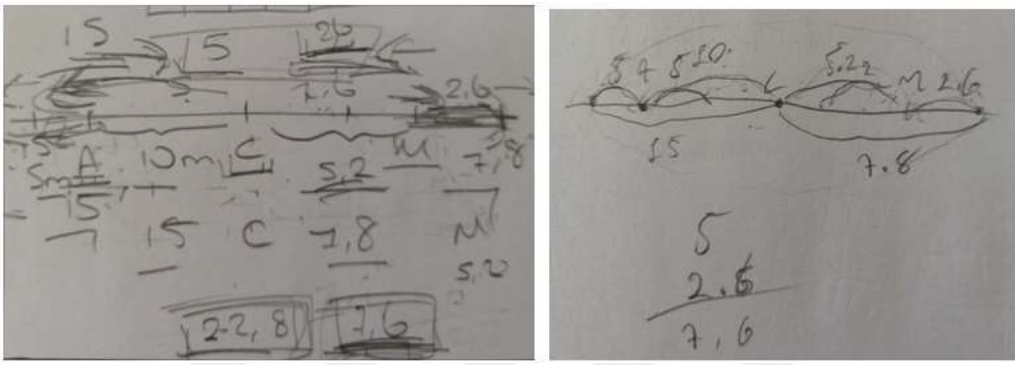


Şekil 4.9 Sırasıyla $Ö_1$ ve $Ö_8$'in 2. Problemi Çözümleri

$Ö_1$ önce problemin tamamını okudu, şekil çizdi ve sorunun her bir cümlesini tekrar okurken verilenleri şekle aktardı. $Ö_1$ öğrencisi Ali ve Mert'in Cengiz'den uzaklaştıkları 2. durumu çizerek çözüm yaptı ve cevabı 22,8 olarak buldu. Cevabın şıklarda olmadığını görünce araştırmacının müdahalesine fırsat vermeden ikisinin de Cengiz'e doğru da hareket edebileceğini ifade ederek sorunun diğer çözümüne de ulaştı. $Ö_1$ de problemi anlama aşamasından itibaren şekil çizerek problemin sonuna kadar şekil üzerinden ilerledi.

$Ö_4$ problemi baştan sona okur. Ardından düz bir çizgi çizer ve soruyu cümle cümle okurken verilenleri şekle aktarır. Ali ve Mert'in Cengiz'den uzaklaştıkları 2. duruma göre doğru bir çözüm yapar ve 22,8 bulur. Ancak şıklarda bulamaz.
$Ö_4$: *Şıklarda yok bir yerde hata yaptım sanırım.* (Şekli ve işlemleri tekrar kontrol eder ancak hata bulamaz, tüm işlemleri siler ancak yine aynı şekli ve çözümleri yapar).
Araştırmacı: *Başka türlü hareket edebilirler mi?*

Ö4: (Ali ve Mert'in ikisinin de Cengiz'e doğru hareket ettiği 1. durumu kastederek) *Ali bu tarafa hareket etse, Mert bu tarafa hareket etmeli. O zaman Ali ile Cengiz arası 5 metre, Mert ile Cengiz arası 2,6 metre olurdu. Toplarsak 7,6 olur.*
Araştırmacı: *Peki önceki bulduğun 22,8 yanlış mıydı?*
Ö4: (Şekli kontrol eder) *Yanlıştı galiba bir tane cevabı olmalı. 7,6 doğru cevap.*
Araştırmacı: *22,8 yanlış mıydı?*
Ö4: *Yanlıştı.*



Şekil 4.10 Sırasıyla Ö4 ve Ö6'nın 2. Problemi Çözümleri

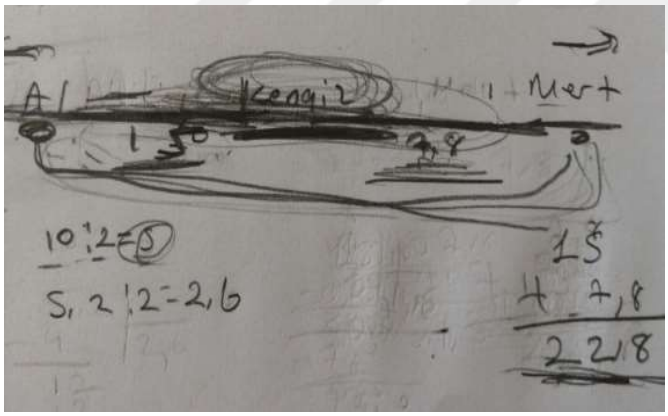
Ö4 problemi okudu ve problemi anlama aşamasından itibaren şekli aktif olarak kullandı. Ö1 öğrencisi gibi 2. duruma göre cevabı buldu ancak şıklarda olmayınca kontrollerine rağmen diğer durumu fark edemedi. Araştırmacının dönüt vermesiyle diğer durumu da fark etti ve şıklarda olan çözüme ulaştı. Ancak öncesinde de doğru bir cevap bulmasına rağmen sorunun tek cevabı olması gerektiğini ifade ederek, tekrar tekrar kontrol edip hata bulamadığı önceki çözümünün yanlış olduğunu söyledi. Ö6 da Ö4 ile aynı süreci takip etti ve problemin tek cevabı olması gerektiğini ifade ederek önceki doğru çözümünün yanlış olduğunu ifade etti.

Ö5 problemi okur. Ardından tüm diğer öğrenciler gibi bir çizgi çizerek problemi cümle cümle okuyarak verilenleri doğru bir şekilde şekle aktarır. Ali ve Mert'in Cengiz'den uzaklaştığı 2. duruma göre çözüm yapmaya çalışır.
Ö5: *Ali 5 metre bu tarafa giderse Ali ile Cengiz arası 15 metre olur. Mert 2,6 metre bu tarafa giderse 7,6 metre olur. İkisini çıkarırsak…* (15 metre ile 7,6 metreyi alt alta çıkarmaya çalışır ancak aynı basamakları alt alta getirmez ve işlemi başaramaz).
Araştırmacı: *Ne soruyor?*
Ö5: *Ali ile Mert arasını soruyor.*

Araştırmacı: *Şekil üzerinde neresi?*
$Ö_5$: (Ali ile Mert arasını göstererek) *Şurası. Toplamalıyız*. (Ancak sayıları alt alta yazarken yine aynı basamakları alt alta getirmez).

$Ö_5$ bir dizi aritmetiksel işlem hatalarından sonra araştırmacının dönütleri ve hatırlatmalarıyla toplama işlemini yapar ve 22,8 sonucuna ulaşır ancak şıklarda bulamaz.

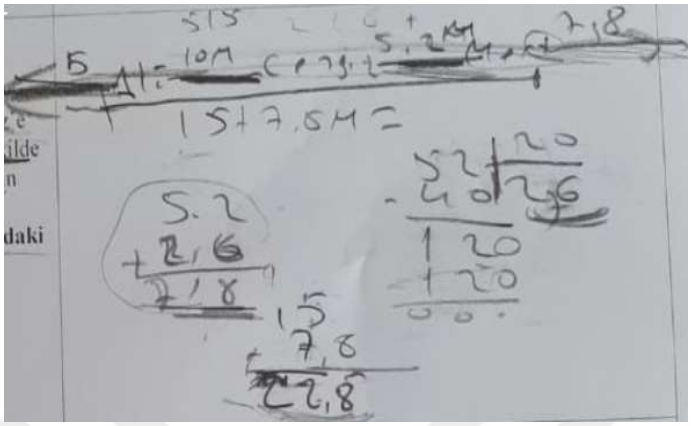
Araştırmacı: *Bu çözümün doğru olduğuna emin misin?*
$Ö_5$: (Bir süre şekli ve işlemleri kontrol ettikten sonra) *Evet eminim.*
Araştırmacı: *Başka çözüm de olabilir mi?*
$Ö_5$: (Bir süre soruyu inceledikten sonra) *Hayır başka yolu yok*
Araştırmacı: *Soru mu yanlış o zaman?*
$Ö_5$: *Evet soru yanlış.*



Şekil 4.11 $Ö_5$'in 2. Problemi Çözümü

$Ö_5$ diğer tüm öğrenciler gibi problemi anlama aşamasından itibaren şekil çizdi ve aktif olarak kullandı. Aritmetik işlemlerde sorunlar yaşadı ancak araştırmacının dönütleri ile işlemleri tamamladı. Cevabı şıklarda bulamamasına rağmen çözümünün doğru olduğunu ifade etti ancak başka bir çözümün olamayacağını ifade ederek sorunun yanlış olduğunu iddia etti. $Ö_7$ de $Ö_5$ öğrencisi gibi Ali ve Mert'in birbirinden uzaklaştığı 2. çözümü gördü. Ancak ondalık kesirlerle işlemleri yapamadı. Araştırmacının dönütleri ile işlemleri tamamladı ve şıklarda olmayan ama problemin doğru bir çözümüne ulaştı. Şıklardaki cevabı bulamayınca yaptıklarını tekrar tekrar

kontrol etti. Araştırmacının başka bir çözüm olup olmayacağı sorusuna, başka bir çözüm olmadığını, işlemlerde hata yapmış olabileceğini ifade etti.



Şekil 4.12 $Ö_7$'nin 2. Problemi Çözümü

Tablo 4.33 Problem 2'de Öğrencilerin Görsel Kullanımları

		$Ö_1$	$Ö_2$	$Ö_3$	$Ö_4$	$Ö_5$	$Ö_6$	$Ö_7$	$Ö_8$
Problem metnine uygun görsel oluşturdu ve görselde gerekli düzenlemeleri doğru yaptı	Doğru çözdü	x	x	x	/		/		
	Yanlış çözdü					/		/	/
Problem metnine uygun görsel oluşturdu, görselde gerekli düzenlemeleri yapamadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü								
Problem metnine uygun görsel oluşturamadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü								
Görsel Kullanmadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü								

Sonuç olarak $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_6$ öğrencilerinin bu problem için olgusal, kavramsal, strateji ve prosedürel bilgi bağlamında eksiklik görünmemektedir. Bu öğrencilerden $Ö_1$, $Ö_2$ ve $Ö_3$ öğrencilerinin problemin tam bir içsel temsilini oluşturdukları görünmekle birlikte $Ö_4$ ve $Ö_6$ öğrencileri 2. çözüm için fikir yürütememişlerdir. $Ö_8$, $Ö_5$ ve $Ö_7$ öğrencilerinin ise ondalık kesirlerin toplanması, bölünmesi gibi işlem hatalarından dolayı prosedürel bilgi olarak eksikliklerinden dolayı dönüt olmadan problemin çözümüne ulaşamadıkları görülmüştür. Bu öğrencilerin de problemin içsel bir temsilini doğru bir şekilde kurabildikleri düşünülmekle birlikte 2. çözümü görememişlerdir.

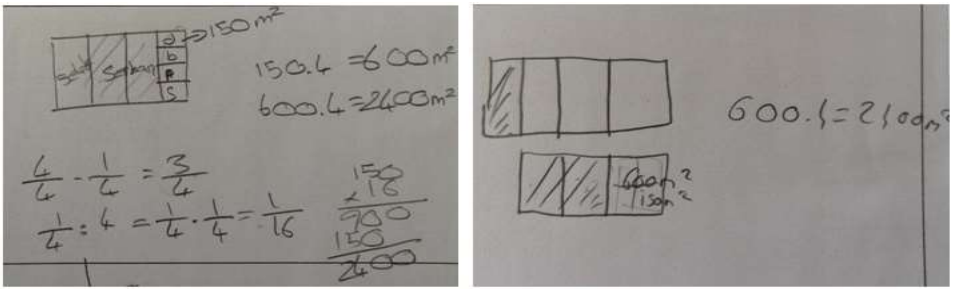
Problem 2'yi çözerken tüm öğrenciler problem metnine uygun doğru görsel kullandı ve doğru olarak da yorumladılar. Problemi, 2 çözümü olmasına rağmen öğrencilerin çoğu (5 öğrenci) "bir problemin tek çözümü olması gerektiğini" iddia ederek diğer başka çözümlerin yanlış olduğunu veya sorunun yanlış olduğunu ifade ettiler. Bu öğrenciler yukarıdaki tabloda "/" sembolü ile işaretlenmiştir. Problem metnine uygun görsel oluşturup doğru da yorumlayan öğrencilerin bazıları ($Ö_5$, $Ö_7$ ve $Ö_8$ öğrencileri) ondalık kesirlerdeki işlemleri yapamamalarından dolayı araştırmacının dönütlerinden önce doğru bir çözüme ulaşamamışlardır. Öğrencilerin tamamı Problem 2'de şematik görseller kullandılar. Ayrıca şekilleri tüm öğrenciler ilk aşama olan problemi anlama aşamasından itibaren çizerek tüm aşamalarda dinamik olarak kullandılar.

Problem 3'e ait bulgular:

Problem 3: Salih Bey, arsasının 1/4'ünü en büyük oğlu Selçuk'a, kalanın 2/3'ünü küçük oğlu Serkan'a veriyor. Sonra kendine kalan kısmı 4 eşit parçaya ayırıp her birinde domates, biber, patlıcan ve soğan yetiştiriyor.
Salih Bey'in domates yetiştirdiği alan 150 m^2 olduğuna göre arsanın tamamı kaç metrekaredir?

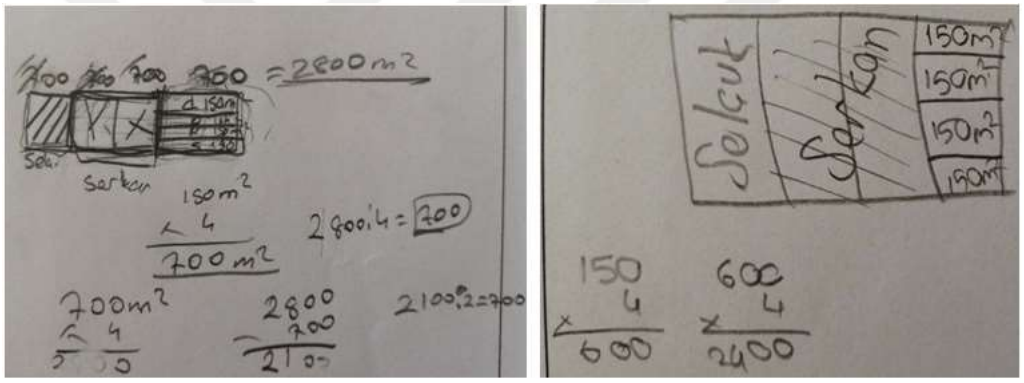
Bu problemde özellikle öğrencilerin soruyu şekille ve şekilsiz nasıl çözdüklerine odaklanılmıştır. Problemi görsel kullanarak çözen öğrencilerin görsel kullanmadan, görsel kullanmayan öğrencilerin de görsel kullanarak çözmeleri istenmiştir.

$Ö_2$ problemi baştan sona okur.
Araştırmacı: *Ne anladın?*
$Ö_2$: (Dikdörtgen çizer). *Arsa varmış. Dörtte birini Selçuk'a vermiş* (dikdörtgeni dikine 4 eş parçaya ayırır, birine Selçuk yazar). *Kalanın üçte ikisini Serkan'a vermiş kalan 3 parça zaten bunların 2'sini Serkan'a vermiş* (2 parçaya Serkan yazar). *Kendine kalan kısmı 4 eş parçaya bölmüş her birine domates, biber, patlıcan ve soğan dikmiş* (son parçayı yatay olarak 4 eş parçaya ayırır her birine d, b, p, s yazar). *Domates yetiştirdiği alan 150 metrekare imiş, yani şurası 150. Tamamını soruyor. Önce 150 ile 4'ü çarparız. 600 metrekare kendine kalan kısım. Bu tamamının dörtte biridir. 600'ü de 4 ile çarparsak 2400 yapar.*



Şekil 4.13 Sırasıyla $Ö_2$ ve $Ö_1$'in 3. Problemi Çözümleri

Bu aşamaya kadar 1 öğrenci hariç tüm öğrenciler benzer süreçlerle problemi çözmüş ve doğru cevabı bulmuştur. 1 öğrenci ise aritmetiksel işlem hataları ile cevaba ulaşamamıştır. Bu problemde öğrencilerin tümü şekil çizmeyi problemi anlama aşamasından başlayarak tüm problem boyunca kullanmışlardır.



