T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ

TÜRKİYE'DEKİ VE LİBYA'DAKİ ÖĞRENCİLERİN İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER KONUSUNDAKİ CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİNİN SOLO TAKSONOMİYE GÖRE İNCELENMESİ

AWATEF AHMED KH ELAZZABI

DOKTORA TEZİ

PROF. DR. AHMET KAÇAR

HAZİRAN - 2020
KASTAMONU

TEZ ONAYI

Awatef Ahmed Kh ELAZZABI tarafından hazırlanan "**Türkiye'deki ve Libya'daki Öğrencilerin İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusundaki Cebirsel Düşünme Becerilerinin SOLO Taksonomiye Göre İncelenmesi**" adlı tez çalışmasının savunma sınavı **24.06.2020** tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği ile Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Danışman	Prof. Dr. Ahmet KAÇAR Kastamonu Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Abdulkadir TUNA Kastamonu Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Ergün Recepoğlu Kastamonu Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ Eskişehir Osmangazi Üniversitesi	.....
Jüri Üyesi	Prof. Dr. Hüseyin Bahadır YANIK Anadolu Üniversitesi	.....

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Enstitü Müdürü Prof. Dr. İzzet ŞENER .....

TAAHHÜTNAME

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu; ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını, bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini bildirir ve taahhüt ederim.

Awatef Ahmed Kh ELAZZABI



ÖZET

DOKTORA TEZİ

TÜRKİYE'DEKİ VE LİBYA'DAKİ ÖĞRENCİLERİN İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ DENKLEMLER KONUSUNDAKİ CEBİRSEL DÜŞÜNME BECERİLERİNİN SOLO TAKSONOMİYE GÖRE İNCELENMESİ

AWATEF AHMED KH ELAZZABI

KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ
DANIŞMAN:PROF. DR. AHMET KAÇAR

Matematik, insan yaşamının evrimi ile birlikte büyür. Matematik, yaşamın her alanında önemli bir unsur olan günlük yaşam problemlerini çözmek için en önemli temel bilimlerden biridir. Buna ek olarak, bilimsel gelişimde ve fizik, biyoloji vb. gibi bilimlerin çoğunun uygulamalarında temel bir rol oynar. Bu nedenle matematik, eğitim aşamalarında öğretilmesi ve uygulanması gereken bir bilimdir. Matematik farklı eğitim aşamalarında öğrencilerin başarı düzeylerinin düşük olduğu, öğrencilerin bir kısmının çalışmaya isteksiz hissettiği, motivasyon eksikliği hissettiği, korktuğu ve endişe duyduğu bazen de öğrenmekten kaçma girişiminde olduğu konulardan biridir. Nesnelliği ve mantığı nedeniyle matematiğin düşünmenin farklı biçimlerde gelişimi için verimli bir alan olduğu düşünülmektedir. Farklı dallarıyla matematik gerekliliktir, düşünme becerilerinin geliştirilmesinde ve yaşam problemleriyle başa çıkabilme becerilerinde rol oynar. Cebirsel düşünme matematikte önemli bir rol oynar. Birçok çalışma cebirde düşük seviyeli öğrencilerin olduğunu göstermiştir. Bu nedenle bu çalışmanın amacı, Türk ve Libyalı öğrencilerin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde cebirsel düşünme becerilerini genellemeleri formülleştirme, semboller ve cebirsel ilişkilerin kullanımı ve çoklu temsilleri kullanmalarına bağlı olarak incelemektir. Bu çalışmada var olan bir durumu hiç bir müdahalede bulunmadan ortaya koymak için tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcıları, Libya'nın Trablus şehrindeki 3 liseden 112, Türkiye'nin Kastamonu şehrindeki 3 liseden 129 öğrenciden oluşmaktadır. Veriler cebirsel düşünme testi ile elde edilmiştir. Bu test 16 sorudan oluşmaktadır ve 2018-2019 eğitim-öğretim yılında öğrencilere uygulanmıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünme sorularına verdikleri cevapların analizinde ve değerlendirilmesinde SOLO (Gözlemlenen Öğrenme Sonuçlarının Yapısı) taksonomisi kullanılmıştır. SOLO taksonomisinin düşünme aşamaları, öğrencilerin sorulara verdikleri cevapları yapısal karmaşıklığına göre sınıflandıran 5 düzeyden oluşur (Yapı Öncesi, Tek Yönlü Yapı, Çok Yönlü Yapı, İlişkilendirilmiş Yapı ve Soyutlanmış Yapı). SOLO taksonomisine göre, sonuçlar hem Libyalı hem de Türk öğrencilerin tek yönlü yapı, çok yönlü yapı ve ilişkilendirilmiş yapı düzeylerine ulaşabileceğini göstermektedir. Libyalı öğrencilerin % 26,3'ü ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 24,1'i çok yönlü yapı düzeyinde ve % 28,7'si tek yönlü yapı düzeyindedir. Türk öğrencilerin % 25,7'si ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 28,3'ü çok yönlü yapı düzeyinde ve % 25,9'u tek yönlü yapı düzeyindedir. Ayrıca yapı öncesi düzeyde az sayıda Libyalı ve Türk öğrenci vardır. Libyalı öğrencilerin % 7'si yapı öncesi düşünme düzeyinde ve Türk öğrencilerin % 12,7'si yapı öncesi düşünme düzeyindedir. Libyalı

öğrencilerin % 13,9'u ve Türk öğrencilerin % 7,4'ü soruları yanıtlamaya çalışmamıştır. Elde edilen veriler SPSS programı ile analiz edilmiştir. Verilerin analizinde Mann-Whitney U Testi kullanılmıştır. Mann-Whitney U testinin kullanıldığı analiz sonrası elde edilen sonuçlar genel olarak cebirsel düşünme testinde Libyalı ve Türk öğrencilerin genellemeleri formüle etme ve çoklu temsil becerilerini kullanma düzeyleri arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir. Ancak Libyalı ve Türk öğrencilerin cebirsel düşünme testinde semboller ve cebirsel ilişki kullanımı becerisi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmaktadır, ancak bu büyük bir fark değildir. Dolayısıyla, düşünme becerilerini problem çözerek geliştirmeleri için öğrencilere destek olunabilir. Öğrenciler, becerilerini geliştirmeyi ve cebirsel düşünme yeteneklerini geliştirmeyi amaçlayan farklı etkinliklerde bulunmalıdır. Ayrıca, matematik öğretmenleri, öğrencilerin matematiksel fikirlerini ve kavramları ilişkilendirmeleri için fırsatlar yaratmalı ve öğrencilerin cebirsel düşünmedeki yeteneklerini geliştirmelerini sağlamalıdır.

ANAHTAR KELİMELER: Cebirsel Düşünme Becerileri, SOLO Taksonomisi, Türk ve Libyalı Öğrenciler

Haziran 2020, 159 Sayfa
Bilim Kodu:101

ABSTRACT

PH.D THESIS

INVESTIGATION OF TURKISH AND LIBYAN STUDENTS' ALGEBRAIC THINKING SKILLS IN QUADRATIC EQUATIONS WITH ONE UNKNOWN ACCORDING TO SOLO TAXONOMY

AWATEF AHMED KH ELAZZABI

KASTAMONU UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
MATHEMATİCS EDUCATİON
SUPERVISOR:PROF. DR. AHMET KAÇAR

Mathematics grows alongside the evolution of human life. Mathematics being an essential element in all areas of life, it is one of the most important essential sciences to solve everyday life problems. In addition, it plays a fundamental role in scientific development and its application to most of the sciences, for example physics, biology etc. For this reason, mathematics is a science that should be taught and implemented in education stages. Mathematics is one of the subjects in which the level of students' achievement is low in different educational stages, where some of whom feel unwilling to study, lack of motivation, fear and worry, and sometimes they try to avoid learning mathematics. Mathematics considered by very nature a fertile field for the development of thinking in its different forms and that due to its objectivity and logic. Mathematics with its different branches is a necessary and it has a role in the development of thinking skills and the ability to overcome with life problems. Algebraic thinking plays an important role in mathematics. Many studies have indicated that there is low level of students in algebra. For this reason, the purpose of this study is to investigation of the algebraic thinking skills of Turkish and Libyan students in quadratic equations with one unknown by formulating generalizations, using symbols and algebraic relationships, and using multiple representations. In this study, scanning model is used to reveal an existing situation without any intervention. The participants of the study consisted of 112 students from Libya at 3 high schools in the city of Tripoli and 129 students from Turkey at 3 high schools in the city of Kastamonu. The data obtained by algebraic thinking test. This test consisted of 16 questions. The test was applied to students in the 2018-2019 academic year. In the analysis and assessment of student responses to algebraic thinking questions SOLO (Structure of the Observed Learning Outcomes) taxonomy was used. Thinking stages of the SOLO taxonomy consists of 5 levels which classify the students' answers to questions by its structural complexity (Pre-structural, Uni-structural, Multi-structural, Relational- structural and Extended abstract). According to the SOLO taxonomy, the results show that both the Libyan and Turkish students could reach the uni-structural, multi-structural, and relational levels. 26.3% of Libyan students are at the relational-structural level, 24.1% of are at the multi-structural level and 28.7% of are at the uni-structural level. 25.7% of Turkish students are at the relational-structural level, 28.3% of are at the multi-structural level, and 25.9% of are at the uni-structural level. In addition there are a small number of Libyan and Turkish students at pre structural level. 7.0% of Libyan students are at

pre-structural thinking levels and 12.7 % of Turkish students are at pre-structural thinking levels. 13.9% of Libyan students and 7.4% of Turkish students did not try to answer the questions. The data obtained were analysed with SPSS program. Mann-Whitney U Test was used to analyse the data. Results obtained after use Mann-Whitney U Test showed, there is not a significant difference between the level of Libyan and Turkish students in algebraic thinking test in formulating generalizations and using multiple representations skill. But there is statistically significant difference between Libyan and Turkish students' in algebraic thinking test of using symbols and algebraic relation skill, but it was not a big difference. So students can be supported to develop their thinking skills by solving problems. Students must involve in different activities that are aimed to promote their skills and improving their ability in algebraic thinking. In addition, mathematics teachers should create opportunities for students to relate their mathematical ideas and concept to enable the students promote their ability in algebraic thinking.

KEYWORDS: Algebraic Thinking Skills, SOLO Taxonomy, Turkish and Libya Students

June 2020, 159 Page
Science Code:101

TEŞEKKÜR

Güllerle dolu bir yol değildi ve olması da beklenemezdi. Bununla birlikte bu yol, hedefime ulaşmamda beni destekleyenlerle doluydu **.**

Doktora tezimi tamamlamaktan ve Doktora derecesini almaktan dolayı gururlu olduğumu belirtir, çalışma sonuçlarının bu alanda çalışanlara faydalı olmasını dilerim.

İlk olarak Hocam Sayın Prof. Dr. Ahmet KAÇAR'a bu çalışmadaki danışmanlığı için teşekkür etmek istiyorum. Hocamın değerli tavsiyeleri ve rehberliği, araştırma yapma ve araştırma bulgularını bildirme konusunda sağlam bir temel oluşturmama yardımcı oldu. Onun değişmez desteği ve cesareti bana bu zorlu yolculuğa çıkma gücü verdi. Buna ek olarak, Matematik Eğitimi Bilim Dalındaki her bir öğretim üyesine, çalışmamın tüm yolculuğu boyunca bana yardım ettikleri için istisnasız teşekkürler**.**

Babam, annem, kız kardeşlerim ve erkek kardeşlerime destekleri ve cesaret verdikleri için teşekkür ediyorum. Buna ek olarak eşim Mohamed'e her zaman bana verdiği moral ve desteği için minnettarlığımı ifade etmek istiyorum. Çünkü çalışmamı yürütmek ve bu tezi bitirmek için bana güven verdi ve onun bu çabası, sevecen ve sevgi dolu bir ev ortamı sağlamada yardımcı oldu, O benim çalışmam üzerinde yoğunlaşmam ve devam etmem için çok büyük motivasyon kaynağımdır**.**

Sonuncu ama son derece önemli olarak; bu başarının ana nedeni olan ülkemi, Libya'yı unutamam. Tanrı'dan, bana yurtdışında doktora çalışması yapma fırsatı veren, sevgili ülkemi korumasını talep ediyorum

AWATEF AHMED KH ELAZZABI

Kastamonu, 2020

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEZ ONAYI ii
TAAHHÜTNAME iii
ÖZET iv
ABSTRACT vi
TEŞEKKÜR viii
İÇİNDEKİLER ix
ŞEKİLLER DİZİNİ xi
TABLOLAR DİZİNİ xiii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ xiv
1. GİRİŞ 1
1.1 Matematiksel Düşünme 1
1.2 Cebir 2
1.3 Cebirsel Düşünme 6
1.3.1 Cebirsel Düşünmenin Tanımları 6
1.3.2 Cebirsel Düşünme Becerileri 10
1.3.2.1 Genellemelerin formülleştirilmesi 10
1.3.2.2 Sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler 14
1.3.2.3 Çoklu temsillerin kullanımı 18
1.4 Libya ve Türkiye'de Ortaöğretim Matematik Öğretim Programı 23
1.4.1 Libya'daki Ortaöğretim Matematik Programlarına Genel Bakış 24
1.4.2 Türkiye'deki Ortaöğretim Matematik Programlarına Genel Bakış 25
1.4.3 Libya ve Türkiye'deki Ortaöğretim Matematik Programlarında İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler 25
1.4.3.1 İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna verilen derslerin süresi 27
1.4.3.2 Libya'daki ve Türkiye'deki matematik ders kitabında ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun içeriği 28
1.5 SOLO Taksonomisi 29
1.6 Araştırmanın Önemi 35
1.7 Araştırmanın Amacı 36
1.8 Araştırma Problemi ve Alt Problemler 37
1.9 Sınırlılıklar 37
2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR 39
2.1 Cebirsel Düşünme Üzerine Çalışmalar 39
2.2 Cebirsel Düşünme Becerileri Üzerine Araştırmalar 41
2.2.1 Genellemeleri Formülleştirme Çalışmaları 42
2.2.2 Sembollerin Kullanımı ve Cebirsel İlişkiler Üzerine Çalışmalar 44
2.2.3 Çoklu Temsil Kullanma Çalışmaları 47
2.3 SOLO Taksonomisi Çalışmaları 50
2.4 İkinci Dereceden Denklemler Üzerine Çalışmalar 53
3. YÖNTEM 57
3.1 Araştırmanın Modeli 57
3.2 Çalışma Grubu 57

3.3 Veri Toplama Araçları 58
3.3.1 Cebirsel Düşünme Testi: 58
3.3.2 Ölçme Aracının Geçerliliği ve Güvenilirliği 59
3.4 Süreç 60
3.5 Veri Analizi 61
4. BULGULAR VE YORUMLAR 63
4.1 Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 63
4.1.1 Genellemelerin Formülleştirilmesiyle İlgili Öğrenci Cevaplarının SOLO Taksonomisine Göre Analizi 63
4.1.2 Genellemeleri Formülleştirme ile İlgili İstatistiksel Analizler 67
4.2 İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 70
4.2.1 Sembol ve Cebirsel İlişkilerdeki Becerilerle İlgili Öğrenci Cevaplarının SOLO Taksonomisine Göre Analizi 70
4.2.2 Semboller ve Cebirsel İlişkiler ile İlgili İstatistiksel Analizler 76
4.3 Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 78
4.3.1 Çoklu Temsillere İlişkin Öğrenci Cevaplarının SOLO Taksonomisine Göre Analizi 79
4.3.2 Çoklu Temsil Becerilerine İlişkin İstatistiksel Analizler 84
4.4 Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar 86
4.4.1 Cebirsel Düşünmeyle İlgili Öğrenci Cevaplarının SOLO Taksonomisine Göre Analizi 86
4.4.2 Cebirsel Düşünme Becerileri ile İlgili İstatistiksel Analizler 88
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER 92
5.1 Sonuç ve Tartışma 92
5.1.1 Genellemeleri Formülleştirme Üzerine Sonuçlar ve Tartışmalar 92
5.1.2 Semboller ve Cebirsel İlişkiler Üzerine Sonuçlar ve Tartışmalar 94
5.1.3 Çoklu Temsil Üzerine Sonuç ve Tartışmalar 95
5.1.4 Cebirsel Düşünme Becerileri Üzerine Sonuçlar ve Tartışmalar 97
5.2 Öneriler 97
5.2.1 Çalışma İçin Öneriler 97
5.2.2 Araştırmalar İçin Öneriler 99
KAYNAKLAR 100
EKLER 118
EK 1 Cebirsel Düşünme Becerileri Testi 118
EK 2 Cebirsel Düşünme Becerileri Testi Sorularının Değerlendirilmesine İlişkin Kriterler 124
EK 3 İzin Belgesi - Libya 151
EK 4 İzin Belgesi - Türkiye 155
ÖZGEÇMİŞ 158

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1 Matematiksel düşünmenin farklı formları 2
Şekil 1.2 Cebirsel düşünmenin kavramsal yapısı 7
Şekil 1.3 Cebirin yapısı 8
Şekil 1.4 Modelleme örnekleri 13
Şekil 1.5 Öğrencilerin aritmetik kavramını anlamalarında iç ve dış temsiller arasındaki ilişki 19
Şekil 1.6 Matematik temsilleri için Lesh, Post ve Behr modeli 20
Şekil 1.7 Matematik temsilleri Lesh vd. için 21
Şekil 1.8 Çoklu temsil örneği 23
Şekil 1.9 SOLO (Gözlemlenen Öğrenme Çıktılarının Yapısı) taksonomi seviyeleri 31
Şekil 1.10 Kibrit çöpü evleri: Sayıdaki desenler 33
Şekil 4.1 Bir Libyalı öğrencinin 1. soruya cevabı 65
Şekil 4.2 Bir Türk öğrencinin 1. soruya cevabı 65
Şekil 4.3 Bir Libyalı öğrencinin 1. soruya cevabı 66
Şekil 4.4 Bir Türk öğrencinin 1. soruya cevabı 66
Şekil 4.5 Bir Libyalı öğrencinin 1. soruya cevabı 67
Şekil 4.6 Bir Türk öğrencinin 1. soruya cevabı 67
Şekil 4.7 Bir Libyalı öğrencinin 2. soruya cevabı 73
Şekil 4.8 Bir Türk öğrencinin 2. soruya cevabı 73
Şekil 4.9 Bir Libyalı öğrencinin 2. soruya cevabı 74
Şekil 4.10 Bir Türk öğrencinin 2. soruya cevabı 74
Şekil 4.11 Bir Libyalı öğrencinin 2. soruya cevabı 75
Şekil 4.12 Bir Türk öğrencinin 2. soruya cevabı 75
Şekil 4.13 Bir Libyalı öğrencinin 4. soruya cevabı 81
Şekil 4.14 Bir Türk öğrencinin 4. soruya cevabı 81
Şekil 4.15 Bir Libyalı öğrencinin 4. soruya cevabı 82
Şekil 4.16 Bir Türk öğrencinin 4. soruya cevabı 82
Şekil 4.17 Bir Libyalı öğrencinin 4. soruya cevabı 83
Şekil 4.18 Bir Türk öğrencinin 4. soruya cevabı 83

GRAFİKLER DİZİNİ

Sayfa

Grafik 4.1 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genellemeleri formülleştirme becerisi....64
Grafik 4.2 Libyalı öğrencilerin genellemeleri formülleştirme becerilerinin histogramı....69
Grafik 4.3 Türk öğrencilerin genellemeleri formülleştirme becerilerinin histogramı....69
Grafik 4.4 Libya ve Türk öğrencilerle sembol ve cebirsel ilişkiler becerileri ..72
Grafik 4.5 Libyalı öğrencilerin sembol becerileri ve cebirsel ilişkileri histogramı....77
Grafik 4.6 Türk öğrencilerin sembol becerileri ve cebirsel ilişkileri histogramı....77
Grafik 4.7 Libyalı ve Türk öğrencilerin çoklu temsil becerileri 80
Grafik 4.8 Libyalı öğrencilerin çoklu temsil becerileri histogramı 85
Grafik 4.9 Türk öğrencilerin çoklu temsil becerileri histogramı....85
Grafik 4.10 Türk ve Libyalı öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri....88
Grafik 4.11 Libyalı öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin histogramı ...90
Grafik 4.12 Türk öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin histogramı....90