Şekil 4.14 Sırasıyla $Ö_5$ ve $Ö_3$'ün 3. Problemi Çözümleri

Bu aşamadan sonra öğrencilere problemi şekil kullanmadan çözüp çözemeyecekleri sorulmuştur.

$Ö_2$ öğrencisi ile yapılan görüşmenin devamında:
Araştırmacı: *Başka yöntemle çözülebilir mi bu soru?*
$Ö_2$: *Çözülür.*
Araştırmacı: *Peki neden şekil çizmeyi tercih ettin?*
$Ö_2$: *İşlemle çok zor olacaktı, şekilden parçalayarak daha kolay olur.*
Araştırmacı: *Şekilsiz yapmak istesen nasıl yaparsın?*
$Ö_2$: (Soruyu tekrar okur). *Önce dörtte biri veriyor. Kalan dörtte üçün, üçte ikisini buluruz.* (Şekle bakarak) *4 parçadan 3 parça kalmış zaten bunun üçte ikisini Serkan'a verirse dörtte bir kalır. Bunu da 4'e bölüyoruz* (1/4 kesrini 4'e böler ve 1/16 bulur).

Tamamı 16 parça, 1 parça 150 imiş. 150'yi 16 ile çarparsak 2400 yapar. Ama şekille daha kolaydı.

Araştırmacı: *Niye daha kolay?*

$Ö_2$: *Çünkü burada işlemlerden birini kaçırdığımızda geri kalan hepsi gidiyor. Ama şekilde hepsi görerek olduğu için daha çabuk anlaşılıyor.*

$Ö_2$ öğrencisi aritmetiksel olarak da soruyu çözebilirken şekil çizmenin daha avantajlı olduğunun farkında olarak şekil çizmeyi bilerek tercih etmiştir.

$Ö_6$ öğrencisi $Ö_2$ öğrencisine benzer şekilde şekille problemi çözebilmiştir. Başka yoldan çözüm yapılabilir mi sorusuna:

$Ö_6$: *Çözülebilir.*

Araştırmacı: *Çözebilir misin?*

$Ö_6$: (Bir süre düşünür). *Çözemem.*

Araştırmacı: *Neden çözemezsin?*

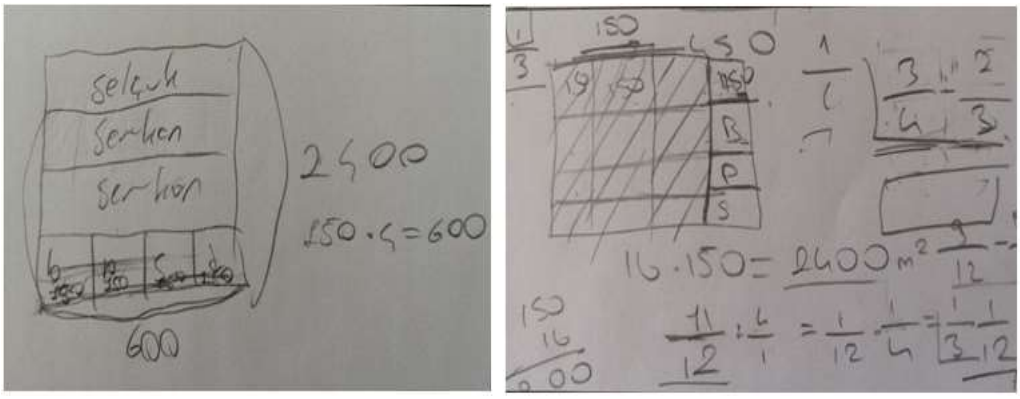
$Ö_6$: *Karıştırırım.*

Araştırmacı: *Bir dene istersen.*

$Ö_6$: (Yine şekil üzerinde göstererek) *150'yi 4 ile çarparız.*

Araştırmacı: *Ama yine şekilden gösteriyorsun. Şekli kullanmadan çözebilir misin?*

$Ö_6$: *Yok onu karıştırırım.*



Şekil 4.15 Sırasıyla $Ö_6$ ve $Ö_4$'ün 3. Problemi Çözümleri

$Ö_6$ öğrencisi kesirler ve kesir problemlerini önceden biliyor olmasına rağmen kendine güvenememiştir. Benzer şekilde $Ö_4$ öğrencisi de şekli kullanarak problemi çözmüştür. Başka yolda çözülebilir mi sorusuna:

Ö4: *Şekil çizmeden kesirlerle çok uğraşmam gerekirdi. Çok zorlardı. Şekli çizerek parçalardan yola çıkarak daha kolay yapılır.*

Araştırmacı: *Peki bir de kesirlerle çözmeye çalış bakalım.*

Ö4: (Soruyu tekrar okur 1/4 yazar, sonra kalan 3/4 yazar, kalanın 2/3'ünü bulmak için 3/4 'ten 2/3'ü çıkarır) *1/12 olur*. *Bunu da 4 eşit parçaya böleriz* (1/12'yi 4'e böler 1/3 bulur). *Tarlanın üçte biri 150 metrekare imiş. Bunu da 3 ile çarparsak 450 çıkıyor.*

Araştırmacı: *Neyi buldun?*

Ö4: *Aynı sonuç çıkmadı.*

Araştırmacı: *Bir yerde hata mı yaptın?*

Ö4: *Evet.* (İşlemleri kontrol eder. 3/4'ten 2/3'ü çıkardığı işlemi göstererek) *Burada hata var galiba. Bu işlemle kalan parçayı mı buluruz acaba?* (Soruyu tekrar okur). *Bu ikisini toplasak mı acaba?* (Bir süre daha düşünür).

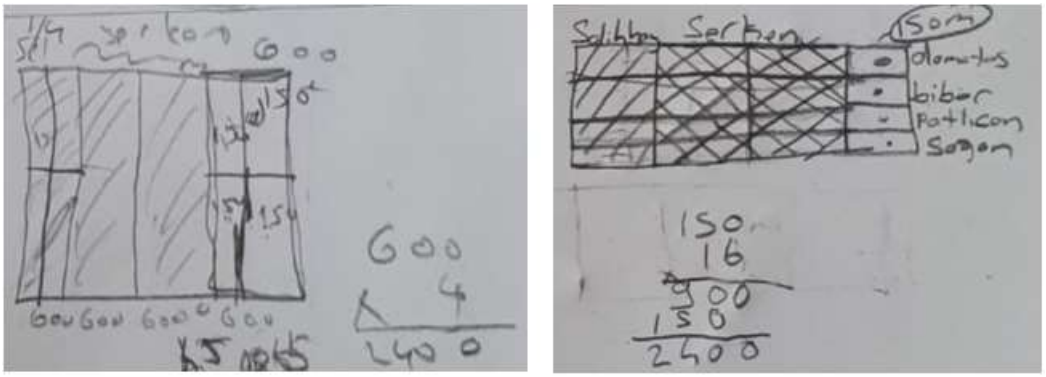
Araştırmacı: *Peki bu yolla çözülebilir mi? Yani şekil çizmeden.*

Ö4: *3/4'ün 2/3'ünü almak lazım*

Araştırmacı: *Onu nasıl yaparız?*

Ö4: *Çıkarmam mı lazım?* (Bir süre düşünür). *Buradan yapamıyorum.*

Ö4 öğrencisi kesirlerle ilgili yapılacak işlemleri karıştırdı. Görsel üzerinden problemi çözerken kesirlerle ilgili hesaplamaları ve işlemleri doğru yapabiliyorken, sadece aritmetiksel işlemler üzerinden çözerken bilişsel olarak yoğunluk yaşadığı görülmektedir. Ö7 ve Ö8 öğrencileri de diğer öğrencilerle benzer aşamalarla problemi çözebilmişlerdir. Ancak bu öğrenciler de bu problemi şekilsiz çözemeyeceklerini ifade etmişlerdir.



Şekil 4.16 Sırasıyla Ö7 ve Ö8'in 3. Problemi Çözümleri

Tablo 4.34 Problem 3'te Öğrencilerin Görsel Kullanımları

		$Ö_1$	$Ö_2$	$Ö_3$	$Ö_4$	$Ö_5$	$Ö_6$	$Ö_7$	$Ö_8$
Problem metnine uygun görsel oluşturdu ve görselde gerekli düzenlemeleri doğru yaptı	Doğru çözdü	x	x	x	x		x	x	x
	Yanlış çözdü					x			
Problem metnine uygun görsel oluşturdu, görselde gerekli düzenlemeleri yapamadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü								
Problem metnine uygun görsel oluşturamadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü								
Görsel Kullanmadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü								

Sonuç olarak $Ö_2$ problemi hem görsel temsillerle hem de kesir konusu ile ilgili bilgilerini kullanarak 2 farklı yöntemle çözebilmiştir. Bu açıdan $Ö_2$ öğrencisinin bu problem için kavramsal, olgusal, prosedürel ve strateji bilgilerine tam olarak sahip olduğu söylenebilir. $Ö_1$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_6$, $Ö_7$ ve $Ö_8$ öğrencileri problemi görsel temsil kullanma stratejisi ile doğru bir şekilde çözebilirken, kesirler konusu ile ilgili aritmetiksel bilgilerini kullanarak çözmemiş veya çözememişlerdir. Bu öğrencilerin bu problemin aritmetiksel çözümünü uygulamak için olgusal, kavramsal veya prosedürel bilgi türlerinden biri veya birkaçında kendilerine güvenemedikleri veya eksiklikleri olduğu görünmektedir. $Ö_5$ öğrencisi ise görsel strateji kullanarak çözüme ulaşabilecekken dikkatsizlik sonucu işlem hatasıyla sonuca ulaşamamıştır. $Ö_5$ öğrencisi de kesirler konusu ile ilgili bilgilerine güvenemediğinden görsel strateji haricinde çözüm yapamamıştır.

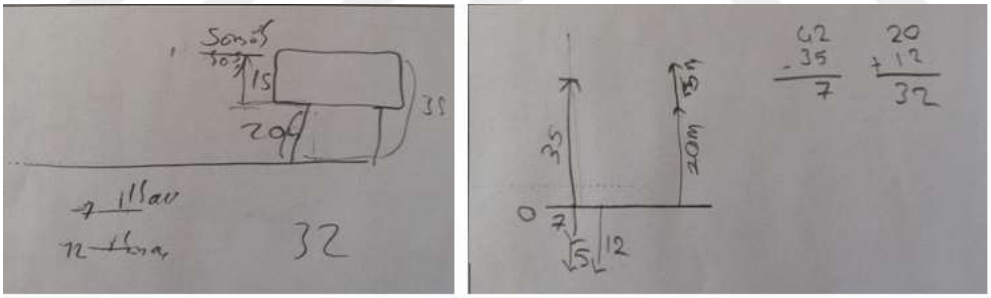
Problem 3'te tüm öğrenciler problem metnine uygun bir görsel çizip doğru yorumladılar. 7 öğrenci doğru işlemlerle doğru sonuca ulaşırken 1 öğrenci aritmetiksel işlem hatasıyla doğru sonuca ulaşamamıştır. Öğrencilerin tümü şekil çizmeyi problemi anlama aşamasından başlayarak tüm problem boyunca kullanmışlardır. Öğrencilerin tamamı problemde şematik görseller kullanmışlardır.

Problem 4'e ait bulgular:

Problem 4: Deniz seviyesinden 20 metre yükseklikteki kayalıklardan yukarı doğru 15 metre yükselen bir Sümsük Kuşu, denizdeki avını fark edip hemen dalışa geçti. 42

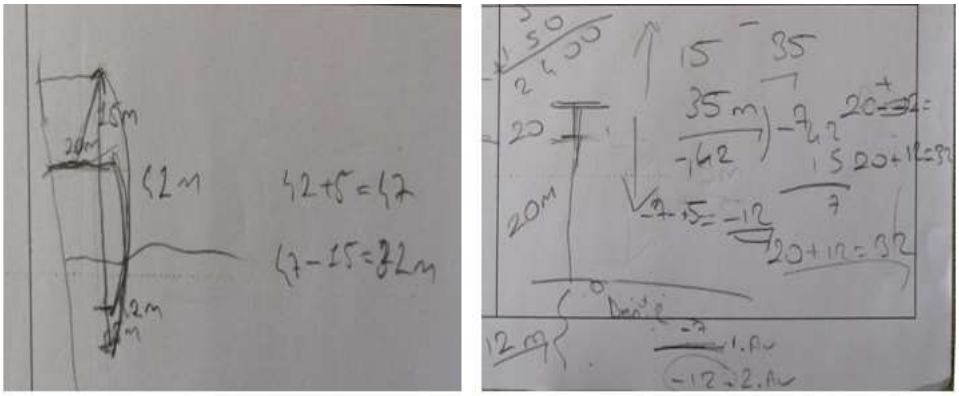
metre aşağıdaki avını yakalayan Sümsük Kuşu 5 metre aşağıda bir av daha gördü ve onu da yakaladı.
Sümsük Kuşu ikinci avını başlangıçtaki kayalıklardan kaç metre aşağıda yakalamıştır?

$Ö_1$ problemin tamamını okur.
Araştırmacı: *Ne anladın?*
$Ö_1$: (Şekil çizerken aynı zamanda problemin cümlelerini tekrar okur şekle aktarır). *Şurası deniz seviyesi olsun. Buradan 20 metre yükseklikte kayalar var diyor. Şöyle kayalık olsun. Kayalıktan 15 metre yükseğe çıkmış*.
Araştırmacı: *Sümsük kuşu ilk başta neredeymiş?*
$Ö_1$: *Kayalıklarda. Sonra 15 metre yükselmiş yani deniz seviyesinden 35 metre yüksekte şu an. 42 metre aşağı iniyor. O zaman deniz seviyesinin altına iner 7 metre. Burası -7 olsun. İlk av burada* (ilk av diye yazar). *2. av buranın 5 metre aşağısında yani -12'de olur* (2. av yazar). *Kayalıkların hizasından 2. avına kadar olan mesafeyi soruyor.* (Şekil üzerinde göstererek) *Kayalıklar denizden 20 metre yukarıda, 2. av deniz seviyesinden 12 metre aşağıda. O zaman kayalıklardan 32 metre aşağıda yakalar.*



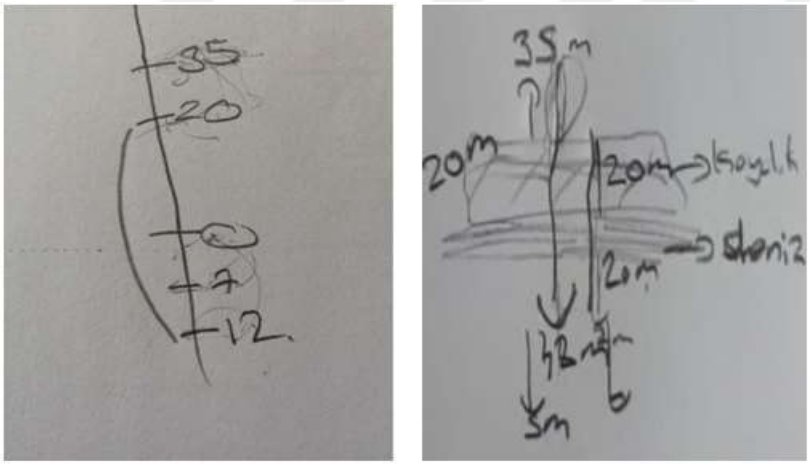
Şekil 4.17 Sırasıyla $Ö_1$ ve $Ö_3$'ün 4. Problemi Çözümleri

$Ö_1$ problemi anlama aşamasından itibaren şekil çizmeye başladı ve tüm aşamalarda şekli dinamik olarak kullandı. $Ö_1$ görsel türü olarak problemde verilen öğelerin bazılarını (örneğin kayalıkları) resimsel olarak temsil etmesine rağmen öğeler arasındaki niceliksel ilişkilerin tamamını şekle aktarmıştır. Bundan dolayı çizdiği şekil şematik bir görseldir (Hegarty ve Kozhevnikov, 1999). $Ö_8$ öğrencisi de $Ö_1$ gibi problemin bazı öğelerini resimsel çizmesine rağmen niceliksel ilişkileri şekil üzerinde kullandığından şematik görsel kullanmıştır. $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_6$ öğrencileri de $Ö_1$ ile benzer süreçleri kullanarak problemi çözmüştür. Bu öğrenciler problemi tamamen şematik görseller kullanarak çözmüşlerdir.



Şekil 4.18 Sırasıyla $Ö_6$ ve $Ö_4$'ün 4. Problemi Çözümleri

$Ö_2$ öğrencisi $Ö_1$ ile benzer süreçle şekil çizerek problemi anlamış, çözüm planını yapmış ancak çözümü uygularken kuşun ilk harekete başladığı kayalıklardan 2. avına olan uzaklığı sormasına rağmen kuşun 15 metre yükseldiği noktadan 2. ava olan mesafeyi bulmuştur. Bununla birlikte cevabını kontrol ederken hatasını fark edip çözümünü düzeltmiştir.



Şekil 4.19 Sırasıyla $Ö_2$ ve $Ö_8$'in 4. Problemi Çözümleri

$Ö_5$ problemi okur.

Araştırmacı: *Ne anladın?*

$Ö_5$: (Dikey bir sayı doğrusu modeli kullanarak problem cümlelerini okurken bir yandan da cümlelerde verilen sayıları sayı doğrusuna aktarmaya başlar). *Sıfır deniz seviyesi olsun. Kayalık şurası 20. Sonra 15 metre yükselmiş şuraya gelmiş, 35 yapar. Dalışa geçiyor şuraya bir yere 42 metre aşağı geliyor* (42 metrenin tamamını deniz seviyesinden aşağıda işaretler ve 1.av yazar). *5 metre aşağıda bir av daha yakalıyor,*

47 metre olur (deniz seviyesi altında 47'yi işaretler ve 2. av yazar). *2. avı kayalıklardan kaç metre aşağıda yakalamıştır diyor.*

Araştırmacı: *Ne yapacaksın?*

$Ö_5$: *35 metreden aşağıda görüyordu ama 20 metreden aşağısını soruyor.* (47'den 35 çıkarır 12 bulur ve deniz seviyesi üzerindeki 35 ile deniz seviyesi altındaki 47 arasını 12 metre olarak gösterir). *Sonra da 12 ile 20'yi toplarız 32 yapar*.

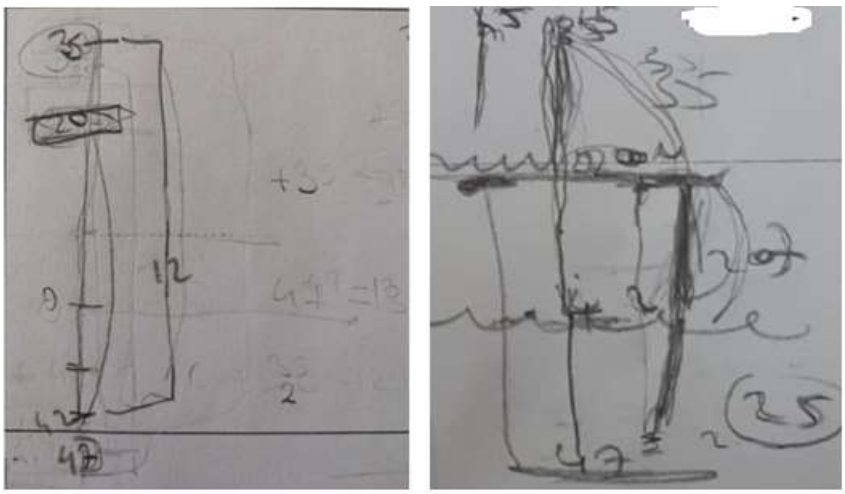
Araştırmacı: *Buradaki 12 ile 20'yi neden topladın?*

$Ö_5$: (Bir süre düşünür). *İlk başta 20'deydi*, (deniz seviyesi üzerindeki 35 ile deniz seviyesi altındaki 47'yi göstererek) *burası 12 metre*.

Araştırmacı: *Bu 35 ile bu 47 arasında 12 metre mi mesafe var?*

$Ö_5$: *Kaç metre 12 değil mi? 47'den 35 çıkarsa 12 kalır. Yani -12'de 20 artıda* (+20-12= yazar ve bir süre düşünür). *Olmadı*. (Yazdıklarının tamamını siler rastgele aritmetiksel işlemler yapmaya başlar). *35'ten 42 çıkarsak -13 kalır. 47'den 13 çıkarsak 24 olur.* (Bir süre düşünür). *Olmuyor.*

$Ö_5$ problemde verilen ifadelerin bağlamlarını şekle doğru aktaramadı. Ayrıca şekil üzerindeki sayılarla rastgele işlemler denedi. Şekil üzerindeki mesafeleri nasıl kullanacağını bilemedi. $Ö_5$ şematik bir görsel kullanmasına rağmen doğru bir şekil oluşturamadı. $Ö_7$ de $Ö_5$ öğrencisi ile benzer şekilde problemde verilen deniz yüzeyini, 20 metre yükseklikteki kayalıkları ve 15 metre daha yükselmesi olaylarını tasvir edebilirken, 42 metre aşağı inme (deniz yüzeyinin altına geçme) olayını anlamlandırmakta zorlanmıştır. Dolayısıyla doğru bir görsel oluşturamamıştır.



Şekil 4.20 Sırasıyla $Ö_5$ ve $Ö_7$'nin 4. Problemi Çözümleri

Tablo 4.35 Problem 4'te Öğrencilerin Görsel Kullanımları

		$Ö_1$	$Ö_2$	$Ö_3$	$Ö_4$	$Ö_5$	$Ö_6$	$Ö_7$	$Ö_8$
Problem metnine uygun görsel oluşturdu ve görselde gerekli düzenlemeleri doğru yaptı	Doğru çözdü	x	x	x	x		x		x
	Yanlış çözdü								
Problem metnine uygun görsel oluşturdu, görselde gerekli düzenlemeleri yapamadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü								
Problem metnine uygun görsel oluşturamadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü					x		x	
Görsel Kullanmadı	Doğru çözdü								
	Yanlış çözdü								

Sonuç olarak $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$, $Ö_6$ ve $Ö_8$ öğrencilerinin bu problem için kavramsal, olgusal, prosedürel ve strateji bilgisi anlamında eksiklikleri görülmemiştir. Bu öğrencilerin problem metninde verilen bağlamsal durumların içsel temsilini doğru bir şekilde oluşturdukları ve bunları doğru dışsal temsillere aktararak doğru çözüme ulaştıkları görülmektedir. $Ö_5$ ve $Ö_7$ öğrencilerinin ise problem metninde verilen bağlamsal durumları içselleştiremedikleri, dolayısıyla da doğru dışsal temsiller oluşturamadıklarından doğru yorumlara ulaşamadıkları görülmektedir. Bu öğrenciler olgusal bilgi anlamında sıkıntı yaşamışlardır.

Problem 4'te öğrencilerin tamamı görsel kullanmakla birlikte 2 öğrenci problem metnine uygun görsel oluşturamadı ve yanlış yorumlamalarla yanlış sonuca ulaştılar. Öğrencilerin tamamı şematik bir görsel kullandılar. Görselleri, problemi anlama aşamasından itibaren tüm problem aşamalarında kullandılar.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada, problem çözerken görsel temsil kullanma konusunda öğrencileri bilinçlendirmek ve görsel temsil oluşturabilme konusunda öğrencilere yetkinlik kazandırmak amacıyla yapılan etkinliklerin, öğrencilerin problem çözme becerilerine, problem çözmeye ve matematik dersine yönelik tutumlarına etkisi araştırılmıştır.

Picus vd. (1983)'ne göre problem çözme stratejilerinin doğrudan öğretimi, öğrencilerde problem çözme becerilerini geliştirebilir. Yapılan bu araştırmada görselleştirme ve görsel temsil kullanma etkinliklerinin öğrencilerin problem çözme başarılarına etkisi araştırılmış ve araştırma bulgularına göre öğrencilerin problem çözme başarılarını artırdığı görülmüştür. Problem çözmede problem çözme stratejileri anahtar rol üstlenirler (Schoenfeld, 1999) ve bu çalışmada görsel ve temsile dayanan etkinlikler başarıya yönelik anlamlı bir ilişki ortaya koymuştur. Araştırma Tekin ve Konyalıoğlu (2009)'nun, Yıldız (2019)'ın, Küçük (2019)'ün, Uysal Koğ ve Başer (2015)'in ve İsrael (2003)'in çalışmaları ile uyumludur. Ayrıca Tanrıseven (2000) "Matematik öğretiminde problem çözme stratejisi olarak dramatizasyonun kullanılması" isimli çalışmasında problem çözme başarısının, matematik problemlerini çözerken probleme uygun şekil ya da şema çizme sıklığına göre farklılaştığı bulgusunu elde etmiştir.

Araştırma kapsamında öğrencilerin cinsiyetleri ile problem çözme başarıları arasında ilişki olup olmadığı incelenmiş ve hem ön test hem de son test puanlarında erkek öğrenciler ile kız öğrenciler arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür. Bununla birlikte hem ön test hem de son test puanlarında erkek öğrencilerin kız öğrencilerden daha yüksek puanlar aldığı görülmektedir. Ön test puanlarında fark daha fazla iken son test puanlarında aradaki puan farkı oldukça kapanmıştır. Yani ön test ve son test puanlarında her iki cinsiyet için de artış görülmekle birlikte kız öğrencilerdeki puan artışı daha fazla olmuştur. Bununla birlikte araştırmanın bu bulgusu İsrael'in (2003), "Problem Çözme Stratejileri, Başarı Düzeyi, Sosyo-Ekonomik Düzey ve Cinsiyet İlişkileri" çalışmasındaki bulgusu ile uyumlu değildir.

Araştırmada öğrencilerin anne-baba eğitim durumlarının problem çözme başarıları ile ilişkili olup olmadığı incelenmiş ve araştırma bulgularına göre hem anne eğitim durumlarının hem de baba eğitim durumlarının öğrencilerin problem çözme başarıları ile ilişkili olmadığı görülmüştür. Yani anne-baba eğitim durumunun yüksek veya düşük olması öğrencilerin problem çözme başarısında etkili olmamıştır. Problem çözme literatürü incelendiğinde problem çözme başarısını etkileyen etkenlerin içerisinde birçok araştırmacının kabul ettiği gibi sosyal çevre ve sosyo-kültürel ortam (bağlamsal faktörler) da yer almaktadır. Bireyin gerçekliğini oluşturan sosyo-kültürel koşulların zenginliği, bireyin hem okul içinde hem de okul dışında matematik yapmadaki başarı potansiyelini belirlemede önemli bir rol oynamaktadır (Lester, 1988; 1989). Özellikle matematiksel fikir ve tekniklerin geliştirilmesi, anlaşılması ve kullanılması sosyal ve kültürel durumlardan etkilenmektedir (Lester vd., 1989). Bu kavram oldukça geniş bir kavram olmakla birlikte, aile de bu kavramın içerisinde yer almaktadır. Ailenin sağladığı sosyo-kültürel ortam bireylerin matematik öğrenme ve problem çözme becerilerini etkileyebilir. Ancak bu çalışmada elde edilen bulgular neticesinde, sosyal çevre içerisinde bir parça olan aileden, anne ve babanın eğitim durumlarının problem çözmeyle ilişkili olmadığı görülmüştür. Bu durum öğrencilerin problem çözme becerilerini belirlemede annenin eğitim düzeyinin etkili olduğu Kütük (2019)'ün "Öğrencilerin Problem Çözme Becerilerinin Ev ve Aile ile İlişkili Faktörler, Okul Türleri ve Duyuşsal Değişkenler ile Yordanması" çalışması ile uyumlu değildir.

Yapılan etkinliklerin öğrencilerin problem çözmeye ve matematik dersine ilişkin tutumlarına etkisi araştırılmış ve araştırma bulgularına göre etkinliklerden sonra öğrencilerin problem çözmeye ve matematik dersine karşı tutumlarında anlamlı bir düşüş olduğu görülmüştür. Bununla birlikte problem çözmeye yönelik kullanılan tutum ölçeğinin alt boyutları olan "öğretim" ve "hoşlanma" boyutlarının puanlarındaki değişim incelenmiş ve öğretim alt boyutunda anlamlı bir değişim gözlenmezken, hoşlanma alt boyutunda anlamlı bir düşüş görülmüştür. Çalışma Ayaz (2009)'ın "İlköğretim İkinci Kademe Matematik Dersi Öğretim Programının Öğrencilerin Problem Çözme Tutum ve Becerilerine Etkisi" isimli çalışması ile uyumlu değildir. Ayrıca Önal (2015), "Bağlamsal Problemlerin Çözümünde Strateji Öğretiminin Öğrencilerin Başarı ve Tutumuna Etkisi" isimli çalışmasında matematiğe yönelik tutumu değiştirmediğini bulmuştur.

Çalışmada öğrencilerin problem çözmeye ve matematik dersine ilişkin tutumlarının cinsiyetlerine göre değişiklik gösterip göstermediği iki ayrı tutum ölçeğinin ön ve son uygulamalarındaki verilerden araştırılmıştır. Öğrencilerin hem problem çözmeye hem de matematik dersine ilişkin tutumlarında hem etkinliklerden önce hem de etkinliklerden sonra, erkek ve kız öğrenciler arasında anlamlı bir farkın olmadığı görülmüştür.