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 1.1 Aritmetik ve cebir özellikleri 5
Tablo 1.2 Cebirsel düşünmenin bileşenleri 8
Tablo 1.3. Sembollerin bazı farklı kullanımları 15
Tablo 1.4 Onuncu sınıf (Türkiye ve Libya öğretim programı) 26
Tablo 1.5 Her iki ülkede de matematik ders kitaplarının toplamı içinde ikinci dereceden denklemlerin oranları 27
Tablo 1.6 İkinci dereceden denklemlerin öğrenme çıktılarına göre iç içeriğin karşılaştırılması 28
Tablo 1.7 Yüzeysel yapı ve derin düşünme yapısı 32
Tablo 1.8 Biggs'e göre SOLO taksonomisi düşünme düzeyleri ve gösterge Fiilleri 33
Tablo 3.1 Çalışma grubu hakkında bilgi 58
Tablo 3.2 Çalışma sorularının sınıflandırılması 59
Tablo 4.1 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genellemeleri formülleştirme beceri düzeyleri 63
Tablo 4.2 Genellemelerin formülleştirilmesi becerisinde öğrencilerin tanımlayıcı istatistikleri 68
Tablo 4.3 Genellemelerin formülleştirilmesi becerisi normallik testi bulguları 68
Tablo 4.4 Genellemelerin formülleştirilmesi becerisine ilişkin Mann-Whitney U Testi'nin bulguları 70
Tablo 4.5 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre sembol becerileri ve cebirsel ilişkilerdeki beceri düzeyleri 71
Tablo 4.6 Sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler becerisinde öğrencilerin tanımlayıcı istatistikleri 76
Tablo 4.7 Sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler becerisi normallik testi bulguları 76
Tablo 4.8 Sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler becerilerine ilişkin Mann-Whitney U Testi'nin bulguları 78
Tablo 4.9 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre çoklu temsillerdeki beceri düzeyleri 79
Tablo 4.10 Çoklu temsil becerilerinde öğrencilerin tanımlayıcı istatistikleri ... 84
Tablo 4.11 Çoklu temsil becerilerinin normallik testi bulguları 84
Tablo 4.12 Çoklu temsil becerilerine ilişkin Mann-Whitney U Testi'nin bulguları 86
Tablo 4.13 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme becerisindeki düzeyleri 87
Tablo 4.14 Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin tanımlayıcı istatistikleri 89
Tablo 4.15 Cebirsel düşünme becerilerinin normallik testi bulguları 89
Tablo 4.16 Cebirsel düşünme becerileri ile ilgili Mann-Whitney U Testi bulguları 91

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar

YÖD	**:** Yapı Öncesi Düzey
TYYD	**:** Tek Yönlü Yapı Düzeyi
ÇYYD	**:** Çok Yönlü Yapı Düzeyi
İYD	**:** İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyi
SOLO	**:** Gözlenen Öğrenme Çıktılarının Yapısı
NCTM	**:** Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi
SPSS	**:** Statistical Package for Social Sciences
CCSSM	**:** Matematik için Ortak Temel Eyalet Standartları

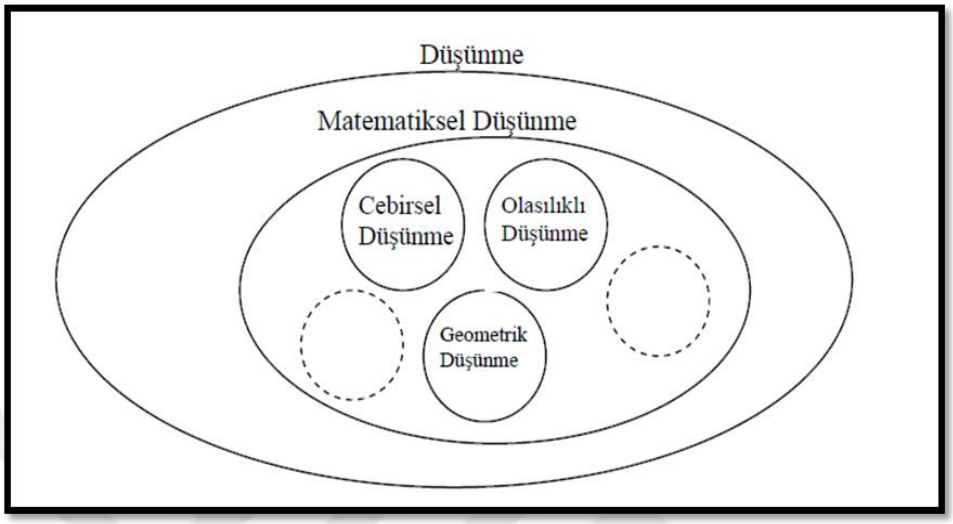
1. GİRİŞ

Matematik, diğer bilimlerin hizmetine seçkin katkısı ve çağın farklı uygulamalarıyla yakın ilişkisi nedeniyle, insan bilgisinin farklı alanları arasında yüksek bir konuma sahiptir. Ayrıca, Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi açısından, matematik insanların büyük başarılarından biridir, bu yüzden insanlar bunu geliştirmeli ve anlamalıdır (NCTM, 2000). Matematiksel düşünme, matematikle ilgili becerileri geliştirmek için üzerinde durulması ve üzerinde çalışılması gereken önemli düşünme türlerinden biridir. Düşünme, matematiksel düşünme, cebir ve cebirsel düşünme kavramı araştırmanın içeriğinde daha fazla vurgulanacaktır.

1.1 Matematiksel Düşünme

Düşünme, günlük yaşamda herkes için çok önemlidir. İnsanın bir özelliği olduğu ve insanların düşünme kabiliyetlerinden dolayı insan oldukları söylenir. Düşünme, temel hayatta kalma becerimiz, bilginin ilk nedeni ve etkili eylemin ön koşuludur. Karşılaştığımız sorunlardan birçoğu bize çok fazla zorluk çektiren, ya düşünme eksikliği ya da etkisiz düşünmeden kaynaklanmaktadır. Düşünme, 21. yüzyılda da gereken bir beceridir (Darling Hammond, 2006). Düşünme öğrenilebilecek zihinsel bir süreçtir (Çubukçu, 2004). Ayrıca Mason, Burton ve Stacey (1991) düşünmeyi, insanların çevrelerini anlamalarını ve bazı durumları kontrol altında tutmalarını sağlayan bir yöntem olarak tanımlamıştır. Matematiksel düşünme, bu amaca hizmet etmek için matematik yöntemlerini kullanır. Matematiksel düşünme, anlayışımızı genişleten ve karmaşık fikirlerin üstesinden gelme yeteneğimizi destekleyen dinamik bir süreçtir (Devlin, 2000). Problem çözme ve matematiksel görevler matematiksel düşünme becerileri gerektirdiğinden, matematiksel düşünme matematik öğrenmede çok önemlidir. Matematiksel düşünme, aritmetik, cebir, geometri, olasılık gibi farklı matematik alanlarında kullanılan matematiksel tekniklerin niteliğine bağlı olarak çeşitli biçimler alır. Dindyal'in düşünme ve matematiksel düşünme arasındaki ilişkiyi ifade ettiği modelden yararlanarak Şekil 1.1'deki model matematiksel düşünme, cebirsel düşünme, olasılıklı düşünme ve geometrik düşünme arasındaki ilişkiyi göstermek için geliştirilmiştir (Dindyal, 2003). Bu modelde, farklı matematiksel

düşünme biçimlerini temsil eden cebirsel düşünme, geometrik düşünme, olasılıklı düşünme birbirleriyle bağlantılı değildir anlamına gelmemelidir. Bu şekillendirme biçimi, yalnızca farklı matematiksel düşünme biçimlerini vurgulamak için kullanılır.



Şekil 1.1 Matematiksel düşünmenin farklı formları

Çalışma konumuz cebir üzerine olacağından aşağıda cebir hakkında bilgi verilecektir.

1.2 Cebir

Cebir, matematiğin ana bölümlerinden biridir ve cebirin matematik, fen bilimleri veya mühendislik çalışmaları için gerekli olduğu düşünülmektedir. Arapça'dan gelen Cebir (el-jabr) "kırık parçaların yeniden birleşmesi" (Oxford University Press (OUP), 2010) ve "kemikleşme" (Menini ve Van Oystaeyen, 2004) anlamına gelmektedir. Cebir kelimesi, 780'den 850'ya kadar Bağdat'ta yaşayan İranlı bir matematikçi olan Harezmî tarafından yazılan "Hisab al-jabr w'al-muqabala" ya da " Cebir ve Mukâbele Hesabı Üzerine Özet Kitap" adlı kitabın Latince tercümesinden gelmektedir (Puig ve Rojano, 2004). Matematiksel fikirlerin bir kombinasyonu olarak tasarlanan bu kitap Babil, Hint ve Yunancadan ortaya çıktı. Bu kitapta yer alan çeşitli çözümler arasında miras ve mal paylaşımı ile ilgili problemler de vardır (Suggate, Davis ve Goulding, 2006). Cebir, problemleri çözmek için oldukça etkili bir araç seti (pratik ve teorik) olarak düşünebilir (Suggate, Davis ve Goulding, 2006).

Cebirin içeriği yıllar içinde değişmiştir. Kieran (1992), cebirin üç aşamada nasıl geliştiğini belirtir:

1. Retorik evre: Bu evre Diophantus'tan önceki dönemdir, problemleri çözmek için cümleler kullanmakla karakterize edilir ve bu aşamada bilinmeyenleri temsil edecek hiçbir sembol ya da işaret yoktur.
2. Senkoplu cebir aşaması: Bu aşama Diophantus tarafından başlatılmıştır, Diophantus, çoğunlukla cebirin babası olarak anılır ve dördüncü yüzyılın ilk yarısında bilinmeyen miktarlar için harflerin kullanımını tanıtmıştır. Bu aşamada cebircilerin asıl merakı bilinmeyen sayıyı bulmaktır.
3. Sembolik cebir aşaması: Bu aşamada genel çözümleri ifade etmek mümkün olmuştur ve cebir, sayısal ilişkileri kontrol eden kuralları kanıtlamak için bir araç olarak kullanılmıştır.

Kieran 1992'de, cebirin genel sayısal ilişkileri ve matematiksel yapıları sembolize etmeyi ve bu yapılar üzerinde işlem yapmakla ve cebirsel sembolizmin cebir üzerinde işlemselden yapısal bir bakış açısına nasıl bir değişikliğe olanak verdiği ile ilgilenen matematiğin bir dalı olduğunu belirtmektedir. Örneğin:

$$
\begin{aligned}
&4\,x + 2y \\
&x = 5,\ y = 6 \\
&4(5) + 2(6) \\
&\text{Cevap } 32
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

İşlemsel bakış açısı, sayıları vermek için sayılar üzerinde yapılan aritmetik işlemleri içerir. Yapısal bakış açısı, cebirsel ifadeler üzerinde yürütülen farklı işlem kümelerini içerir.

Benzer şekilde, Sfard ve Linchevski (1994) cebirin işlemsel ve yapısal aşamalarını tanımlamıştır. Aritmetik gibi işlemsel cebir, sayılarla ve sayısal hesaplamalar ile ilgilenir ve algoritmik işlemleri daha genel bir şekilde ele alır. Yapısal bir cebir, sembollerin ve cebirsel ifadelerin kullanımını gerektirir. Kaput (2008) cebir üzerinde iki bakış açısı olduğunu kabul eder. Birinci bakış açısı cebiri tek başına bir bilgi organı olarak görür ve kurallarına göre düşünülür, öğrencilerle ilgili değildir ve cebirin içerdiği sembol sistemleri açısından geliştiği görülür. İkinci bakış açısı ise cebiri

öğrencilerin matematiğe ilişkin düşüncelerinin temel olduğu, öğrencilerin öğrenmeleriyle ve ilerlemeleriyle evrimleşen bir insan etkinliği olarak görür.

Cebir, sayısal ilişkileri ve özellikleri gösterebilen, nicelikleri, sayıları sembollerle temsil edebilen, denklem çözümlerini analiz edebilen bir araçtır (Kieran, 1992). Ayrıca, Dede ve Argün (2003b)'e göre cebir bazen sembolik bir dildir, bazen denklem çözme aracıdır ve bazen öğretim programında bir öğrenme alanıdır. Cebir, ileri matematik konularına kapı açan matematik dili olarak kabul edilir (Lacampagne, Blair ve Kaput, 1995). Cebirin oynadığı önemli rol göz önüne alındığında, 2000 yılında Amerika Birleşik Devletleri Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM) cebire büyük önem vermiştir. NCTM, cebiri bir düşünme aracı ve öğrencilerin matematiksel durumların modellemesini ve analizini genelleştirmesini sağlayan bir dizi kavram ve beceri olarak tanımlamıştır. NCTM, anaokuldan 12. sınıfa kadar, bütün öğrencilerin aşağıdaki yetilerinin etkinleştirildiği bir dizi standart geliştirmiştir. Bunlar:

- Kalıpları, ilişkileri ve işlevleri anlama
- Cebirsel semboller kullanarak matematiksel durumları ve yapıları temsil etme ve analiz etme
- Nicel ilişkileri göstermek ve anlamak için matematiksel modeller kullanma
- Farklı bağlamlardaki değişimi analiz etme

olarak belirtilmiştir.

Cebir soyut olduğundan, anlamlarının sembolik dilini anlamak kolay değildir (Radford, 2012). Bazı öğrenciler cebiri anlamakta zorlanırlar, gerçek amaç ve düşünme bağlamını anlamadan cebirle meşgul olma eğilimindedirler (Chazan, 1996; Sfard, 1991; Kieran, 1992). Ayrıca aritmetikten cebire geçiş öğrencilerin cebirde karşılaştıkları zorlukların arasındadır (Hidayanto, 2014). Aritmetikten cebire geçiş, çoğu öğrenci için, aritmetik konusunda uzman olsa bile, zordur (Kieran 2004, Kilpatrick vd., 2001). Kieran, cebir geçişi için gerekli bazı düzenlemeleri belirterek bulgularını şu şekilde özetlemiştir:

1. Sadece sayısal bir cevabın hesaplanmasına değil, ilişkilere odaklanılması,

2. İşlemlere ve ilgili fikirlere odaklanma,
3. Bir sorunu hem temsil etmeye hem de çözmeye odaklanma,
4. Rakamlara ve harflere odaklanma,
5. Eşit işaretinin anlamının odak noktası (Kieran, 2004).

Bu beş düzenleme kesinlikle aritmetik alanına girmektedir. Ayrıca cebirin incelenmesi için temel fikirlerin geliştirilmesine doğru bir kaymayı temsil etmektedirler. Tablo 1.1'de aritmetik ve cebir özellikleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Tablo 1.1 Aritmetik ve cebir özellikleri (Amerom, B.A. Van, 2002) "Eski cebirin yeniden yapılandırılması"ndan

Özellikler	**Aritmetik**	**Cebir**
1	Sabit sayılı işlemler.	Değişkenli işlemler.
2	Bir hesaplama aracı olarak tabloları kullanır.	Tabloları problem çözme aracı olarak kullanır.
3	Harfleri sembol olarak kullanır.	Harfleri bilinmeyen değişkenler olarak kullanır.
4	Bir bilinmeyenli doğrusal denklem kullanır.	Birçok bilinmeyenli denklem sistemlerini kullanır
5	Eşitlik işareti sonucu gösterir.	Eşitlik işareti eşitliği gösterir.
6	Sayısal bir sonuca ulaşmaya odaklanır.	İşlemlerin ve ilişkilerin genelleştirilmesine ulaşmaya odaklanır.
7	Bilinen büyüklüklerle düşünme.	Bilinmeyen büyüklüklerle düşünme.

Cebir matematiksel fikirleri açıklamakta kullanılan sembolik bir dildir (Sutherland ve Rojano, 1993). Öğrencilerin cebirdeki düşük yetenekleri cebirsel düşünme yeteneklerini etkiler (Wilujeng, 2016). Öğretmenlerin onlara eğitimin ilk sınıflarında Cebir hakkında deneyim sağlayarak orta sınıflardaki ve lisedeki öğrencilere yardımcı olabildiği ilke ve standartlarda (NCTM, 2000) belirtilmiştir. Bu nedenle cebir matematik dilidir ve öğrenciler cebir olmadan ileri matematik derslerinde başarılı olamayacaklardır (Lacampagne, Blair ve Kaput, 1995; Kaput, 1999).

1.3 Cebirsel Düşünme

Cebirsel düşünme, aritmetik de dahil olmak üzere tüm matematiksel düşünmelerin temelini oluşturur, çünkü matematiğin yapısını keşfetmemizi sağlar. Herkes cebirsel düşünme yeteneğine sahiptir çünkü cebirsel düşünme aslında insanların dünya ile etkileşime girme yöntemidir. Cebirsel düşünme, hayatımızın birçok örneğinde mevcuttur ve birçok kariyerin bir parçasıdır:

- Mimarlar ve inşaat uzmanları binaları tasarlamada ve yapıları oluşturmak için gereken malzemeleri belirlemede cebirsel düşünmeyi kullanırlar.
- Yazılım geliştiriciler, kodları oluştururken cebirsel düşünmeyi kullanır.
- Bankacılar, ipotek ve faiz oranlarını bulmak için cebirsel düşünmeyi kullanır.
- Bilim adamları neredeyse her alanda cebirsel düşünmeyi kullanırlar (OME, 2013).

NCTM (1992)'ye göre, cebirsel düşünme matematikte önemli bir rol oynar. Cebirsel düşünme gerçek hayata bakmak için bir yöntem olarak kabul edilir ve matematiği gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirir. Lawrence ve Hennessy (2002), cebirsel düşünmenin, olguyu açıklamak ve tahmin etmek için bilgileri matematik diline çevirerek dünyayı yorumlamak için gereken anlama serisi olduğunu belirtmektedir. İnsanlarda cebirsel düşünme, kesin olarak tanımlanamayan bir nesne duygusuyla başlar ve bunu bir nesne analizi ve sonra bir sembol olarak analiz edilen nesnelerin modellenmesi izler (Radford ve Peirce, 2006).

Literatür incelendiğinde, cebirsel düşünmenin belirli bir tanımını yapmak zordur. Farklı uzmanlar, cebirsel düşünmenin farklı yönlerini doğrulayan tanımlar vermiştir. Bazı araştırmacıların cebirsel düşünmeye ilişkin tanımları aşağıda verilmektedir.

1.3.1 Cebirsel Düşünmenin Tanımları

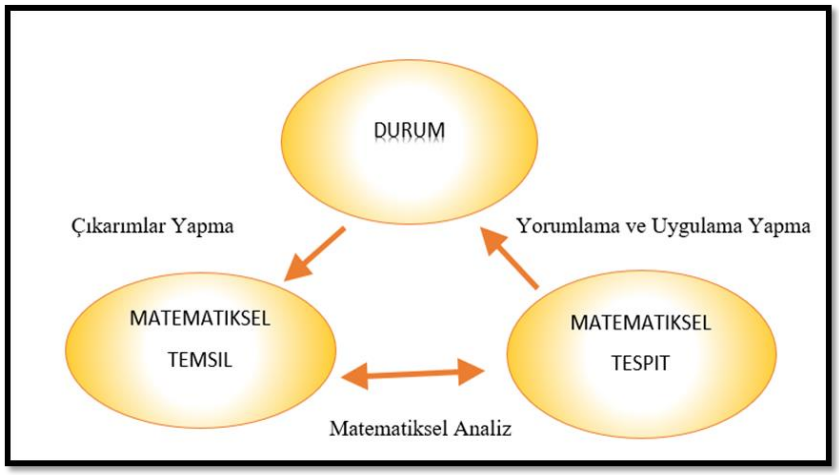
Cebirsel düşünme kavramı cebirle ilgili olarak kabul edilmekle birlikte, cebirden daha geniş bir anlama sahip olduğu ve farklı yönlerini doğrulayan birçok tanımı olduğu

görülmektedir. Cebirsel düşünme konusu ile ilgili yapılan birçok araştırma vardır, bazı cebirsel düşünme araştırmacılarının tanımları aşağıdaki gibidir.

Kieran ve Chalouh (1993)'a göre cebirsel düşünme, sembollerin ve cebirsel işlemlerin anlamını oluşturarak matematiksel akıl yürütmenin gelişimini içeren bir düşünme yeteneğidir.

Kaf (2007) cebirsel düşünmeyi, temsili kullanma, değişkenleri anlama, sembolik temsillerin anlamını açıklama, matematiksel fikirlerin geliştirilmesi için modellerle çalışma ve temsiller arasında dönüştürme gibi matematik için temel becerilere sahip bir düşünme biçimi olarak görür.

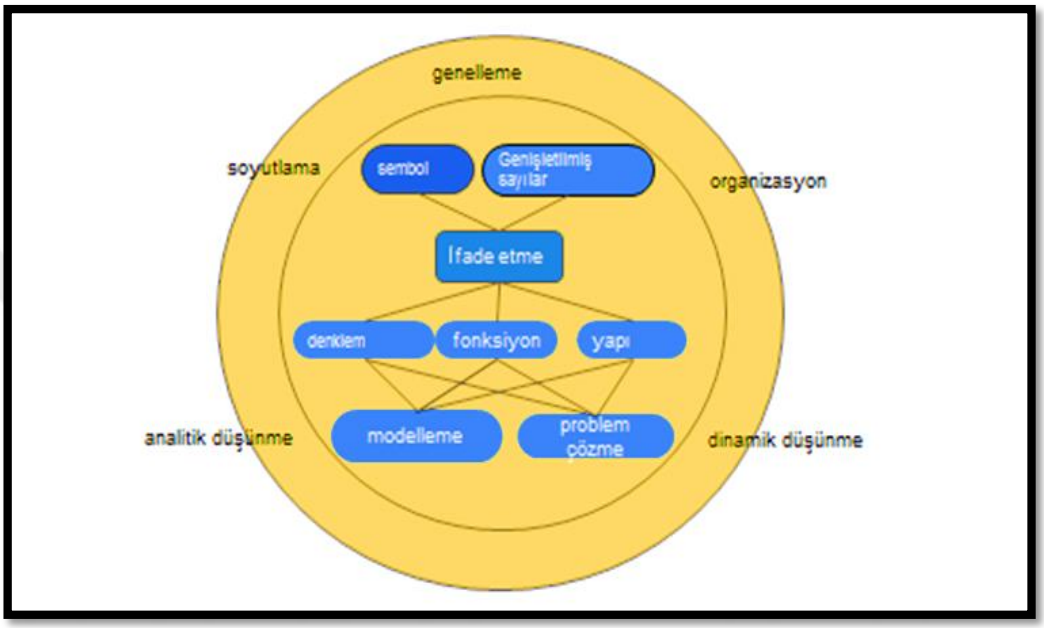
Herbert ve Brown (1997)'a göre cebirsel düşünme sembollerin ve matematiksel araçların, matematiksel bilgiyi anlamak ve farklı durumları analiz etmek için kullanılmasıdır: (1) durumlardan bilgi çıkarmak, (2) bilgileri matematiksel olarak sözcüklerle, diyagramlarda, tablolarda, grafiklerde ve denklemlerle temsil etmek ve (3) bilinmeyenleri çözmek gibi matematiksel bulguları yorumlamak ve uygulamak (Şekil 1.2).