Öğrencilerin problem çözmeye ve matematik dersine yönelik tutumlarında anne ve babalarının eğitim durumlarının etkisi araştırılmıştır. Problem çözmeye yönelik tutum puanlarında etkinliklerden önce uygulanan ön tutum ölçeğinde yalnızca babası lise mezunu olan öğrencilerin, babası ilkokul mezunu olan öğrencilere göre problem çözmeye karşı anlamlı derecede daha olumlu bir tutuma sahip oldukları görülmüştür. Ancak etkinliklerden sonra uygulanan son tutum ölçeğinde aradaki puan farkının kapandığı ve anlamlı bir farkın olmadığı görülmüştür. Problem çözmeye yönelik tutumda anne eğitim durumuna göre ise hiçbir eğitim düzeyinde anlamlı bir farklılık görülmemiştir. Dolayısıyla etkinliklerden önce yalnızca babası lise mezunu öğrenciler, babası ilkokul mezunu öğrencilerden daha olumlu tutuma sahipken, etkinliklerden sonra problem çözmeye yönelik tutumda anne ve baba eğitim durumunun herhangi bir farklılaşmaya neden olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde matematik dersine yönelik tutumda anne ve baba eğitim durumunun, etkinliklerden önceki ve etkinliklerden sonraki tutum değerlendirmelerinde herhangi bir farklılaşmaya sebep olmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Etkinliklerde;

- görsel temsillerin ne işe yaradığı, farklı görsel temsil örnekleri,
- bir problem için seçilen görsel temsilin neden yararlı olabileceği,
- problemin temel ayrıntılarının ve bağlamsal durumların görselde nasıl ifade edilebileceği,
- nicel verilerin görsele nasıl aktarılabileceği, matematiksel kavramların nasıl görselleştirilebileceği,
- bir probleme uygun farklı görsellerin neler olabileceği,
- görsel kullanmanın başka temsil biçimlerine üstün veya zayıf yönleri sınıf içinde tüm öğrencilerin katılımı ile tartışılmıştır.

Bu tartışmaların öğrencilerin görselleri etkili kullanımını desteklediği düşünülmektedir. Öğrencilerle yapılan mülakat bulgularında genel olarak öğrencilerin olgusal bilgiyi doğru bir şekilde kullanarak problemin temsilini doğru bir şekilde kurabildikleri, doğru temsilleri yerinde kullanarak problemin doğru sonuçlarına ulaşabildikleri görülmüştür. Uysal Koğ ve Başer (2015)'e göre öğrencilerin görselleştirme becerilerini geliştirmeyi hedefleyen öğretim uygulamasıyla öğrenciler problem çözerken görselleri etkili bir şekilde kullanabilirler. Sneider vd. (2010) bir problem metninin diyagramlarla özetlenmesinin öğrencilerin çıkarım yapma gücünü geliştirdiğini bulmuştur. Bu çalışmalarla birlikte düşünüldüğünde, öğrencilerin görsel temsil kullanma etkinlikleri sonucu görselleri etkili olarak kullandığı, bunun da çıkarım yapma güçlerini artırdığı, sonuç olarak da problem çözme başarılarının arttığı düşünülmektedir. Bununla birlikte Pantziara vd. (2004) diyagramların kullanımının öğrencilerin problem çözme başarılarını artırmadığını bulmuşlardır. Pantziara vd. (2004) çalışmalarında öğrencilere 2 test olarak uyguladıkları veri toplama aracında, testlerden birini öğrencilerin istedikleri gibi çözmelerini isterken, diğer testte problemler, uygun diyagramlarıyla verilip öğrencilerden çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin iki testi arasında fark bulunamamıştır. Yapılan bu çalışma ise, Pantziara vd. (2004) ile 2 önemli noktada ayrılmaktadır. Öncelikle bu çalışmada öğrencilere diyagram ve görsel temsillerle ilgili bir eğitim verilirken, Pantziara vd. (2004) diyagram kullanımı ile ilgili öğrencilere herhangi bir bilgilendirme yapmamıştır. Pantziara vd. (2004)'nin bu çalışması gösterir ki, öğrenciler diyagram kullanma becerilerini kendiliğinden geliştirmez, bunun için bu çalışmada olduğu gibi eğitime ihtiyaç duyarlar (Diezmann ve English, 2001; Montague, 2004). İkinci olarak öğrencilere problemle birlikte problemi temsil eden hazır bir diyagram vermişlerdir. Pantziara vd. (2004)'nin de ifade ettiği gibi, verilen bu hazır diyagramlar öğrenciler tarafından anlaşılamamış ve ilave bilişsel yüke neden olup problem çözmeye engel olmuş olabilir. Öğrencinin problemden anladığı şekilde diyagramı kendi oluşturması, problem çözme başarısını artırabilir.

Öğrencilerin etkinlikler sırasında, yapılan tüm aktivitelere etkin şekilde katılım sağlamasına ve problemleri severek çözdüklerini ifade etmelerine rağmen tutum puanlarındaki düşüş dikkat çekicidir. Bunun farklı birçok nedeni olabilir. Uygulanan etkinliklerde öğrencilerin, çoğu zihinsel olarak zorlayıcı ve farklı çözüm yollarını da

gösteren (aritmetiksel, cebirsel, görsel) çalışmalara yoğun bir şekilde ve belli bir zaman diliminde muhatap olması, öğrencileri yormuş veya sıkmış olabilir. Bu yapılan etkinliklerin, daha geniş bir zaman dilimine yayılması -mesela öğretim konularının içine serpiştirilmesi- öğrencilerin bu çalışmalardan sıkılmasını engelleyebilir. Ayrıca Picus vd. (1983), yaptıkları bir sentez çalışmasından elde ettikleri önemli bir sonuca göre problem çözme, müfredat alanının veya alanlarının entegre bir parçası olarak daha iyi öğretilebilmektedir. Böylece öğrencilerin problem çözme çalışmaları ile yoğun çalışmaları sonucu sıkılmalarının önüne geçilebilir. Bunun yanında bu çalışma 8. sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Bu sınıf düzeyinde öğrenciler yılsonunda liselere giriş sınavına girecek olmalarından dolayı, matematik derslerinde de daha önceki sınıf düzeylerinde olmadığı kadar rutin olmayan problemlerle ve üst düzey mantık-muhakeme problemleri ile yoğun bir şekilde muhatap olmaktadırlar. Bu çalışmada yapılan etkinliklerle birlikte öğrenciler yoğun bir şekilde matematik problemi çözmek durumunda kalmışlardır. Bu durum öğrencileri sıkmış ve problem çözme ve matematik dersine yönelik olumlu tutumlarında düşüşe sebep olmuş olabilir. Bu çalışmanın alt sınıf düzeylerinde uygulanması veya aynı sınıf düzeyinde kontrol grubu kullanılarak yapılması hem problem çözmeye hem de matematik dersine ilişkin tutum puanlarındaki düşüşün esas sebebi hakkında daha fazla fikir verebilir.

Etkinliklerin ve son testlerin uygulanmasından sonra öğrencilerin genel problem çözme davranışları ve problemde görsel temsil kullanımları ile ilgili detaylı inceleme yapabilmek için öğrencilerin bir kısmı ile görüşmeler yapılmıştır.

Yapılan görüşmeler neticesinde genel olarak öğrencilerin etkinliklerde vurgulandığı gibi problem çözme adımlarına uygun şekilde problem çözdükleri görülmüştür. Ayrıca etkinliklerde üzerinde durulan en önemli konulardan biri olan bağlamsal durumların yorumlanması ve temsil edilmesini içeren olgusal bilginin kullanımı konusunda öğrencilerin genel olarak iyi seviyede oldukları görülmüştür. Öğrenciler genel olarak problem metninde ifade edilen bağlamsal durumları doğru bir şekilde temsillerle ifade edebilmişlerdir. Bununla birlikte özellikle problem çözme başarısı düşük olan öğrenciler bazı problem türlerinde, özellikle tasvirsel öğelerin temsilinde daha fazla eğitime ihtiyaç duymaktadırlar. Bu öğrencilerin bazı problemlerde problem cümlelerinde ifade edilen bağlamsal durumların içsel bir temsilini oluşturmakta

zorlandıkları görülmektedir. Mayer (1983)'e göre öğrencilerin problemleri resim, şekil, sembol, grafik vs. gibi temsillerle temsil etme alıştırmaları yapmaları, çözüme yardımcı olmanın yanında öğrencilerin problemin içsel temsilini oluşturmalarına da katkı sağlamaktadır. Temsil çalışmaları, özellikle de görsel temsil çalışmaları ile öğrencilerin hem problem cümlelerini doğru içselleştirme becerileri, hem de dışsal temsilleri etkili olarak kullanabilme becerileri gelişecektir. Bu yüzden öğretmenlerin öğrencilere olgusal bilgi anlamında yetkinlik kazandırmaları için bağlamsal durumların nasıl temsil edileceği, özellikle de görsel temsillerle nasıl temsil edileceği konusunda eğitim vermeleri gerektiği bu çalışmanın bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır.

Mülakat bulgularına göre birden fazla çözümü olan Problem 2'de öğrencilerin büyük çoğunluğu problemin tek çözümü olması gerektiği gerekçesiyle şıklarda bulamadığı ama doğru bir şekilde bulduğu çözümün yanlış olduğunu ifade etmiştir. Bu bulgu, öğrencilerde problem kavramı ile ilgili yanlış bir algının olduğunu göstermektedir. Bu algı nedeniyle öğrenciler doğru bir çözümüne ulaştıkları problemin sonucunun cevap şıklarında olmadığını görmesi ile çözümlerini aynı bakış açısıyla tekrar tekrar kontrol etmekte ancak şıklardaki sonuca ulaşamayınca pes etmektedirler. Öğrencilerin, problemin birden fazla cevabının olabileceğini bilmeleri, buldukları cevapla birlikte farklı bir bakış açısı getirmeleri gerektiğini anlamalarını sağlayabilir. Ders kitaplarında ve derslerde, öğrencilerin çözdükleri hemen hemen tüm problemlerin tek çözümü ve tek cevabı olması, öğrencilerde böyle bir yanlış algıya neden olmaktadır. Ders kitaplarının hazırlanmasında kitap yazarlarının ve derslerin işlenişinde öğretmenlerin birden fazla cevabı olan problemler kullanması öğrencilerdeki bu algıyı ortadan kaldıracaktır.

Mülakatta öğrencilere yöneltilen Problem 3'te öğrencilerin tamamı görsel temsil kullanma stratejisi ile problemi çözebilmişlerdir. Ancak görsel temsil haricinde çözümleri de öğrenmelerine rağmen bir öğrenci dışında hiçbir öğrenci problemi aritmetiksel veya kesirlerle ilgili işlem becerileri ile çözmek istememiş veya çözememiştir. Bu da öğrencilerin bu problemde kavramsal ve/veya prosedürel bilgi anlamında eksikliklerinin olduğunu göstermektedir. Buradan hareketle öğrenciler bazı problem türlerinde kavramsal ve/veya prosedürel bilgi bağlamında eksik olsalar bile,

doğru bir strateji bilgisi ile anlamlı bir şekilde doğru çözüme ulaşabilmektedirler. Araştırmanın bu bulgusu Siew Yin (2010)'in ifade ettiği, görsel temsillerin bazen hesaplamaların yerine geçtiği bulgusuyla da örtüşmektedir.

Mülakat bulgularına göre öğrencilerin problemlerin çözümlerinde büyük oranda görsel temsillerden yararlandıkları görülmektedir. Bu bulgu öğrencilerin belli bir süre görsel temsillere odaklanarak problem çözmelerinin bir sonucu olabilir. Bununla birlikte öğrenciler artık görselleştirmeyi problem çözmede etkili bir strateji olarak görüyor da olabilirler. Mülakatlarda öğrencilerin kullandıkları görsellerin tamamının şematik görseller olduğu görülmüştür. Öğrencilerin bazıları bazı tasvirsel öğeleri aslına benzeterek çizmelerine rağmen problemde veriler niceliksel ilişkileri de gösterdiklerinden Hegarty ve Kozhevnikov (1999)'un sınıflamasına göre bunlar da şematik görsellerdir. Doğru oluşturulmuş şematik görsellerin problem çözme başarısı ile ilişkili olduğu yapılan bazı çalışmalarda ifade edilmektedir (Hegarty & Kozhevnikov, 1999). Yapılan mülakatlarda uygun bir şematik görsel oluşturulabilen problemlerin tamamı olmasa da büyük çoğunluğu doğru çözülebilmiştir. Doğru oluşturulmuş şematik bir görsele rağmen yanlış yapılan sorularda genellikle aritmetiksel işlem hatalarının yapıldığı görülmüştür. Bu hatalarla ilgili dönüt verildiğinde ise öğrenciler yine problemin doğru bir çözümüne ulaşabilmektedir.

Mülakatlarda öğrencilerin genellikle önce problemin tamamını okuduktan sonra görselleri, problemi cümle cümle tekrar okurken çizmeye başlayıp yapılandırdıkları görülmüştür. Bu da öğrencilerin görselleri problemi anlama basamağında problemi anlamlandırmak için kullandıklarını göstermektedir. Problemi cümle cümle okumaları bittiğinde ise öğrenciler görsel üzerinden çözüme ulaşmak için ilişki aramaktadırlar. Bu da öğrencilerin görselleri plan yapma basamağında da kullandığını göstermektedir. Gerekli ilişkileri görebilen öğrenciler bazı problemlerde aritmetiksel işlemlerle devam edip çözüme ulaşabilirken bazı problemlerde ise yine çizdiği görsel üzerinde bulduğu ilişkilerle görseli revize ederek, tamamlayarak görsel üzerinden sonuca ulaşmaktadırlar. Yani çizilen görseller genellikle problem çözmenin tüm basamaklarında kullanılmaktadır. Ancak bazı problemlerde öğrencilerin problemi kendi ifadeleri ile özetledikten sonra aritmetiksel işlemlerle çözüme başlayıp bazı sonuçlar bulduktan sonra görsel kullandıkları durumlar da görülmüştür. Yani

öğrenciler problemi zihninde anlayıp, plan yapıp çözüm basamağının bir kısmını da görsel temsil olmadan ilerletip, çözüm basamağının ilerleyen adımlarında çözümü devam ettirebilmek için de görsel kullanabilmektedir (Problem 1'deki gibi). Hatta bazı öğrenciler bazı problemlerde problemin tamamını görsel kullanmadan çözüp sonuca ulaştıktan sonra çözümü kontrol basamağında görsel temsil oluşturmaktadır. Ancak büyük çoğunlukla görsel temsil kullanan öğrenciler problemi anlama basamağından itibaren problem boyunca dinamik olarak kullanmaktadırlar. Sonuç olarak Siew Yin (2010)'in çalışmasında elde ettiği sonuçlara benzer şekilde öğrenciler görsel temsilleri problemi anlamak için, problemin bağlantılarını görmek için, hesaplamaların yerine geçmesi için ve çözümü kontrol etmek için kullandıkları anlaşılmaktadır.

Yenilenen ortaokul öğretim programında ve matematik uygulamaları dersi programlarında problem çözme stratejilerinin kullanımına yönelik açık bir kazanım bulunmamaktadır. 2009 Programında amaçlar kısmında "Problem çözme stratejileri geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabilecektir" ifadesi mevcuttur. 2018 programında bu durum "Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir" şeklinde yer almıştır. Problem çözme ile öğretim yapılmak istenirse bu becerilerin geliştirilmesi adına programda örneğin sadece yüzde ile ilgili problemleri çözer demenin yanında bu problemleri çeşitli stratejiler kullanarak çözer ifadelerine programda yer verilmesi gerekir. Veya örneğin geometride "denklem ve eşitsizlikleri kullanarak geometri problemlerini çözer" şeklinde açıklamalara yer verilebilir.

KAYNAKLAR

Ahmad, A., Tarmizi, R. A., & Nawawi, M. (2010). Visual Representations in Mathematical Word Problem Solving Among Form Four Students in Malacca . *Procedia Social and Behavioral Sciences 8*, 356–361.

Aksu, M. (1984). Matematiksel Problemleri Çözmede Öğrenci Güçlükleri. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 33.

Altun, M. (1995). 3, 4 ve 5. Sınıf Öğrencilerinin Problem Çözme Davranışları Üzerine Bir Çalışma. Yayımlanmamış Doktora Tezi.