Şekil 1.2 Cebirsel düşünmenin kavramsal yapısı (Herbert ve Brown, 1997)

Kamol (2005)'a göre cebirsel düşünme üç temel beceriden oluşur: temsiller (ifadeleri, grafikleri, sembolleri vb. kullanma yeteneğini içeren), modeller (şablonları genelleştirme ve formüle etme becerilerini içeren) ve değişkenler (genelleştirilmiş sayılardaki değişkenin rolü).

Lew (2004) cebirsel düşünmeyi bir düşünme biçimi olarak görürken, öğrencilerin cebirdeki başarısı en az altı tür matematiksel düşünme becerisine bağlıdır: genelleme, soyutlama, analitik düşünme, dinamik düşünme, modelleme ve organizasyon (Şekil 1.3).



Şekil 1.3 Cebirin yapısı

Kriegler (2008)'e göre cebirsel düşünmenin bileşenleri Tablo 1.2'de gösterilmiştir.

Tablo 1.2 Cebirsel düşünmenin bileşenleri

Matematiksel Düşünme Araçları	**Temel Cebirsel Fikirler**
Prolem çözme becerileri • Problem çözme stratejileri. • Çoklu yaklaşımları / çoklu çözümleri araştırmak.	**Soyut aritmetik olarak cebir** • Kavramsal temelli hesaplama stratejileri. • Oran ve orantı.

Tablo 1.2'nin devamı

Temsil becerileri • İlişkileri görsel, sembolik, sayısal, sözlü olarak görüntüleme. • Farklı temsiller arasında çeviri yapmak. • Temsiller içindeki bilgileri yorumlama.	**Matematik dili olarak cebir** • Değişkenlerin ve değişken ifadelerin anlamı. • Çözümlerin anlamı. • Sayı sisteminin özelliklerini anlama ve kullanma. • Cebirsel kuralları kullanarak sayıları ve sembolleri okuma, yazma, değiştirme. • Formülleri, ifadeleri, denklemleri, eşitsizlikleri değiştirmek için eşdeğer sembolik gösterimleri kullanma.
Düşünme becerileri • Tüme varımsal akıl yürütme. • Tümden gelimsel akıl yürütme.	**İşlevsel ve matematiksel modellemeyi incelemek için bir araç olarak cebir** • Gerçek dünyadaki durumlarda örüntü ve kuralları araştırma, ifade etme, genelleştirme. • Denklemleri, tabloları, grafikleri veya kelimeleri kullanarak matematiksel fikirleri temsil etme. • Giriş / çıkış kalıplarıyla çalışma • Koordinat grafik becerilerini geliştirme.

Okullarda cebirsel düşünme becerileri, öğrencilerin matematiksel becerilerini artırabilecek dersleri sunarken öğretmenin rolünden etkilenir. Öğretmen, öğrencilerin becerilerini geliştirmelerini sağlayacak olanakları sunmak ve karşılaştıkları zorlukların çözümünü en iyi şekilde sağlamak için sınıfta sunulacak etkinlikleri belirleme görevine sahiptir. Ayrıca, öğrencilerin cebirsel olarak düşünebilmesi için örüntüleri, ilişkileri ve işlevleri anlayabilmesi; matematiksel sembolleri kullanarak matematiksel durumları ve yapıları temsil ve analiz edebilmesi; nicel ilişkileri göstermek ve anlamak için matematiksel modeller kullanması gerekir (Cuevas ve Yeatts, 2001).

Cebirsel düşünmenin semboller ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden yararlanma ve genellemeleri formüle etme kabiliyetinden oluştuğu belirtilmektedir (Dindyal, 2003; Çelik, 2007; Bağdat, 2013).

Yukarıda verilenlerden cebirsel düşünmenin aşağıdaki üç temel beceriden oluştuğu söylenebilir. Bu beceriler:

1. Genelleştirmeleri Formüle Etme,
2. Semboller ve Cebirsel İlişkiler kullanma,
3. Çoklu temsil kullanma.

Bu çalışmada cebirsel düşünme bu becerilerle sınırlı tutulmuştur. Şimdi bu becerileri inceleyelim:

1.3.2 Cebirsel Düşünme Becerileri

Bu madde altında, cebirsel düşünmenin temel becerileri açıklanacaktır:

1.3.2.1 Genellemelerin formülleştirilmesi

Genelleme becerisinin formüle edilmesi üç başlık altında incelenecektir: Genellemeler, örüntüler, örüntüler ve cebirin genelleştirilmesi.

Genellemeler

Genelleme hayatımızdaki önemli bir beceridir ve matematik öğrenmede temel bir beceridir dahası matematikte birçok uygulamaları vardır ve birçok biçimde ortaya çıkmaktadır. Birçok araştırmacı genellemeyi, bireyin argümanını veya mevcut planlayıcısını, söz konusu durumun ötesine genişletme süreci olarak görmektedir. Harel ve Tall (1991) genellemenin, daha geniş bir bağlamda bir argüman uygulamak anlamına geldiğini açıklamıştır. Kaput (1999), genellemenin, düşünülen durum veya olayların ötesine genişletilmesini içerdiğini düşünmektedir. Onların bakış açısı, Mason (1996)'un özel durumlar aracılığıyla genel bir duruma ulaşma düşüncesine uymaktadır. Radford ve Peirce (2006)'a göre, genelleme özel bir şeyden genel bir şey fark etme yeteneğidir. Ek olarak, Harel ve Tall (1991), genellemelerin bilişsel faaliyetlere dayanan üç tipten oluştuğunu ifade etmektedir. 1) Genişleme: şema yeniden yapılandırılmadan mevcut bir planın uygulanabilirlik aralığının genişletilmesine dayanır. 2) Yeniden Yapılandırma: Uygulanabilirlik aralığını

genişletmek için mevcut şemanın yeniden yapılandırıldığı. 3) Ayrık: yeni bir bağlama geçerken yapılan yeni bir şema.

Ayrıca, Mason (1996) genelleştirmeyi matematiğin kalbi, matematiksel faaliyetlerin merkezi ve matematiksel bilginin gelişiminin temeli olarak tanımlamıştır (Polya, 1957). Genelleme, bir dizi matematiksel veri hakkında genel bir gerçeği ifade eden bir ifadedir (Blanton, 2008). Dörfler (1991)'e göre genelleme, bir nesne, bir düşünme ve iletişim aracıdır. Çalışmaların çoğu, öğrencilerin düşünmesinin geliştirilmesinde genelleştirmenin önemini doğrulamıştır (Blanton, 2008; Matematik için Ortak Temel Eyalet Standartları (CCSSM), 2010; Mason, Johnston-Wilder ve Graham, 2005; NCTM, 2000; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Genelleme eğitimin önemli bir yönüdür ve küçük çocukların yaşadıkları dünyayı keşfetmeye başladıkları çok küçük yaşlardan itibaren gerçekleşebilir (Mason, 2008). Cebirsel düşünmeyi geliştirmek için önemli olduğu söylenebilir. Cebirsel düşünme, genelleme amacına hizmet eden bir süreçtir (Kaput, 2008). Örüntüler genellemenin oluşumunda temel bir adımdır (Hangreaves, Shorrocks ve Threlfall, 1999). Bu nedenle, örüntüler genelleme için ilk adım olarak görülür.

Örüntüler

Örüntüler matematiğin kalbi ve ruhudur (Zazkis ve Liljedahl, 2002). Matematik, örüntü bilimi olarak görülür (Steen, 1988). Örüntüler matematik eğitiminde önemli matematiksel kavramlardan biri olarak kabul edilir ve öğrenciler için matematiksel gelişimin temel bir unsuru olarak kabul edilir (Waters, 2004) ve öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olur (Reys, Suydam, Lindquist Smith, 1998). Öğrencilerin bu beceriler ve matematiksel bilgi birikimi, sayma, karşılaştırma, sınıflandırma, ölçme, temsil etme, tahmin etme ve sembolize etme yoluyla meydana gelir ve örüntüler bu matematiksel etkinlikleri oluşturmak için bir temel oluşturur (Fox, 2005).

McGarvey (2012) örüntüyü görsel veya sembolik olgular üzerinde yapısal düzenlilikleri algılama veya empoze etme eylemi olarak tanımlamıştır. Olkun ve Toluk-Uçar (2004), örüntüleri tekrarlanan veya sıralanan nesnelerden veya şekillerden oluşan bir sistem olarak tanımlarken, Threlfall (1999) yinelenen örüntülere odaklanır

ve yinelenen örüntülerin yinelenen döngülü örüntüler olduğunu ifade eder ve 'tekrar birimi' olarak adlandırır. Örneğin, ABCABCABC, 3 özniteliği olan bir yinelenen model ve uzunluğu 3 olan bir yinelenen döngü veya tekrar birimidir; ABCabABCabABCab, 3 özniteliği ve 5 uzunluğunda bir döngü ile daha karmaşık bir yinelenen kalıptır. Souviney (1994), kalıpların geometrik niteliklere (şekiller, alanlar ve açılar gibi), ölçüm niteliklerine (uzunluk, ağırlık, hacim gibi), ilişkisel niteliklere (oran, sekans, fonksiyonlar gibi) ve duygusal özniteliklere (değerler, beğeniler, beğeniler, aşinalık gibi) dayanabileceğini belirtir. Fox (2005), örüntülerin sayılar, geometri, ölçüm ve veri gibi matematiksel içerik alanlarıyla yakından bağlantılı olduğunu ifade eder. Ek olarak, Smith (1997), örüntülerin sayısal (sayı içeren) veya sayısal olmayan (şekil, ses veya diğer nitelikler içeren) şeklinde olabileceğini görür. Bishop (2000), bir sayı örüntüsünü her bir sayıyı önceki sayılardan veya sıradaki konumundan hesaplamak için tanımlanmış bir kuralın bulunduğu bir sayı dizisi olarak tanımlar. Geometrik sayılar örüntüsüne gelince, sayılar her bir rakamın bir önceki şekilden belirli bir yöntemle türetildiği bir geometrik şekiller dizisiyle bağlantılıdır. Lin vd. (2004) ise geometrik örüntüleri doğrusal ve ikinci dereceden örüntüler olarak sınıflandırırlar. Yukarıdan görülebileceği gibi örüntüler, genellikle sayısal, uzamsal veya mantıksal ilişkileri içeren öngörülebilir herhangi bir düzenlilik olarak tanımlanabilir (Mulligan ve Mitchelmore, 2009).