Altun, M. (1998). *Eğitim Fakülteleri ve İlköğretim Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi.* İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım.

Altun, M. (2000). İlköğretimde Problem Çözme Öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi Sayı:147*.

Altun, M., & Arslan, Ç. (2006). İlköğretim Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejilerini Öğrenmeleri Üzerine Bir Çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3.

Alvi, E., Mursaleen, H., & Batool, Z. (2016). Beliefs, Processes and Difficulties Associated with Mathematical Problem Solving of Grade 9 Students. *Pakistan Journal of Educational Research and Evaluation Vol. 1, No. 1*, 85-110.

Auerbach, C. F., & Silverstein, L. B. (2003). *Qualitative Data: An Introduction to Coding and Analysis.* New York: New York University Press.

Ayaz, M. F. (2009). İlköğretim İkinci Kademe Matematik Dersi Öğretim Programının Öğrencilerin Problem Çözme Tutum ve Becerilerine Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Elazığ

Bayazit, İ. (2013). An Investigation of Problem Solving Approaches, Strategies, and Models Used by the 7th and 8th Grade Students when Solving Real-World Problems. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 1920-1927.

Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda Matematik Öğretimi.* Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Beckmann, S. (2004). Solving Algebra and Other Story Problems with Simple Diagrams: a Method Demonstrated in Grade 4–6 Texts Used in Singapore. *The Mathematics Educator Vol. 14, No. 1*, 42–46.

Bloom, B. S. (1995). *İnsan Nitelikleri ve Okulda Öğrenme (Çev.: D. A. Özçelik).* Ankara: Milli Eğitim Basım Evi.

Bogdan, R., & Taylor, S. J. (1975). *Introduction to Qualitative Research Methods: A Phenomenological Approach to the Social Sciences.* Wiley.

Boonen, A. J., Reed, H. C., Schoonenboom, J., & Jolles, J. (2016). It's not a Math Lesson - We're Learning to Draw! Teachers' Use of Visual Representations in Instructing Word Problem Solving in Sixth Grade of Elementary School. *Frontline Learning Research Vol.4 No.5*, 55-82.

Büyüköztürk, Ş. (2007). *Data analysis handbook for social sciences (7th Edition).* Anakara: PegemA Publishing.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2009). *Bilimsel Araştirma Yöntemleri.* Ankara: Pegem Akademi.

Cai, J. (2003). What research tells us about teaching mathematics through problem solving. F. K. Lester (Ed), *Teaching mathematics through problem solving : prekindergarten-grade 6.* Reston, VA.

Caine, R., & Caine, G. (1991). *Making Connections: Teaching and Human Brain.* Association for Supervision and Currriculum Development.

Charles, R. I., & Lester, F. K. (1984). An Evaluation Of A Process-Oriented Instructional Program In Mathematical Problem Solving In Grades 5 And 7 . *Journal for Research in Mathematics Education Vol. 15, No. 1, 15-3415*.

Chi, M. T., & Glaser, R. (1985). Problem-Solving Ability. R. J. Sternberg (Ed.), *Human Abilities: An Information-Processing Approach* (s. 227-257). New york: Freeman.

Cifarelli, V. V. (1998). The Development of Mental Representations as a Problem Solving Activity. *Journal of Mathematical Behavior*, 239-264.

Cox, R., & Brna, P. (1995). Supporting the Use of External Representations in Problem Solving: the Need for Flexible Learning Environments. *Journal of Artificial Intelligence in Education 6(2-3)*, 239–302.

Çepni, S. (2014). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş (7.baskı).* Trabzon.

Demetriadis, S., Jong, T. d., Dettori, G., Fischer, F., Giannetti, T., & Meij, J. v. (2004). *Interaction between learner's internal and external representations in multimedia environment. D21.1.1 (Final).* An Introduction to the Concepts and Methods for Analyzing the Interaction between Learner's Internal and External Representations in Multimedia Environments. Kaleidoscope.

Denzin, N., & Lincoln, Y. (2000). The Discipline and Practice of Qualitative Research. N. Denzin, & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (s. 1-32). Thousand Oaks: Sage Publishing.

Dey, I. (1993). *Qualitative Data Analysis: A User Friendly Guide for Social Scientists.* London: Routledge.

Diezmann, C. M., & English, L. D. (2001). Promoting the Use of Diagrams as Tools for Thinking. *The Roles of Representation in School Mathematics: 2001 Yearbook* (s. 77-89). içinde Virginia, USA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dominowski, R., & Bourne, L. (1994). History of Research on Thinking and Problem Solving. R. J. Sternberg (Ed.), *Thinking and problem solving* (s. 1-33). Academic Press.

EBA. (2020). Eğitim Bilişim Ağı: https://www.eba.gov.tr, Erişim Tarihi: 10/08/2018

Ergan, S. N. (2018). İlkokul Öğrencilerinin Problem Çözme Sürecinde Oluşturduğu Görsel Temsillerin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Ordu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.* Ordu.

Fan, L., & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: A comparative look at China, Singapore, and US mathematics textbooks. *Educ Stud Math*, 66:61–75.

Filiz, S. B., & Abay, S. (2017). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Rutin Olmayan Problemlerdeki Problemi Anlama Durumları. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi, Cilt 3, Sayı 3*, 97 - 118.

Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics: An Educational Approach.* Tel Aviv: Kluwer Academic Publishers.

Foshay, R., & Kirkley, J. (1998). *Principles for Teaching Problem Solving.* Edina: PLATO Learning Inc.

Garderen, D. v., Scheuermann, A., & Jackson, C. (2013). Examining How Students With Diverse Abilities Use Diagrams to Solve Mathematics Word Problems. *Learning Disability Quarterly, 36(3)*, 145-160.

Garderen, D. V., Scheuermann, A., & Poch, A. L. (2014). Challenges Students Identified with a Learning Disability and as High-Achieving Experience When Using Diagrams as a Visualization Tool to Solve Mathematics Word Problems. *ZDM: the international journal on mathematics education, 46(1)*, 135-149.

Glavche, M., Anevska, K., & Malčeski, R. (2014). Learning the Methodology of Mathematical Problem Solving in Elementary Education. *International Journal of Science and Research (IJSR). 3.*, 809-813.

Goldin, G. A. (1987). Cognitive Representational Systems for Mathematical Problem Solving. C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (s. 125-145). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Goldin, G. A. (1998). Representational Systems, Learning, and Problem Solving in Mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 137- 165.

Goldin, G. A. (2002). Representation in Matematical Learning and Problem Solving. L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Matematics Education* (s. 197-218).

Goldin, G., & Shteingold, N. (2001). Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts. *The Roles of Representation in School Mathematics*, 1-23.

Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practicing Representation: Learning with and about Representational Forms. *The Phi Delta Kappan, Vol. 78, No. 5*, 361-367.

Güney, Z., Özkoç, M., & Korkmaz, N. (2016). Matematik Felsefesi ve Eğitimine Dair. *MSKU Eğitim Fakültesi Dergisi*, 54-72.

Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of Visual-Spatial Representations and Mathematical Problem Solving. *Journal of Educational Psychology, Vol. 91, No. 4*, 684-689.

Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of Arithmetic Word Problems: A Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers. *Journal of Educational Psychology Vol.87, No. 1,*, 18-32.

Hıdıroğlu, Ç. N., & Hıdıroğlu, Y. Ö. (2017). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Modellemede Oluşturdukları Gerçek Yaşam Problem Durumu Modelleri. *Elementary Education Online*, 1702-1731.

Holton, D., Anderson, J., Thomas, B. & Fletcher, D. (1999). Mathematical problem solving in support of the curriculum. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 30:3*, 351-371.

Hoogland, K., Koning, J. d., Bakker, A., Pepin, B. E., & Gravemeijer, K. (2018). Changing representation in contextual mathematical problems from descriptive to depictive: The effect on students' performance. *Studies in Educational Evaluation, 58*, 122-131.

İsrael, E. (2003). Problem Çözme Stratejileri, Başarı Düzeyi, Sosyo-Ekonomik Düzey ve Cinsiyet İlişkileri. Yüksek Lisans Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* İzmir.

Işık, A., & Konyalıoğlu, A. C. (2005). Matematik Eğitiminde Görselleştirme Yaklaşımı. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*.

Işık, A., Kar, T., Çiltaş, A., & Güler, G. (2009). Sözel problemlerin çözümünde matematik öğretmenleri ve öğrencilerinin görsel temsilleri kullanma düzeyleri. *8. Matematik Sempozyumu.* Ankara.

Işık, C., Işık, A., & Kar, T. (2011). Matematik Öğretmeni Adaylarının Sözel ve Görsel Temsillere Yönelik Kurdukları Problemlerin Analizi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, Sayı 30*, 39-49.

Jonassen, D. H. (1997). Instructional Design Models for Well-Structured and Ill-Structured Problem Solving Learning Outcomes. *Educational Technology Research and Development Vol 45, Num 1*, 65-94.

Jonassen, D. H. (2011). *Learning to Solve Problems: A Handbook for Designing Problem-Solving Learning Environments.* New York.

Kaput, J. J. (1987). Representation Systems and Mathematics. C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (s. 19-26). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Karasar, N. (2012). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri (24. basım).* Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.

Karataş, Z. (2015). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi, Cilt 1, Sayı 1,*, 62-80.

Koğ, O. U. (2012). Görselleştirme Yaklaşımı İle Yapılan Matematik Öğretiminin Öğrencilerin Bilişsel Ve Duyuşsal Gelişimi Üzerindeki Etkisi. Doktora Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* İzmir.

Koğ, O. U., & Başer, N. (2015). Görselleştirme Becerilerini Geliştirmeye Yönelik Öğretim Uygulamaları Problem Çözmede Görselleştirmenin Etkili Kullanımını Destekler Mi? *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, Cilt: 06, Sayı: 11*, 83-108.

Krawec, J. L. (2010). Problem Representation and Mathematical Problem Solving of Students of Varying Math Ability. *Open Access Dissertations*.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1987). *Problem Solving: A Handbook for Teachers (2nd ed.).* Boston: Allyn and Bacon.

Küçük, M. (2019). Yazma Etkinliklerinin Matematik Öğretiminde Problem Çözme Becerisine, Tutum ve Kaygıya Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Denizli.

Küçükalioğlu, T. (2017). Ortaokul Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematik Başarılarında ve Matematiğe Yönelik Tutumlarında Öğretmen Özelliklerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.* Kastamonu.

Kütük, E. S. (2019). Öğrencilerin Problem Çözme Becerilerinin Ev ve Aile ile İlişkili Faktörler, Okul Türleri ve Duyuşsal Değişkenler ile Yordanması. Yüksek Lisans Tezi, *İhsan Doğramacı Bilkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Ankara

Lappan, G., & Phillips, E. (1998). Teaching and learning in the Connected Mathematics Project. L. Leutzinger (Ed.), *Mathematics in The Middle* (s. 83-92). Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

Larkin, J. H., & Simon, H. A. (1987). Why a Diagram is (Sometimes) Worth Ten Thousand Words. *Cognitive Science vol.11*, 65-100.

Lesh, R. A., Landau, M., & Hamilton, E. (1983). Conceptual Models in Applied Mathematical Problem Solving Research. R. A. Lesh, & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (s. 263-343). New York: Academic Press.

Lester, F. K. (1978). Mathematical Problem Solving In The Elementary School: Some Educational And Psychological Considerations. *Workshop on Mathematical Problem Solving.* Columbus, Ohio.

Lester, F. K. (1988). Teaching Mathematical Problem Solving. *Nämnaren, 1988 3.s*, 32-43.

Lester, F. K. (1994). Musings about Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education,Vol. 25, No. 6, 25th Anniversary Special Issue*, 660-675.

Lester, F. K. (2013). Thoughts About Research On Mathematical Problem- Solving. *The Mathematics Enthusiast: Vol. 10 : No. 1 , Article 12.*, 245-278.

Lester, F. K., Garofalo, J., & Kroll, D. L. (1989). *The Role of Metacognition in Mathematical Problem Solving: A Study of Two Grade Seven Classes. Final Report.*

Lewis, A. B. (1989). Training students to represent arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 81(4)*, 521–531.

Mahoney, K. (2012). Effects of Singapore's Model Method on Elementary Student Problem-Solving. Doktora Tezi, *Northeastern University*. Boston

Mayer, R. E. (1985). Mathematical ability. R. J. Sternberg (Ed.), *Human Abilities: An Information Processing Approach* (s. 127-150).

Mayer, R. E. (1987). Learnable Aspects of Problem Solving: Some examples. D. E. Berger, K. Pezdek, & W. P. Banks (Eds.), *Applications of Cognitive Psychology: Problem Solving, Education and Computing* (s. 109-122). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

Mayer, R. E. (1989). Human Nonadversary Problem Solving. E. K. Gilhooly (Ed.), *Human and Machine Problem Solving* (s. 39-55). New York: Plenum Press.

Mayer, R. E. (1998). Cognitive, Metacognitive and Motivational Aspects of Problem. *Instructional Science 26*, 49–63.

Mayer, R. E. (2004). Teaching of Subject Matter. *Annual Review of Psychology Volume 55*, 715-744.

Mayer, R. E. (2006). The Role of Domain Knowledge in Creative Problem Solving. J. C. Kaufman, & J. Baer (Eds.), *Creativity and Reason in Cognitive Development* (s. 145-158). New York: Cambridge University Press.

MEB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu.* Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

MEB. (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı.

Montague, M. (2004). *Math Problem Solving for Middle School Students with Disabilities.* [Online]: Research report of The Access Center: Improving Outcomes for All Students K-8.

NCTM, N. C. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Reston: NCTM.

NCTM, N. C. (1998). *Curriculum and Evaluations Standarts for School Mathematics.* Reston: NCTM.

NCTM, N. C. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston: NCTM.

Önal, F. (2015). Bağlamsal Problemlerin Çözümünde Strateji Öğretiminin Öğrencilerin Başarı ve Tutumuna Etkisi. Yüksek Lisans Tezi, *Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*. Aydın.

Özsoy, G. (2005). Problem Çözme Becerisi İle Matematik Başarısı Arasındaki İlişki. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 179-190.

Özsoy, G. (2018). Pre-service Teachers' Use of Visual Representations. *International Electronıc Journal of Elementary Education, Vol.11, Issue 1*, 49-54.

Palmer, S. E. (1977). Fundamental Aspects of Cognitive Representation. E. Rosch, & B. B. Lloyd (Eds.), *Cognition and Categorization.* Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Pantziara, M., Gagatsis, A., & Pitta-Pantazi, D. (2004). The Use of Diagrams in Solving Non Routine Problems. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol 3*, (s. 489–496). Norway.

Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The Role of Representation(s) in Developing Mathematical Understanding. *Theory into Practice, Vol. 40, No. 2*, 118-127.

Pfeiffer, K., Feinberg, G., & Gelber, S. (1987). Teaching Productive Problem-Solving Attitudes. D. E. Berger, K. Pezdek, & W. P. Banks (Eds.), *Applications of Cognitive Psychology: Problem Solving, Education, and Computing* (s. 99-108).

Picus, L., Sachse, T. P., & Smith, R. M. (1983). *Teaching Problem Solving: A Research Synthesis.* Portland: Northwest Regional Educational Lab.

Poch, A. L., Garderen, D. V., & Scheuermann, A. (2015). Students' Understanding of Diagrams for Solving Word Problems: A Framework for Assessing Diagram Proficiency. *Teaching Exceptional Children, 47*, 153-162.

Polya, G. (1957). *How To Solve It, Second Edition.* New Jersey: Princeton University Press.