Örüntüler ve cebirin genelleştirilmesi

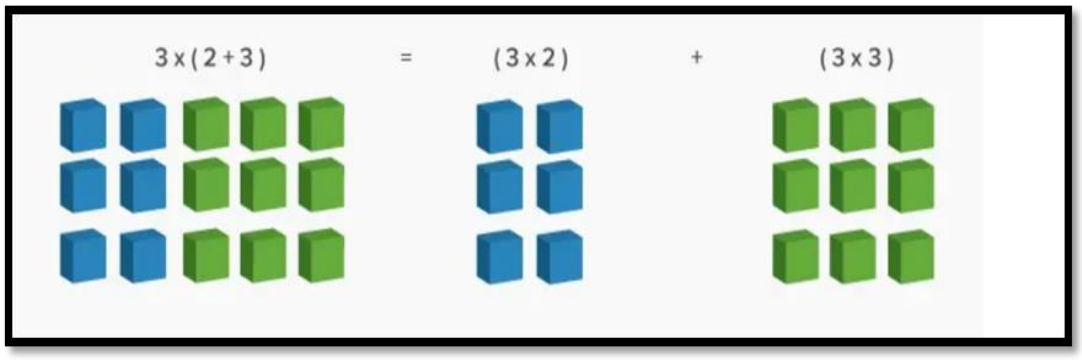
Genelleme cebirin yapı taşlarından biridir (Tanışlı ve Özdaş, 2009). Genelleme cebirin kalbi olarak kabul edilir ve modellerin araştırılması, genelleme için ilk adımdır (Jones, 1993; Hargreaves, Shorrocks-Taylor ve Threlfall, 1998). Cebir ve tüm matematik, örüntülerin genelleştirilmesi etrafında döner (Lee, 1996). Birkaç araştırmacı farklı genelleme türlerini tanımlamaktadır. Radford (2008), aritmetik ve cebirsel örüntü genellemeleri arasında ayrım yapar ve cebirsel genellemenin, cebirsel doğayı uyandıramayan aritmetik türünden daha gelişmiş olarak kabul edildiğini söyler. Aritmetik genelleme, sayılarla bağlantılı işlemler ve özellikler hakkında düşünmektir (Carpenter, Franke ve Levi, 2003). Aritmetik genelleme, aritmetikte bulunan örüntüleri tanımlayarak, aritmetiğin altında yatan matematiksel yapı hakkında

düşünmek, belirli sayılardaki hesaplamaların ötesine geçmektir. Öğrenciler cebirsel muhakeme yöntemini genelleştirilmiş aritmetik ile çeşitli şekillerde geliştirebilirler;

- Özellikleri ve ilişkileri keşfetme.
- Eşitliği nicelikler arasında bir ilişki olarak keşfetme.
- Değişken olarak harfleri içeren simgeleri kullanma.

Radford (2006) cebirsel genellemelerin üç tipte sınıflandırıldığını ifade etmektedir; olgusal, bağlamsal ve sembolik. Olgusal bir genelleme, genelliğin yalnızca sayılarla çalışan bir şema oluşturulması ve genelliğin ifadesinin sayısal bir düzeye sınırlanmasıyla bulunması durumunda ortaya çıkar; Bağlamsal bir genellemede, genellik, genel nesnelerin dilsel ve sembolik olmayan terimler kullanan bir tanımlamayla ve isimlendirilmesiyle kurulur. Sembolik bir genelleme, genelliği ifade etmek için alfa numerik sembolleri kullanan bir genellemedir.

Örneğin okuldaki toplamayı öğrenme konusunda; çocuklar 4 + 5 ve 5 + 4'ün toplamda aynı olduğunu fark ettiklerinde ve 6 + 9 ve 9 + 6'nın da aynısını yaptığında matematiksel bir genelleme yaparlar, çünkü gördüklerini birkaç örnekte açıklayabilirler. Genelleme, kanun ve teorilerinin genelleştirme olarak kabul edilebileceği cebir ve geometri öğreniminde ortaya çıkabilir (Mason, 1996). Cebir örnekleri, toplama için değişme kanunudur. 4 + 5 = 5 + 4, 6 + 9 = 9 + 6 ve 7 + 3 = 3 + 7 sayısal kimlikleri a + b = b + a'ya genelleştirilebilir. Cebirdeki bir başka örnek 3. (2 + 3) = (3.2) + (3.3) olup, x. (y + z) = (x. y) + (x. z)'e genelleştirilebilir. Şekil 1.4'de gösterildiği gibi genellemelere ulaşmak için modeller kullanılabilir.



Şekil 1.4 Modelleme örnekleri

Geometriye gelince, öğrencilere örneğin farklı şekillerdeki üçgenler verildiğinde ve öğrencilerin bu üçgenlerin iç açılarının toplamını kontrol etmeleri gerekir, öğrenciler bu üçgenlerin iç açılarının toplamının her zaman 180° olduğunu fark ederler. Bu onları bir üçgenin iç açılarının toplamının 180° olduğu genellemesine götürür.

Bazı araştırmalar öğrencilerin genelleme yaparken matematiksel düşünmeyi formüle etmede ve yazmada (Kaput ve Blanton, 2000), cebirsel işaretler kullanarak basit ilişkileri ifade etmede (Bishop, 1997), aritmetiği genellemekte (Haldar, 2014) ve örüntüleri genellemede (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Çayır ve Akyüz, 2015; Lee ve Lee, 2015; Özdemir vd., 2015) zorlandıklarını tespit etmiştir.

Lee (1996), çalışmasında genelleme faaliyetlerinin üç tür kavramsal engele yol açtığını bulmuştur.. İlk olarak, algısal düzeyde, gerçek modeli görmekle ilgili engeller vardır; ikincisi, sözel ifade düzeyinde, örüntüyü ifade etmeyi içeren engeller vardır; üçüncüsü, sembolle gösterim seviyesinde, genel bir ifadede "n" değişkeni kullanmak gibi engeller vardır. Buna ek olarak, 1996'da Lee öğrenciler için problemin bir örüntüyü görmekte değil, cebirsel olarak faydalı bir örüntünün algılamasında olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin bir örüntüyü belirli bir şekilde algıladıklarında, ilk algılarını bırakmaları zordur. Bu nedenle, öğrencilerin cebirsel sembolleştirmeye yönlendirecek örüntüleri öğrenmelerine yardımcı olmak için örüntülere dair açık bir görünüm geliştirilmelidir (Lee, 1996; English ve Warren, 1998). Birçok çalışma, öğrencilerin düşünme süreçlerini geliştirmede genellemenin önemini doğrulamıştır (Blanton, 2008; Matematik için Ortak Temel Eyalet Standartları (CCSSM), 2010; Mason, Johnston-Wilder ve Graham, 2005; NCTM, 2000; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). 2000 yılında, NCTM okul matematiğinin ilke ve standartlarını yayınlamıştır ve öğrencilerin örüntüleri öğrenme ve kullanmalarının matematiksel anlayışları ve özellikle cebirsel düşünmeleri için gerekli olduğunu söylemiştir.

1.3.2.2 Sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler

Semboller, günlük hayatta soyut olan şeyleri somutlaştırmak için kullanılır. Bir şekilde eksik veya eksik olan bir şeyi istediğimizde sembolize ediyoruz ve sonra yerine vekil olarak sembolle çalışıyoruz (Pimm, 2002). Semboller fikirlerimizin kontrolünü

sağlamak için kullanılır ve şeyler yerine semboller kullanmak onlara üzerinde çalışma fırsatı verir (Skemp, 1987). Cebirde değişmez semboller değişkenler, bilinmeyenler, sabitler veya parametreler olarak kullanılırken, geometride diyagramlar gibi görsel semboller kullanılır. Sembollerin farklı kullanımlarından bazıları Tablo 1.3.'de verilmiştir.

Tablo 1.3. Sembollerin bazı farklı kullanımları (Driscoll, 1999)

Semboller	**Örnek**
Bilinmeyen	2x + 3 = 5, x bilinmeyen
Parametre	y = ax^2 + b x + c, a, b, c parametre
Genelleme	a.b = b.a, a, b genellenen sayı
Değişken	y = 2x + 3, x ve y değişken
Sabit ifade (sayı)	π, e

a, b, x, y, … sembolleri temsil ettiği gibi =, +, π, e, ... de sembolleri temsil eder. Semboller, problem çözmede kolay bir yöntemdir ve matematiksel problemler üzerinde çalışmak için bir fırsat vermektedir (Tall vd., 2001). Ancak, birçok araştırmacı öğrencilerin sembolleri kullanma ve yorumlamada zorluk yaşadıklarını bildirmiştir (Arzarello, Bazzini ve Chiappini, 1993; Dominguez (2002); Kieran, 1992; Kinzel, 2000; Luo, 2004; MacGregor ve Stacey, 1997; Philipp, 1999; Rosnick, 1999; Schoenfeld ve Arcavi, 1988; Sfard ve Linchevski, 1994; Stacey ve MacGregor, 1997; Tall ve Thomas, 1991). Bu zorluklar cebirsel ifadelerde, cebirsel işlemlerde ve problem çözme işlemlerinde hatalara neden olmuştur (Küchemann, 1978; Sfard ve Linchevski, 1994; Stacey ve MacGregor, 2000). Bu zorlukların kaynaklarından biri, sembollerin matematikte farklı rollere sahip olmasıdır (Driscoll, 1999; Philipp, 1992; Schoenfeld ve Arcavi, 1988). Bilinmeyenler (örneğin, 3x-1 = 25'deki x), genelleştirilmiş ifade (örneğin, (x. y) .z = x. (y. z), deki x,y,z), değişen nicelikler (örneğin, y = cos (x)'deki x,y) ve bir sabit (örneğin, e, π) olarak kullanılırlar (Philipp, 1999; Usiskin, 1999).

Öğrenciler sembolleri öğrendiğinde, genellemeleri ifade etme, ilişkiler kurma, matematiksel durumları formüle etme açısından önemli bir adım atarlar (Driscoll, 1999). Bu nedenle, öğrencilerin sembol kullanımı konusundaki becerileri gerekli görülmektedir. Ayrıca sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler, cebirsel düşünme için temel becerilerden biridir (Arzarello vd., 1993). Bu çalışmada, semboller ve cebirsel ilişkileri kullanma yeteneği üç ana başlık altında incelenecektir: değişkenlerin, bilinmeyenin, cebirsel ifadeler ve ilişkilerin kullanımıdır.