Presmeg, N. C. (1986). Visualisation in High School Mathematics. *For the Learning of Mathematics, Vol. 6, No. 3*, 42-46.

Pusmaz, A. (2015). Ortaokul Matematik Öğretiminde Problem Çözme. *2. Temel Eğitim Sempozyumu "Ortaokul Sorunları" bildiriler kitabı*, (s. 385-399). İstanbul.

Schneider, M., Rode, C., & Stern, E. (2010). Secondary School Students' Availability and Activation of Diagrammatic Strategies for Learning From Texts. L. Verschaffel, E. D. Corte, T. d. Jong, & J. Elen (Eds.), *Use of Representations in Reasoning and Problem Solving* (s. 112-130). Oxon: Routledge.

Schnotz, W., Baadte, C., Müller, A., & Rasch, R. (2010). Creative thinking and problem solving with depictive and descriptive representations. L. Verschaffel, E. D. Corte, T. d. Jong, & J. Elen (Eds.), *Use of Representations in Reasoning and Problem Solving* (s. 11-35). Oxon: Routledge.

Schoenfeld, A. H. (1979). Explicit Heuristic Training as a Variable in Problem-Solving Performance. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 10, No. 3*, 173-187.

Schoenfeld, A. H. (1982). *Expert and Novice Mathematical Problem Solving. Final Project Report and Appendices B-H.* Hamilton Coll., Clinton, N.Y.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving.* Orlando: Academic Press Inc.

Schroeder, T. L., & Lester, F. K. (1989). Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. A. P. Paul Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics: 1989 yearbook* (s. 31-42). Reston, Va: The National Council of Teachers of Mathematics.

Schunk, D. (2009). *Öğrenme Teorileri Eğitimsel Bir Bakışla.* Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Silver, E. A. (1987). Foundations of cognitive theory and research for mathematics problem-solving instruction. A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (s. 33–60). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

SMoE. (2019). *Mathematics Syllabus Pre-University Higher 3 9820.* Singapore Ministry of Education.

Stodolsky, S., Salk, S., & Glaessner, B. (1991). Student Views About Learning Math and Social Sciences. *American Educational Reserch Journal 28 (1)*, 89-116.

Stylianou, D. A., & Silver, E. A. (2004). The Role of Visual Representations in Advanced Mathematical Problem Solving: An Examination of Expert–Novice Similarities and Differences. *Mathematical Thinking and Learning, 6(4)*, 353–387.

Şahin, E. (2019). Ortaokul Öğrencilerinin Kesirler Konusunda Temsiller Arası Geçişleri. Yüksek Lisans Tezi, *Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.* Zonguldak.

Şener, Z. T., & Bulut, N. (2015). 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Derslerinde Problem Çözme Sürecinde Karşılaştıkları Güçlükler. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35 (3)*.

Tanrıseven, I. (2000). Matematik Öğretiminde Problem Çözme Stratejisi Olarak Dramatizasyonun Kullanılması. Yüksek Lisans Tezi, *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. İstanbul.

Tavşancıl, E. (2005). *Tutumların Ölçülmesi ve SPSS ile Veri Analizi (2. baskı).* Ankara: Nobel Yayınları.

TDK. (2020). *"problem"*. Güncel Türkçe Sözlük: https://sozluk.gov.tr/ adresinden alındı

Tekin, B., & Konyalıoğlu, A. C. (2009). Görselleştirmeye Dayalı Çalışma Yapraklarının Öğrencilerin Trigonometri Başarılarına Etkisinin Araştırılması. *8. Matematik Sempozyumu.* Ankara: Matematikçiler Derneği.

Turğut, M., & Yenilmez, K. (2012). Matematik Öğretmeni Adaylarının Uzamsal Görselleştirme Becerileri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, Cilt 1 Sayı 2*, 243-252.

Verschaffel, L., Corte, E. D., Jong, T. d., & Elen, J. (2010). Use of Representations in Reasoning and Problem Solving: An Overview. L. Verschaffel, E. D. Corte, T. d. Jong, & J. Elen (Eds.), *Use of Representations in Reasoning and Problem Solving* (s. 1-8). Oxon: Routledge.

Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2016). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim 7.basımdan çeviri Soner Durmuş.* Nobel Akademik Yayıncılık Eğitim Danışmanlık.

Wetzels, S. A., Kester, L., & Merriënboer, J. J. (2010). Use of External Representations in Science. L. Verschaffel, E. D. Corte, T. d. Jong, & J. Elen (Eds.), *Use of Representations in Reasoning and Problem Solving* (s. 225-241). Oxon: Routledge.

Wilson, J. W., Fernandez, M. L., & Hadaway, N. (1993). Mathematical Problem Solving. P. S. Wilson (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics* (s. 57-78). New York: MacMillan.

Woolfolk, A. (2019). Complex Cognitive Processes. A. Woolfolk (Ed.), *Educational Psychology 14th Edition.*

Xingchun, X., & Dianzhi, L. (2002). A Review Of Researches On The Styles Of Problem Representation And Mathematical Problem-Solving. *Advances in Psychological Science*, 264-269.

Yaman, H., & Umay, A. (2013). İlköğretim Öğrencilerinin Sunum Biçimlerine Göre Matematiksel Örüntüleri Algılayışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28-1*, 405 - 416.

Yaşa, E. (2010). Çalısma Yaprakları Destekli Problem Çözme Stratejilerinin Öğretiminin Öğrenci. Yüksek Lisans Tezi, *Eskisehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Eskişehir.

Yazgan, Y. (2007). Dördüncü ve Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Rutin Olmayan Problem Çözme Stratejileriyle İlgili Gözlemler. *İlköğretim Online 6(2)*, 249-263.

Yıldız, S. (2019). 8.Sınıf Öğrencilerinin Pisagor Bağıntısı İle İlgili Sembolik, Görsel Ve Cebirsel-Sözel Temsillerin Bulunduğu Problemleri Çözme Becerilerinin İncelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Bayburt Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*. Bayburt.

Yılmaz, R., & Argün, Z. (2013). Matematiksel Genelleme Sürecinde Görselleştirme ve Önemi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28(2)*, 564-576.

Yin, H. S. (2010). Seeing the Value of Visualization. *SingTeach Vol:22*, 1-8.

Zahner, D., & Corter, J. E. (2010). The Process of Probability Problem Solving: Use of External Visual Representations. *Mathematical Thinking and Learning 12(2)*, 177-204.

Zhang, J. (1997). The Nature of External Representations in Problem Solving. *Cognitive Science Vol 21 (2)*, 179-217.

Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). Editors' Introduction: What Is Mathematical Visualization? W. Zimmermann, & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics MAA Notes Number 19* (s. 1-7). Mathematical Assn of America.

EKLER

EK A: Problem Çözme Başarı Testi

SORU NO	SORU	ÇÖZÜM
1.	Can'ın evinde üst üste konulabilen taburelerden bulunmaktadır. Her bir taburenin yüksekliği 49 cm'dir. 2 tabure üst üste konulduğunda yükseklikleri 55 cm olmaktadır. **Buna göre 6 tane tabure üst üste konulduğunda taburelerin toplam yüksekliği kaç cm olur?** A)79 cm B)85 cm C)110 cm D)165 cm	2015 TIMMS Sınav Sorusundan Uyarlanmıştır
2.	Deniz seviyesinden 20m yükseklikteki kayalıklardan yukarı doğru 15m yükselen bir Sümsük Kuşu, denizdeki avını fark edip hemen dalışa geçti. 42m aşağıdaki avını yakalayan Sümsük Kuşu 5m aşağıda bir av daha gördü ve onu da yakaladı. **Sümsük Kuşu ikinci avını başlangıçtaki kayalıklardan kaç metre aşağıda yakalamıştır?** A)20 B)32 C)42 D)47	Eğitim Bilişim Ağı (EBA)'ndaki bir etkinlikten uyarlanmıştır.
3.	Sakarya Ortaokulu 224 öğrenciden oluşan bir grupla Çanakkale gezisine katılmak üzere yola çıkıyor. Yolda içecek olarak kız öğrencilere süt, erkek öğrencilere meyve suyu verilecektir. **Kız öğrencilerin erkek öğrencilere oranı 3/4 olduğuna göre kaç adet süt alınması gerekir?** A) 32 B) 56 C) 75 D) 96	
4.	128m yükseklikten bırakılan bir top yerden her zıplayışta önceki yüksekliğinin 3/4 'ü kadar zıplıyor. **Buna göre bu top 3.zıplayışta kaç metre yükseğe çıkar?** A)27 B)36 C) 54 D) 60	
5.	Bir kurbağa 99cm derinliğindeki bir kuyuya düşüyor. Kurbağa her zıpladığında 40cm yükseğe çıkıyor ancak kuyu duvarı kaygan olduğundan 30cm aşağı kayıyor. **Buna göre kurbağa kaçıncı zıplayışta kuyudan çıkar?** A)10 B) 7 C) 4 D)3	
6.	Mehmet, uzunlukları 12m ve 20m olan iki adet tahtayı eşit uzunlukta parçalara ayırmak istiyor. **Her bir kesme işlemi için 50kr ödeyecek olan Mehmet bu işi <u>en az</u> maliyetle kaç liraya yapabilir?** A)3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5	
7.	Bir bilet kuyruğunda Emre baştan 10. sırada, Asiye ise sondan 15. sıradadır. **Asiye, Emre'nin önünde ve aralarında 7 kişi olduğuna göre bu bilet kuyruğunda kaç kişi vardır?** A)16 B) 22 C) 25 D) 32	

8. Ali, Cengiz ve Mert üç arkadaş düz bir çizgi üzerinde ve Cengiz, Ali ile Mert'in arasındadır. Ali'nin Cengiz'e uzaklığı 10m, Mert'in Cengiz'e uzaklığı ise 5,2m'dir. Cengiz sabit duracak şekilde Ali ve Mert, Cengiz ile aralarındaki mesafelerin yarısı kadar zıt yönlere hareket ediyor.

Buna göre son durumda Ali ile Mert arasındaki uzaklık kaç metre olabilir?

A)2,4 B)5 C)7,6 D)20,6

2011 TIMMS Sınav Sorusundan Uyarlanmıştır

9. Eren bir paltoyu %30 indirimdeyken 140TL ye almıştır.

Buna göre Eren bu paltoyu kaç TL ucuza almıştır?

A)30 B)48 C)60 D)70

10. Ali'nin misketlerinin sayısı Veli'nin misketlerinin sayısının çeyreğinden 5 fazladır.

İkisinin toplam 50 misketi olduğuna göre Ali'nin kaç misketi vardır?

A)9 B)14 C)22 D) 36

11. Bir çubuğun 1/5'i kesilince orta noktası 12cm kayıyor.

Buna göre bu çubuğun kesilmeden önceki uzunluğu kaç cm'dir?

A)60 B)72 C)96 D)120

12. Efe kardeşinden 7 yıl önce doğmuştur. Efe ile kardeşinin yaşları toplamı 35'tir.

Buna göre Efe kaç yaşındadır?

A)19 B)21 C)23 D)24

13. İçi tamamen su ile dolu bir varilin ağırlığı 48 kg gelmektedir. Varilin 2/5'i su ile doluyken ağırlığı 21 kg gelmektedir.

Buna göre içi boşken varilin ağırlığı kaç kg gelir?

A)15 B)10 C) 5 D)3

14. Salih Bey, arsasının 1/4'ünü en büyük oğlu Selçuk'a, kalanın 2/3'ünü küçük oğlu Serkan'a veriyor. Sonra kendine kalan kısmı 4 eşit parçaya ayırıp her birinde domates, biber, patlıcan ve soğan yetiştiriyor.

Salih Bey'in domates yetiştirdiği alan $150m^2$ olduğuna göre arsanın tamamı kaç metrekaredir?

A)1600 B)2000 C)2400 D)2800

15. Sami'nin cevizlerinin sayısı Cüneyt'inkilerin 2 katı, Ersin'in cevizlerinin sayısı ise Cüneyt'inkilerin 3 katıdır. Ersin cevizlerinin yarısını Cüneyt'e veriyor.

Son durumda Cüneyt'in ceviz sayısı Ersin'inkilerden 10 fazla ise Sami'nin kaç cevizi vardır?

A)20 B)24 C)28 D)30

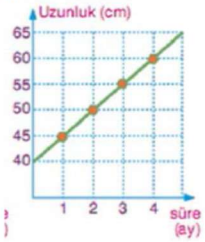
16. Eni x metre, boyu x+4 metre uzunluğundaki bir bahçenin içinden kısa kenara paralel 1 metre genişliğinde bir yol geçmektedir.

Aşağıdaki ifadelerden hangisi bahçenin ekim yapılabilecek alanını ifade etmektedir?

2011 TIMMS Sınav Sorusundan Uyarlanmıştır

A) $x^2 + 3x$ B) $x^2 + 4x$
C) $x^2 + 4x - 1$ D) $x^2 + 3x - 1$

17.



Yandaki grafikte bir fidanın dikildikten sonraki uzunluğunun(x) zamana(t) bağlı değişimi görülmektedir.

Bu fidanın 100. aydaki uzunluğunu bulmak isteyen Mehmet aşağıdaki bağıntılardan hangisini kullanabilir?

A) x = 40t B) x = 40 + t

C) x = 40 + 5t D) x = 40t + 5

18. **Bir saatin yelkovanı aynı gün içinde sabah saat 6:20'den saat 8:00'e kadar kaç derece döner?**

2011 TIMMS Sınav Sorusu

A)680 B)600 C)540 D)420

19. Halim Bey'in dikdörtgen şeklindeki bahçesinin boyu eninin 3 katıdır.

Bu bahçenin eninin çevresine oranı kaçtır?

A)1/3 B)1/6 C)1/8 D)1/9

20. Her birinin alanı 100 metrekare olan yan yana bitişik kare şeklindeki 5 bahçe birleştirilerek, tek parça büyük bir bahçe oluşturulacak ve bu bahçenin etrafı çit ile kapatılacaktır.

1 metre yüksekliğindeki çitin metresi 5 lira olduğuna göre bu bahçenin etrafını kapatabilmek kaç liraya mal olur?

A)500 B)600 C) 1000 D)1250

21. Bir çiftçi, ineğini etrafı duvarla çevrili 15m × 20m'lik dikdörtgen şeklindeki bahçesinin bir köşesine 10m'lik bir iple bağlıyor.

İnek ipin ulaştığı her yerde otlayabiliyorsa, otlama bölgesinin alanı kaç metrekaredir?(π=3 alınız)

A)75 B)150 C)300 D)450

22. Kenar uzunlukları 15cm ve 10cm olan bir fotoğraf, 2cm genişliğinde bir çerçeveye konuluyor.

Buna göre çerçevenin alanı kaç cm^2dir?

A)108 B)116 C)152 D)300

23. **Öğrencilerin Sevdiği Televizyon Programları**



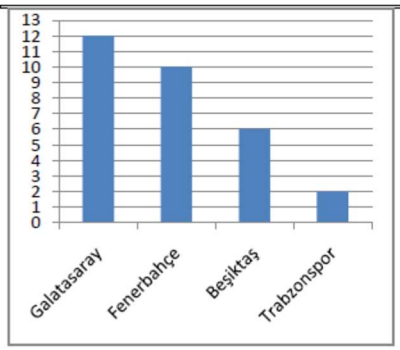
Yandaki grafik, 240 öğrencinin en çok sevdiklerini söyledikleri televizyon program türlerini göstermektedir.

Buna göre tarih programlarını seven öğrenci sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A)20 B)30 C)40 D)60

2015 TIMMS Sınav Sorusu

24.