Değişkenler

Değişkenler matematikte önemlidir ve gerçek matematik değişkenli işlemlerle başlar (Klein, 1924). Değişkenlerin keşfi matematik tarihinde önemli bir olaydır (Tarski ve Tarksi, 1994). Philipp (1992), bu kavramın keşfinin matematik tarihinde bir dönüm noktası olduğunu vurgulamaktadır. Percy Nunn, 1919'da değişkenlerin keşfedilmesinin insanlık tarihindeki en önemli olay olduğunu ve kullanımlarının hâkimiyetinin insanlık tarihinin en önemli başarılarından biri olarak kalacağını ifade etmektedir.

Literatür çalışmalarına bakıldığında değişken kavramı ile ilgili farklı tanımlar gözlenmiştir (Schoenfeld ve Arcavi, 1988; Dede, 2005). Skemp (1986) bir değişkeni, verilen bir kümenin tanımlanmamış bir elemanı olarak tanımlamaktadır. Schoenfeld ve Arcavi (1988)'ye göre değişken kavramı, aritmetikten cebire geçişi sağlamak ve ileri matematiksel kavramları anlamak için temel oluşturur. Küchemann (1978), değişkenleri farklı miktarları temsil eden harfler için kullanmış, harfin belirsiz değerler üzerindeki bir aralığı temsil ettiğini ve bu değerlerin iki grubu arasında bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Örneğin: Hangisi daha büyük n + n veya n + 8. Bu örneği yanıtlamak için, bu harf için birkaç değer göz önünde bulundurulmalıdır. Ayrıca, 1981'de Küchemann, değişkenlerin altı yorumunu dikkate alarak bir çerçeve geliştirmiştir:

1. Değerlendirilen harf (harf belirli bir sayıdır, örneğin x + 3 = 5),
2. Görmezden gelinen harf (harfin anlamı yoktur, örneğin x + y = 43),
3. Nesne olarak harf,

4. Bilinmeyen bir harf (Harf, henüz bilinmeyen bir sayıdır, örneğin x + 5'e 4 ekler),
5. Genelleştirilmiş sayı olarak harf (harf birkaç sayısal değeri gösterebilir),
6. Değişken olarak harf (harf, bilinmeyen sayısal değerleri temsil edebilir).

Araştırmacıların bir kısmı, değişken kavramının, ilköğretim ile başlayan ve lise boyunca devam eden matematik öğretiminin en temel kavramlarından biri olduğunu belirtmiştir (Sasman vd., 1997). Değişken kavramı cebir öğretiminde önem taşır, cebirsel yapı ve ilişkilerde sembol kullanımı ile önem taşır ve bu kavramın anlaşılması, aritmetikten cebir geçişine temel oluşturur. Öğrencilerin aritmetik işlemlerini aşmasını ve ileri matematiğin tüm konularında anlamlı bir şekilde farklılaşmasını istiyorsak, ileri cebir kavramlarına başlamadan önce değişken kavramını anlamaları gerekir (Macgregor ve Stacey, 1997; Schonfeld ve Arcavi, 1988; Dominguez, 2002).

Bilinmeyen

Sembollerin matematikte kullanılması öğrencilerin cebir öğrenirken akıllarının karışmasına neden olabilir. Aritmetik, farklı bir şeyi temsil etmek için semboller kullanır. Örneğin semboller bir ölçü biriminin (15m) kısaltması olabilir. Bununla birlikte, cebir de bilinmeyenleri temsil etmek için semboller kullanır ve bilinmeyen, sabit bir değeri olan, ancak henüz bilinmeyen bir şeydir. Bilinmeyen, belirli sayıları temsil eden değişkendir (Schoenfeld ve Arcavi, 1988). Bu kavram cebirsel yapılar ve ilişkilerde çok önem kazanmıştır. Örneğin; 2 x + 3 = 5 ifadesinde x bilinmeyendir.

Cebirsel ifadelerin ve ilişkilerin kullanımı

Cebirsel ifade matematiksel bir cümledir, eşittir işaretine (=) sahip değildir ve bu onları 3x + 4 = 0 gibi cebirsel denklemlerden farklı kılar. Öğrencilerin ifadeleri okuyabilmesi ve yazabilmesi, hesaplamalar yapabilmesi ve cebirsel ifadeler üzerinde çalışabilmesi ve ilişkileri ve yapıları tanımlayabilmesi gerekir (Erling, Ashmore ve Kapur, 2016). Ancak birçok öğrenci için, cebirsel ifadeleri tanıma sorunu sadece algoritmaları ezberlemektir. Böylece, cebirsel ifadeler hakkında öğrenmenin amacını ve gerçek hayatla nasıl ilişki kurduğunu göremezler (Erling, Ashmore ve Kapur, 2016). Kinzel (2000, 2001) Cebirsel ifadelerin ve ilişkilerin yapısını ve anlamını anlamak, doğru bir

şekilde kullanmak ve yorumlamak için öğrencilerin sahip olması gereken temel becerileri şu şekilde özetler:

1. Cebirsel sembol ve ifadeleri kullanabilme,
2. Farklı problem durumları için uygun cebirsel ifadeler oluşturabilme,
3. Cebirsel ilişkileri analiz etmek için sembolleri okuma,

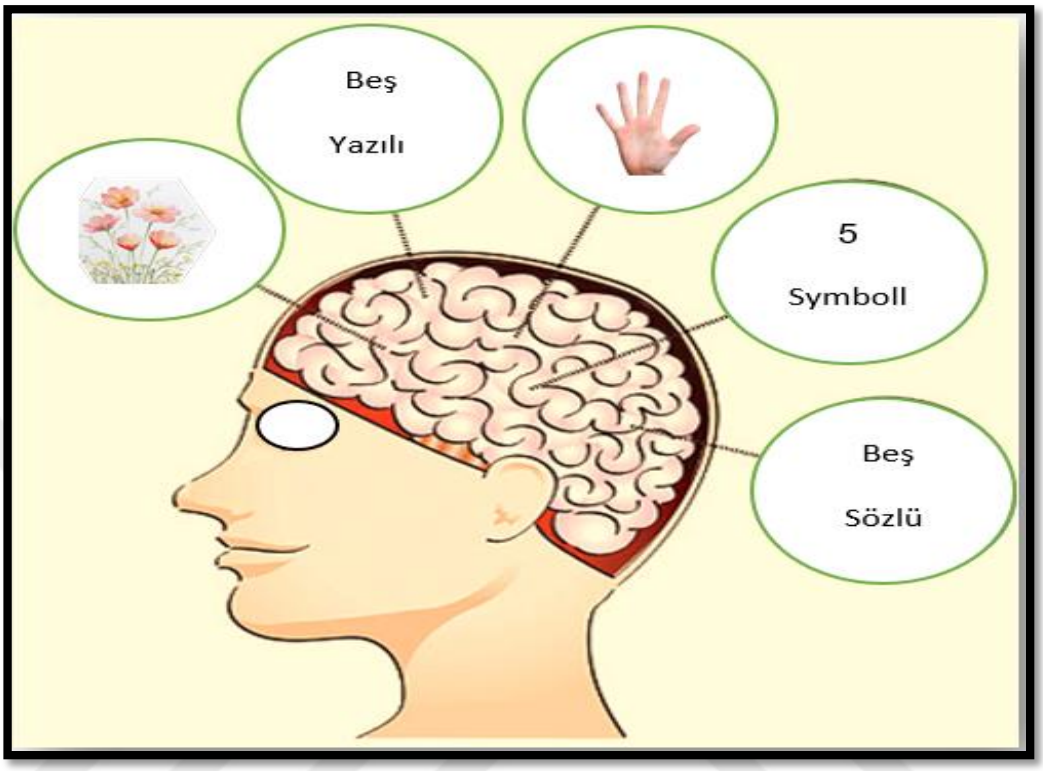
Cebirsel ifadelerin nicel ilişkileri göstermek için kullanılabileceğini bilme.

1.3.2.3 Çoklu temsillerin kullanımı

Matematik, doğası gereği soyut kavramlardan oluşur ve bu da öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarını olumsuz yönde etkiler. Temsiller, matematiğin soyut kavramlarını görünür veriye dönüştürerek, öğrencilerin zihinlerinde bilgiyi anlamalarına katkıda bulunur. Alagic (2003), temsillerin, günlük yaşamdaki matematiksel kavramlar ve olaylar arasındaki bağlantıları kurmayı kolaylaştırdığını ifade etmektedir. Ek olarak, gerçek hayatta somut şeyleri soyut kavramlar ya da sembollerle modellemeye çalışır (Hwang vd., 2007). Kaput (1992) temsilleri, günlük yaşamdaki soyut kavramlar veya sembolleri görselleştirme ve düzenleme süreci olarak görürken, Goldin ve Kaput (1996) temsilin başka bir durumda bir şey sunmanın bir yolu olduğunu belirtmektedir. Janvier (1987), temsilin üç bileşenin bir karışımı olarak değerlendirilebileceğini söylüyor: yazılı semboller, gerçek nesneler ve zihinsel imgeler.

Pape ve Tchoskanov (2001)'a göre insanların gerçek yaşamı temsil ettiği iki temsil kategorisi vardır; 1) İç temsiller, bilişsel bir şema ve insan kafasında zihinsel bir yapıdır (Zhang, 2000). Bir insanın şema ve bilişsel yapıları, iç temsillere örnektir (Janvier, Girardon ve Morand, 1993; Pape ve Tchoshanov, 2001). 2) Dış temsiller semboller, grafikler vb. ile gösterilen bilgi ve yapıdır. Sherin (2000)'e göre öğrenciler temsillerle çalışırken, soyut matematiksel fikirleri gerçek nesnelerle ilişkilendirmeye çalışırlar. Zhang (1997)'a gelince, iç ve dış temsiller arasındaki ilişkiyi şu şekilde tarif eder. Öğrenciler bir taslak çizerken veya saptanmış bir problem görüşü için bir formül yazdığında, iç temsillerini dış temsiller olarak temsil etmişlerdir. Bu, öğrencilerin iç temsillerinden dış temsiller oluşturduğu anlamına gelir. Şekil 1.5, öğrencilerin bu tür

karşılaştırmalar yapabilmelerini kolaylaştıran iç ve dış temsiller arasındaki etkileşimi göstermektedir.