Melih sınıfında en çok hangi takımın taraftarı olduğunu göstermek için yandaki grafiği hazırlamıştır. Ancak Melih tuttuğu Fenerbahçe takımının sınıf içindeki payını daha rahat görebilmek amacıyla bu verileri bir daire grafiğinde göstermek istemektedir.

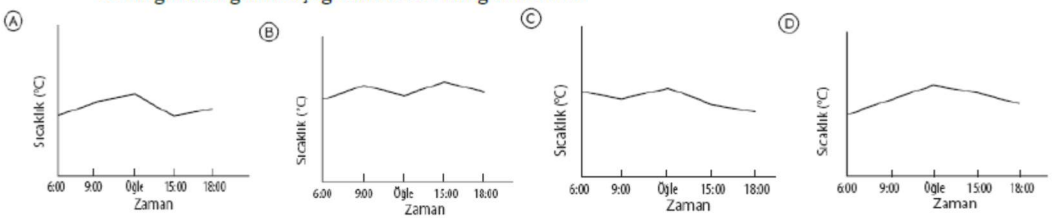
Buna göre Melih, Fenerbahçe'ye ait dilimin merkez açısını kaç derece ile göstermelidir?

A) 120 B)100 C)90 D)75

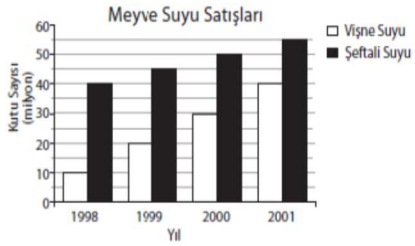
Zaman	6:00	9:00	Öğle	15:00	18:00
Sıcaklık °C	12	17	14	18	15

25. Yukarıdaki tabloda gün içinde ölçülen hava sıcaklıkları görülmektedir. Bu sonuçlar sıcaklık ölçeği olmayan bir grafikle gösteriliyor.

Buna göre bu grafik aşağıdakilerden hangisi olabilir? 2007 TIMMS Sınav Sorusu



26.



Yandaki grafikte iki çeşit meyve suyunun 4 yıllık satış miktarı gösterilmektedir.

Satışlardaki gelişim sonraki on yılda da bu şekilde devam edecek olursa vişne suyu satışları hangi yılda şeftali suyu satışlarına eşit olacaktır?

A)2003 B)2004 C)2005 D)2006

2011 TIMMS Sınav Sorusu

EK B: Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği

Matematik Problemi Çözme Tutum Ölçeği

Lütfen, matematik problemleri ve problem çözme süreci ile ilgili tutumunuzu, her maddeyi okuduktan sonra sağ tarafta yer alan beş cevap seçeneğinden size en uygun olanını (X) şeklinde işaretleyerek belirtiniz.

Kesinliklekatılıyorum	Katılıyorum	Kararsızım	Katılmıyorum	Hiçkatılmıyorum
A	B	C	D	E

1	Çözümü uzun zaman alan problemler beni sıkar.(-) H	A	B	C	D	E
2	Bir problemi çözmenin birden fazla yolu vardır.(+) Ö	A	B	C	D	E
3	Çözümde hata yaparsam düzeltmem için şans verilmelidir.(+) Ö	A	B	C	D	E
4	Problem çözmekten çok hoşlanırım.(+) H	A	B	C	D	E
5	Öğretmen bir problemin değişik çözüm yollarını göstermelidir.(+) Ö	A	B	C	D	E
6	Öğrenciye kendi çözüm yolunu bulup kullanması hususunda fırsat verilmelidir.(+) Ö	A	B	C	D	E
7	Özellikle zor problemler ile uğraşmayı sevmem.(-) H	A	B	C	D	E
8	Bir problemi çözemezsem benzer bir problem düşünür, çözmek için tekrar uğraşırım.(+) Ö	A	B	C	D	E
9	Yeterli vakit verildiğinde çoğu problemi çözebileceğime inanıyorum.(+) Ö	A	B	C	D	E
10	Çoğu matematik problemi sinir bozucudur.(-) H	A	B	C	D	E
11	İşlem(toplama,çıkarma…) yapabilmek, çoğu problemin çözebilmesi için gereklidir.(-) Ö	A	B	C	D	E
12	Okul dışında matematik problemlerini düşünmekten özellikle hoşlanmam.(-) H	A	B	C	D	E
13	Problem çözmeyisıkıcıbulurum.(-) H	A	B	C	D	E
14	Bir öğrencinin problem çözmeyi niçin eğlenceli bulduğunu anlamakta zorlanırım.(-) H	A	B	C	D	E
15	Bir problemin birden çok çözüm yolu olsa da genellikle çözüm yollarından biri en iyisidir.(-) Ö	A	B	C	D	E
16	Matematik problemlerinin zor ve can sıkıcı olduğunu düşünürüm.(-) H	A	B	C	D	E
17	Matematik problemlerine karşı hoş duygulara sahibim.(+) H	A	B	C	D	E
18	Zor problemleri çözmek zorunda olduğumu düşünmek beni sinirlendirir.(-) H	A	B	C	D	E
19	Problem çözme, matematik öğrenmenin en önemli bölümüdür.(+) Ö	A	B	C	D	E

EK C: Sosyo-Demografik Bilgi Formu ve Matematik Tutum Ölçeği

Sosyo- Demografik Bilgi Formu

1. Babanın eğitim Durumu

a.	Okur-yazar
b.	İlkokul
c.	Ortaokul
d.	Lise
e.	Üniversite
f.	Yüksek lisans - Doktora

2. Annenin Eğitim Durumu

a.	Okur-yazar
b.	İlkokul
c.	Ortaokul
d.	Lise
e.	Üniversite
f.	Yüksek lisans - Doktora

3. Haftada kaç saat matematik çalışırsınız?

Hiç 1-2 3-4 5-6

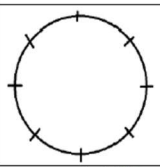
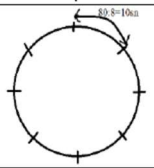
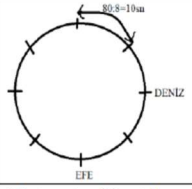
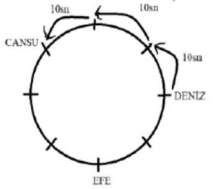
Matematik Tutum Ölçeği

		Asla	Nadiren	Bazen	Sık Sık	Her Zaman
1.	Matematik dersleri zevkli geçer.	☐	☐	☐	☐	☐
2.	Matematik dersinde canım sıkılıyor.	☐	☐	☐	☐	☐
3.	Matematiğim kuvvetlidir.	☐	☐	☐	☐	☐
4.	İleride matematik öğretmeni olmak istiyorum.	☐	☐	☐	☐	☐
5.	Matematik dersinde başka şeylerle ilgilenirim.	☐	☐	☐	☐	☐
6.	Matematik dersinde konuları anlayamıyorum.	☐	☐	☐	☐	☐
7.	Matematik bilgisi gerektiren konularda başarılıyımdır.	☐	☐	☐	☐	☐
8.	Matematik dersi benim için keyifli bir oyun saati gibidir.	☐	☐	☐	☐	☐
9.	Matematik dersi yerine ilgilendiğim başka bir derse girmeyi tercih ederim.	☐	☐	☐	☐	☐
10.	Matematik bilmek ileride işime yarayacak.	☐	☐	☐	☐	☐
11.	Belli temel bilgilerin dışında matematik bilmek gereksizdir	☐	☐	☐	☐	☐
12.	Matematik ödevlerinden nefret ederim.	☐	☐	☐	☐	☐
13.	Matematik başarılı olduğum bir derstir.	☐	☐	☐	☐	☐
14.	İleride matematikle ilgili bir alanda çalışırsam başarılı olabilirim.	☐	☐	☐	☐	☐
15.	Matematiği neden okumak zorunda olduğumuzu anlayamıyorum.	☐	☐	☐	☐	☐
16.	Matematik insanı daha iyi düşünmeye zorlar.	☐	☐	☐	☐	☐
17.	Matematik dersi beni bunaltıyor.	☐	☐	☐	☐	☐
18.	Matematik bilgisi iyi olan bir kişi diğer bilimleri rahatça anlar.	☐	☐	☐	☐	☐
19.	Çalışırsam matematikten iyi notlar alabilirim.	☐	☐	☐	☐	☐
20.	Matematik öğretmenleri çalışkandır.	☐	☐	☐	☐	☐

EK D: Etkinliklerden Uygulama Örnekleri

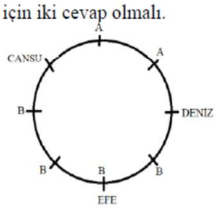
Dönme Dolap

<table>
<tr><td colspan="4">Eşit aralıklı 8 oturma yerine sahip bir dönme dolap var. Bu dönme dolap 1 dönüşünü 80 sn'de tamamlıyor. İlk olarak Efe'nin bindiği dönme dolapta, Efe'nin koltuğunun arkasındaki oturma yeri boş kalıyor ve ondan sonrakine Deniz oturuyor. Deniz'in binişinden 110 sn. sonra Cansu biniyor. Cansu ile Deniz arasında kaç oturma yeri vardır?</td></tr>
<tr><th>AŞAMA</th><th></th><th>ARİTMETİKSEL İŞLEMLERLE</th><th>GÖRSEL TEMSİL KULLANARAK</th></tr>
<tr><td>Problemin tamamını okuma verilenleri istenenleri belirleme</td><td>- Aralıkları eşit 8 oturaklı dönme dolap.
-1 dönüşünü 80 sn'de.
- İlk olarak Efe biniyor.
- Efe'nin koltuğunun arkasındaki oturma yeri boş kalıyor ve ondan sonrakine Deniz oturuyor.
-Deniz'in binişinden 110 sn. sonra Cansu biniyor.
-Cansu ile Deniz arasında kaç oturma yeri vardır?</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">2. Cümle cümle yorumlama, yorumları bir araya getirme ve temsil

Olgusal bilgi
Kavramsal bilgi
Strateji bilgisi
Üstbilişsel bilgi</td><td>Aralıkları eşit 8 oturaklı dönme dolap.</td><td>8 oturak 8 aralık vardır</td><td></td></tr>
<tr><td>1 dönüşünü 80 sn'de</td><td>80:8=10sn her bir aralık</td><td></td></tr>
<tr><td>-İlk olarak Efe biniyor.
- Efe'nin koltuğunun arkasındaki oturma yeri boş kalıyor ve ondan sonrakine Deniz oturuyor.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>-Deniz'in binişinden 110 sn. sonra Cansu biniyor</td><td>Tam tur 80 sn ve Deniz oturduktan 110 sn sonra Cansu bindiğine göre 1 tam tur yapmış ve 110-80= 30sn sonra Cansu binmiştir.</td><td>Bir tam tur 80sn idi yani bir tam tur dönmüş ve 110-80=30sn daha dönmüş.
</td></tr>
<tr><td>3. Çözümün planlanması

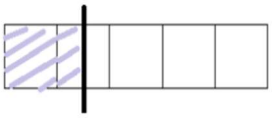
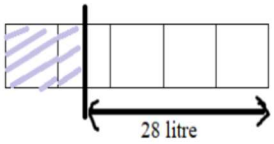
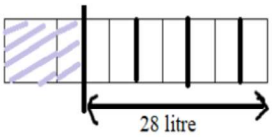
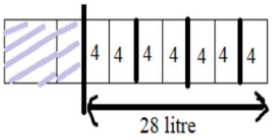
4. Çözümün yürütülmesi

Prosedürel bilgi
Üstbilişsel bilgi
Kavramsal bilgi</td><td>Cansu ile Deniz arasında kaç oturma yeri vardır?</td><td>Her oturak arasını 10sn'de döndüğüne göre 3 aralık geçer ancak bu esnada oturak boş kalmış olur. Bununla birlikte dönme dolap daire şeklinde olduğundan diğer yönden de aradaki boş oturak sayısı bulunmalıdır. Deniz ve Cansu 1'er oturakta ve aralarında 2 oturak boş olduğundan 4 oturak eder. Aralarında 8-4= 4 koltuk da diğer yönden olur.

GÖRSEL KULLANMADAN ARADAKİ OTURAK SAYISINI VE ÇÖZÜMLERİN İKİSİNİ DE BULMAK ZOR OLABİLİR</td><td>Dönme dolap daire olduğu için Cansu ile Deniz arasındaki oturak sayısı için iki cevap olmalı.

Cevap A ile gösterilen 2 oturak da olabilir, B ile gösterilen 4 oturak da.</td></tr>
</table>

Yakıt Deposu

Bir aracın deposunun 3/5'i doludur. Bu araçla yolculuğa çıkan Ferhat deposundaki benzinin yarısını kullanmıştır. Yakıt almak için mola veren Ferhat deposunu tam olarak doldurduğunda depoya 28 litre benzin konduğunu fark etmiştir. Ferhat'ın aracının deposu kaç litreliktir?

AŞAMA		ARİTMETİKSEL İŞLEMLERLE	CEBİRSEL İŞLEMLERLE	GÖRSEL TEMSİL KULLANARAK
Problemin tamamını okuma verilenleri istenenleri belirleme	- deposunun 3/5'i dolu - deposundaki benzinin yarısını kullanmış - deposunu tam olarak doldurduğunda depoya 28 litre benzin almış - depo kaç litrelik?			
Cümle cümle yorumlama, yorumları bir araya getirme ve temsil Çözümün planlanması Çözümün yürütülmesi Olgusal bilgi Kavramsal bilgi Strateji bilgisi Prosedürel bilgi Üstbilişsel bilgi	deposunun 3/5'i dolu		Depo: x Araçtaki yakıt: $\frac{3x}{5}$	
	deposundaki benzinin yarısını kullanmış	$\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$ kullanılan $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ kalan	$\frac{3x}{5} : 2 = \frac{3x}{10}$ kullanıldı $\frac{3x}{10}$ kaldı	
	deposunu tam olarak doldurduğunda depoya 28 litre benzin almış	Deponun $\frac{7}{10}$ 'u 28 litre	$x - \frac{3x}{10} = \frac{7x}{10}$ boş 28 litre yakıt almış	
	depo kaç litrelik?	28 : 7 = 4 4 * 10 = 40 litre	$\frac{7x}{10} = 28$ 7x = 280 x = 40 litre	 28 : 7= 4  4 * 10 = 40 litre

Lunapark

Bir lunaparkta 1 ayda atlıkarıncaya 600 kişi, gondola 900 kişi, çarpışan arabaya 1200 kişi, hız trenine ve balerine 450'şer kişi binmiştir.
Yukarda verilen bilgileri farklı temsillerle gösterelim

Tablo

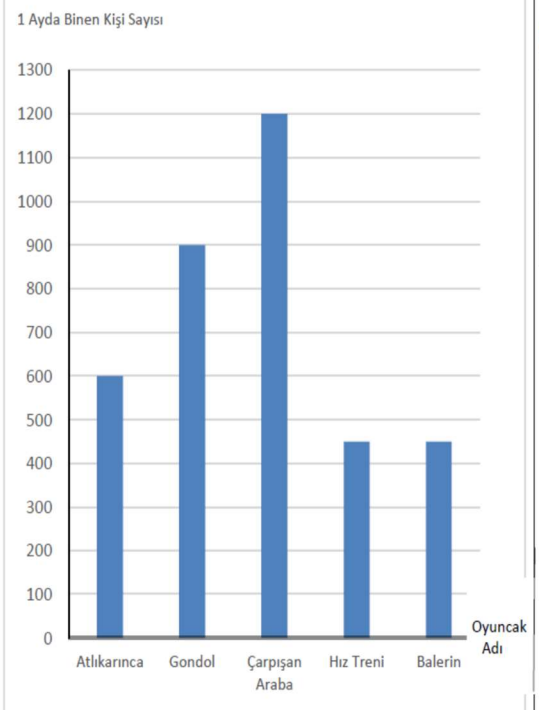
Oyuncak Adı	1 Ayda Binen Kişi Sayısı
Atlıkarınca	600
Gondol	900
Çarpışan Araba	1200
Hız Treni	450
Balerin	450

Nesne Grafiği

Atlıkarınca: ☺☺☺☺
Gondol : ☺☺☺☺☺☺
Çar. Araba.: ☺☺☺☺☺☺☺☺
Hız Treni : ☺☺☺
Balerin : ☺☺☺

☺ =150

Sütun Grafiği

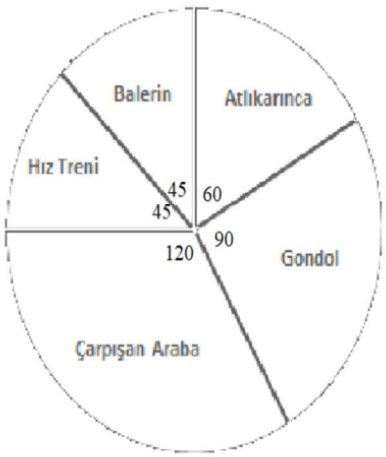


Daire Grafiği

600+900+1200+450+450=3600 kişi toplam

360^0 lik açı 3600 kişiye karşılık geliyor.
1^0 lik açı 10 kişi

Atlıkarınca	60^0
Gondol	90^0
Çarpışan Araba	120^0
Hız Treni	45^0
Balerin	45^0



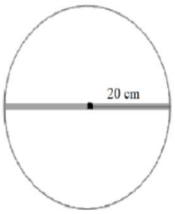
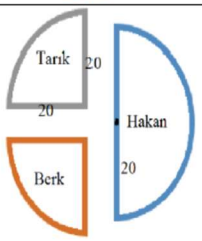
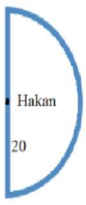
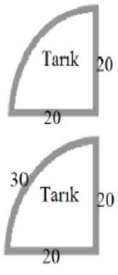
Bir lunaparkta 1 ayda oyuncaklara binen kişi sayısı dağılımı

Pizza

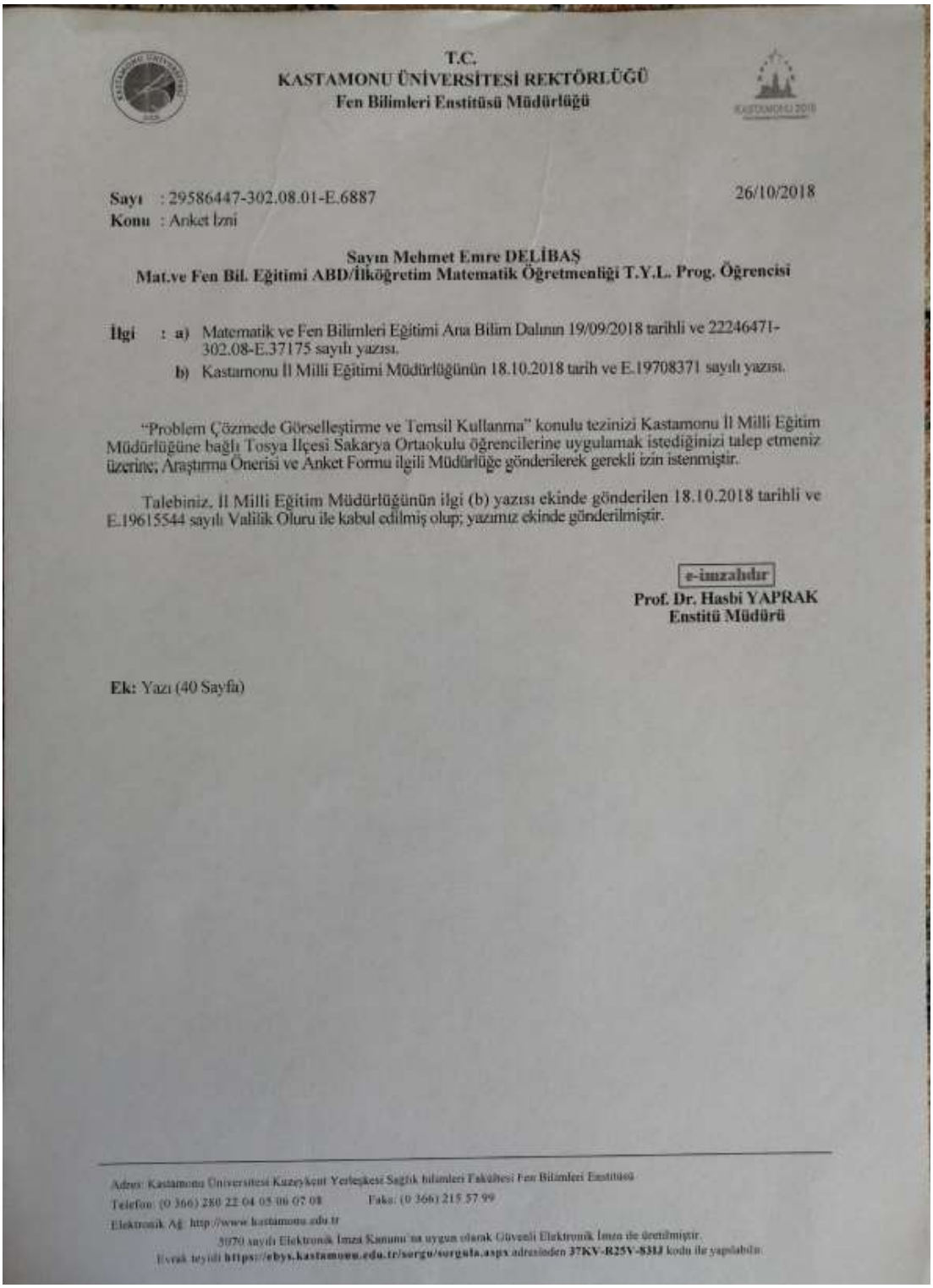
Hakan, Tarık ve Berk daire şeklinde ve 40cm çapında bir pizza alıyorlar. Çok acıkan Hakan pizzanın yarısını alıyor. Tarık ve Berk ise kalan pizzayı eşit olarak paylaşıyorlar.

1.SORU: Hakan'ın payına düşen pizzanın alanı kaç cm^2 'dir? ($\pi = 3$ alınız)

2.SORU: Tarık'ın payına düşen pizzanın çevresi kaç cm'dir? ($\pi = 3$ alınız)

AŞAMA		ARİTMETİKSEL İŞLEMLERLE	GÖRSEL TEMSİL KULLANARAK
Problemi okuma verilenleri istenenleri belirleme	-daire şeklinde ve 40cm çapında bir pizza -Hakan pizzanın yarısını alıyor - Tarık ve Berk ise kalan pizzayı eşit olarak paylaşıyorlar		
Cümle cümle yorumlama, yorumları bir araya getirme ve temsil Çözümün planlanması Çözümün yürütülmesi	daire şeklinde ve 40cm çapında bir pizza	Yarıçap 20 cm	
	Hakan pizzanın yarısını alıyor Tarık ve Berk ise kalan pizzayı eşit olarak paylaşıyorlar	Zihinden	
	1.SORU: Hakan'ın payına düşen pizzanın alanı kaç cm^2 dir?($\pi = 3$ alınız) **2.SORU**: Tarık'ın payına düşen pizzanın çevresi kaç cm'dir? ($\pi = 3$ alınız)	Zihinden	
Olgusal bilgi Kavramsal bilgi Strateji bilgisi Prosedürel bilgi Üstbilişsel bilgi	**1.SORU**: Hakan'ın payına düşen pizzanın alanı kaç cm^2 dir? ($\pi = 3$ alınız)	Pizza Alan= πr^2 $=3*20^2$ $=3*400$ $=1200cm^2$ Yarım pizza: $1200:2=600\ cm^2$	 Pizza Alan= πr^2 $=3*20^2$ $=3*400$ $=1200cm^2$ Yarım pizza: $1200:2=600\ cm^2$
	2.SORU: Tarık'ın payına düşen pizzanın çevresi kaç cm'dir? ($\pi = 3$ alınız)	Çeyrek çemberin uzunluğu bulunmalı:$\frac{2\pi r}{4}$ $=\frac{2*3*20}{4}$ $=30cm$ Pizza diliminin çevresi:20+20+30=70 cm **GÖRSEL TEMSİL KULLANILMADIĞI TAKDİRDE PİZZA DİLİMİNDEKİ 2 YARIÇAP UZUNLUĞU DÜŞÜNÜLEMEYEBİLİR**	 Çeyrek çemberin uzunluğu bulunmalı:$\frac{2\pi r}{4}$ $=\frac{2*3*20}{4}$ $=30cm$ Pizza diliminin çevresi:20+20+30=70 cm

EK E: İzin Yazıları



T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Sayı : 29586447-302.08.01-E.6887 26/10/2018
Konu : Anket İzni

Sayın Mehmet Emre DELİBAŞ
Mat.ve Fen Bil. Eğitimi ABD/İlköğretim Matematik Öğretmenliği T.Y.L. Prog. Öğrencisi

İlgi : a) Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalının 19/09/2018 tarihli ve 22246471-302.08-E.37175 sayılı yazısı.
b) Kastamonu İl Milli Eğitimi Müdürlüğünün 18.10.2018 tarih ve E.19708371 sayılı yazısı.

"Problem Çözmede Görselleştirme ve Temsil Kullanma" konulu tezinizi Kastamonu İl Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı Tosya İlçesi Sakarya Ortaokulu öğrencilerine uygulamak istediğinizi talep etmeniz üzerine; Araştırma Önerisi ve Anket Formu ilgili Müdürlüğe gönderilerek gerekli izin istenmiştir.

Talebiniz, İl Milli Eğitim Müdürlüğünün ilgi (b) yazısı ekinde gönderilen 18.10.2018 tarihli ve E.19615544 sayılı Valilik Oluru ile kabul edilmiş olup; yazımız ekinde gönderilmiştir.

e-imzalıdır
Prof. Dr. Hasbi YAPRAK
Enstitü Müdürü

Ek: Yazı (40 Sayfa)

Adres: Kastamonu Üniversitesi Kazım Karabekir Yerleşkesi Sağlık bilimleri Fakültesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Telefon: (0 366) 280 22 04 05 06 07 08 Faks: (0 366) 215 57 99
Elektronik Ağ: http://www.kastamonu.edu.tr
5070 sayılı Elektronik İmza Kanunu'na uygun olarak Güvenli Elektronik İmza ile üretilmiştir.
Evrak teyidi https://ebys.kastamonu.edu.tr/sorgu/sorgula.aspx adresinden 37KV-R25V-83IJ kodu ile yapılabilir.

19.10.18 17423

T.C.
KASTAMONU VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 75048956-44-E.19708371
Konu : Anket İzni (Mehmet Emre DELİBAŞ)

18.10.2018

KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi: 20/09/2018 tarih ve 29586447-302.14-E.5670 sayılı yazınız.

İlgi tarih ve sayılı yazınıza istinaden Kastamonu Üniversitesi Fenbilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalına bağlı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi Mehmet Emre DELİBAŞ'ın hazırlamış olduğu " Problem Çözmede Görselleştirme ve Temsil Kullanma" konulu anket çalışmasını İlimiz Tosya İlçesi Sakarya Ortaokulu 8. sınıf öğrencilerine 2018-2019 eğitim öğretim yılında gönüllük esasına göre kurumun eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmadan uygulaması ile ilgili Valilik Olur'u ilişikte gönderilmiştir.

Ekte gönderilen imzalı ve mühürlü anketin uygulanması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Cengiz BAHÇACIOĞLU
İl Milli Eğitim Müdürü

Ek:
1- Valilik Olur'u (1 sayfa)
2- Uygulama Çalışması (38 sayfa)

Bu evrakın 5070 Sayılı Kanuna göre güvenli elektronik imza ile imzalandığı tasdik olunur 19 Ekim 2018
Adı Soyadı Nuran YAZAN
Ünvanı VHKİ

Adres: Saraçlar Mahallesi Bayındır Sokak No 8 Posta Kodu 37100
Merkez Kastamonu
Elektronik Ağ: kastamonu.meb.gov.tr
e-posta: bilgisayar37@meb.gov.tr

Bilgi için. Emin YILMAZ
Tel: 0 (366) 214 10 01
Faks: 0 (366) 214 64 94

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 7431-71f6-3841-8bc0-8f26 kodu ile teyit edilebilir.

T.C.
KASTAMONU VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 75048956-44-E.19615544
Konu : Anket İzni (Mehmet Emre DELİBAŞ)

18/10/2018

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: a) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarihli ve 12607291 (Genelge No:2017/25) sayılı emirleri.
b) Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünün 20.09.2018 tarih ve 29586447-302.14-E.5670 sayılı yazısı.

Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünün ilgi (b) yazılarına istinaden Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalına bağlı İlköğretim Matematik Öğretmenliği tezli yüksek lisans programı öğrencisi M. Emre DELİBAŞ'ın hazırlamış olduğu " Problem Çözmede Görselleştirme ve Temsil Kullanma" konulu anket çalışmasını İlimiz Tosya İlçesi Sakarya Ortaokulu 8. Sınıf öğrencilerine uygulaması ile ilgili İnceleme ve Değerlendirme Komisyon Kararı ilişikte sunulmuştur.

Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalına bağlı İlköğretim Matematik Öğretmenliği tezli yüksek lisans programı öğrencisi M. Emre DELİBAŞ'ın hazırlamış olduğu " Problem Çözmede Görselleştirme ve Temsil Kullanma" konulu anket çalışmasını İlimiz Tosya İlçesi Sakarya Ortaokulu 8. Sınıf öğrencilerine 2018-2019 eğitim öğretim yılında gönüllülük esasına göre kurumun eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmadan uygulaması ve sonuçlarının değerlendirilmesi Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Cengiz BAHÇACIOĞLU
İl Milli Eğitim Müdürü

OLUR
18/10/2018

Ünal KILIÇARSLAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres: Saraçlar Mahallesi Bayındır Sokak No 8 Posta Kodu 37100
Merkez Kastamonu
Elektronik Ağ: kastamonu.meb.gov.tr
e-posta: bilgisayar37@meb.gov.tr

Bilgi için: Emis YILMAZ
Tel: 0 (366) 214 10 01
Faks: 0 (366) 214 64 94

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 9b52-677e-3345-bb7b-bd15 kodu ile teyit edilebilir.

ÖZGEÇMİŞ



Adı Soyadı	: Mehmet Emre DELİBAŞ
Doğum Yeri ve Yılı	: Osmancık-1984
Medeni Hali	: Evli
Yabancı Dili	: İngilizce
E-posta	: mehmetemredelibas@gmail.com

Eğitim Durumu

Lise	: Osmancık Anadolu Lisesi, 2003
Lisans	: Ondokuzmayıs Üniversitesi, 2008

Mesleki Deneyim

İş Yeri	: Milli Eğitim Bakanlığı, 2008- devam ediyor

Yayın Listesi

Tuluk, G., & Delibaş, M. E. (2019). 2008-2018 Yılları Arasında Cebir Alanında Yayınlanmış Makalelerin İncelenmesi. *4. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu. 26 – 28 Eylül*, İzmir.