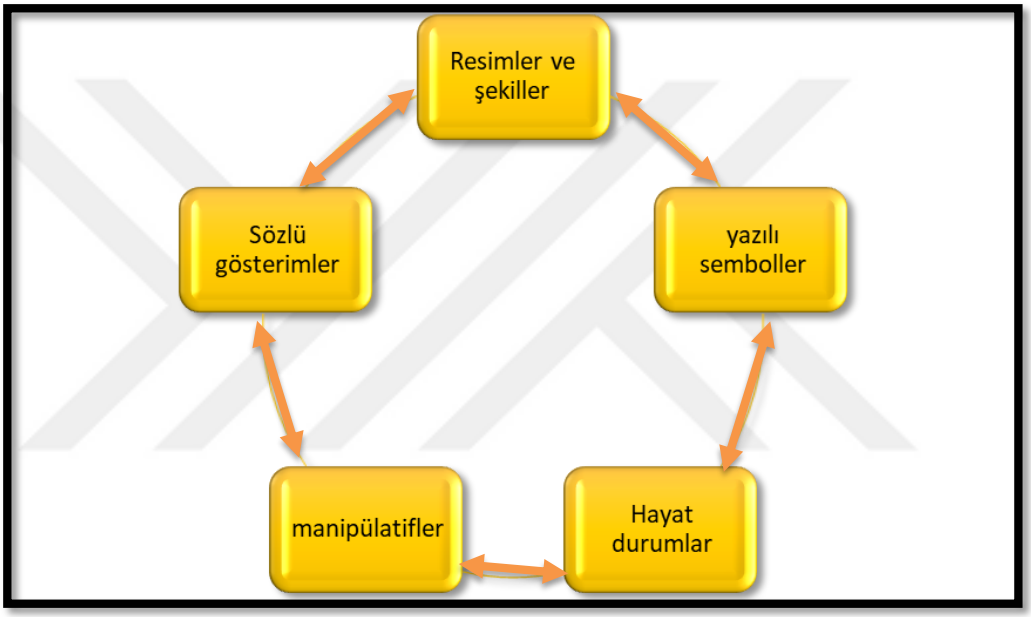
Şekil 1.5 Öğrencilerin aritmetik kavramını anlamalarında iç ve dış temsiller arasındaki ilişki

Genel olarak, insanlar temsil terimini kullandıklarında, dış temsili kullandıkları anlamına gelir. Bu çalışmada, temsil dış temsil olarak kullanılacaktır.

Çoklu temsiller, belirli bir kavramı çeşitli şekillerde ifade etmek için kullanılan dış temsillerdir (Özgün-Koca, 1998). Temsillerle ilgili literatür incelendiğinde Lesh, Post ve Behr (1987)'in çalışmaları, temsillerde önemli eserlerden biridir. Matematiksel temsillerin yapılandırıldığı bir model inşa etmişlerdir. Bu model beş unsurdan oluşmaktadır (Şekil 1.6).

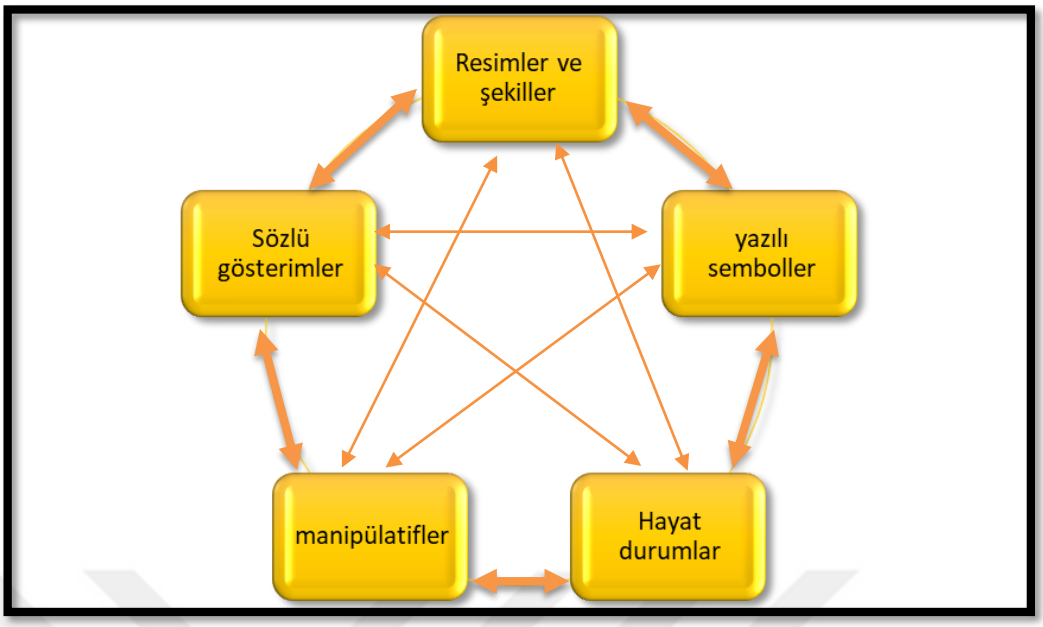
1. Matematik kavramlarını ifade etmek için sayı veya sembol yazmak gibi yazılı sembollerle yapılan temsiller.

2. Matematik kavramlarını, kelimeleri daha fazla yeniden ifade etmeyi ve kavramları yaşam durumu ile ilişkilendirmeyi sıklıkla sağlayan kelimelerle ifade etmeyi gösteren sözlü temsiller.
3. Temsilleri gerçek yaşam bağlamında yorumlamaya dayanan ve yaşam koşullarını matematik kavramına uygun olarak kullanan yaşam durumları.
4. Manipülatifler, öğrencilerin modeller gibi ellerinde tutabilecekleri herhangi bir araçtır.
5. Resimler ve şekiller ile gösterim; resimler, çizimler ve tablolar içerir.



Şekil 1.6 Matematik temsilleri için Lesh, Post ve Behr modeli (1987)

Ayrıca Lesh, Cramer, Doerr, Post ve Zawojewski (2003), Lesh ve diğer araştırmacılarının önceki modelini geliştirmişler ve burada beş unsur arasında bir ağ oluşturmuşlardır (Şekil 1.7). Ağ, öğrencilerin gelişim düzeylerine ve anlayışlarına göre beş unsur arasında geçiş yapmanın daha verimli olduğunu göstermiştir.



Şekil 1.7 Matematik temsilleri Lesh vd. (2003) için

Tablolar, grafikler ve denklemler gibi temsili teknikleri kullanmak, öğrencilerin aritmetik ve cebir arasında bağlantı kurmalarına yardımcı olur (Dufour Janvier vd., 1987). Ek olarak temsil teknikleri, öğrencilerin matematiği anlamalarını desteklemeye yardımcı olmaktadır (Salkind, 2007). Ainsworth (1999), çoklu temsillerin üç noktadaki faydalarına işaret etmektedir; 1) Çoklu temsiller öğrencilerin farklı fikir ve süreçlerini destekler, 2) Çoklu temsiller yorumlamayı sınırlandırır ve 3) Çoklu temsiller öğrencilerin derinlemesine bir anlayışa sahip olmasını sağlar. Ayrıca NCTM (2000), öğretim sürecinde temsil tekniklerinin önemini; özellikle grafiklerin, diyagramların, sözlü anlatımın ve tabloların kullanımının, öğrenciler için derinlemesine bir anlayış oluşturmak için faydalı araçlar olduğunu doğrulamıştır ve çoklu temsil ile öğrenen öğrenciler bir takım matematik testlerini, birkaç temsille öğrenenlerden daha iyi tamamlamışlardır (Kohl's vd., 2008). Hwang, Chen, Dung ve Yang (2007), öğrencilerin çoklu temsilleri kullanma becerilerini geliştirmelerinin matematik problemlerini çözmedeki başarısının anahtarı olduğunu belirtmiştir.

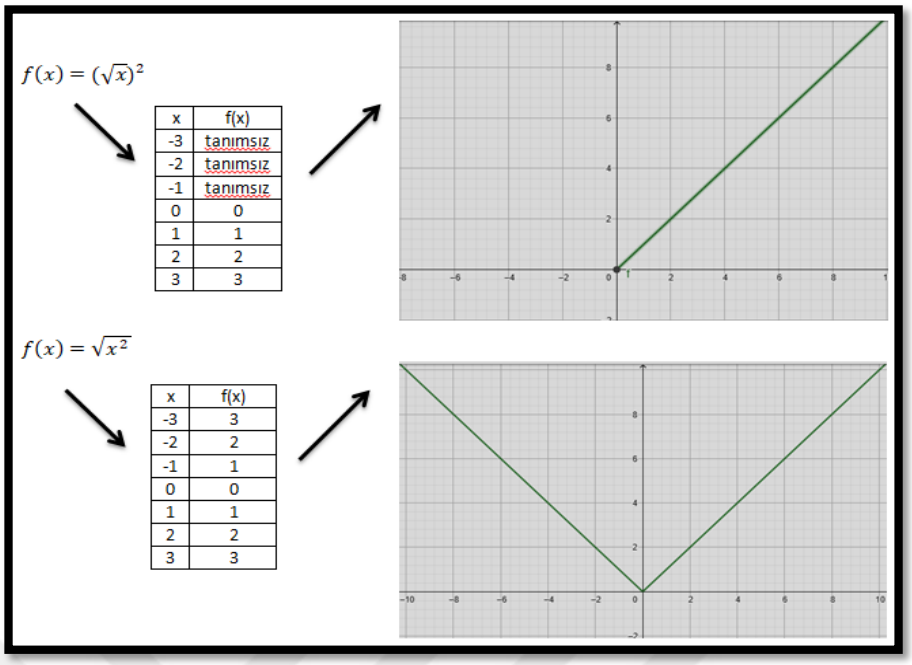
Bu nedenle, Pape ve Tchoshanov (2001), matematik öğretiminde öğretmen yöntemlerinin matematik problemlerini çözmede öğrencinin başarısında rolü olduğunu ve bunun aşağıdakiler yoluyla sağlandığını ifade etmektedir:

1. Öğrencilere matematiksel fikirleri çeşitli etkinliklerle çevirmeleri için birçok fırsat verilmesi.
2. Temsili düşünme ve yorumlama aracı olarak kullanmak.
3. Öğrencilerin farklı çoklu temsil biçimleri ve matematiksel bilgi arasındaki ilişkileri anlamalarını sağlamak.

Nakahara (2008), temsilleri öğretmede kullanılabilecek bir dizi önemli kuralı belirtir:

1. Temsil yöntemleri, (10 + 11) veya 10'a 11 ekle gibi bir kavramı temsil etmek için izlenecek somut değişikliklerdir.
2. Temsil modu: sembol ve sayılarla temsil gibi somut temsil yöntemleri kümesidir.
3. Temsilci sistemler: Farklı temsiller arasındaki ilişkiyi düzenler.

Örneğin, $\sqrt{x^2}$ ve $(\sqrt{x})^2$ işlevlerinin sembolik gösterimi gibi çoklu temsilleri göstermek için bir örnek verelim. Birçok öğrencinin iki işlev arasındaki farkı algılaması zordur. Bununla birlikte, çoklu temsil kullanılıyorsa, öğrencilere iki işlev arasındaki farkları bilme fırsatı verecektir. Grafik ve tablo gösterimleri, anlayış oluşturmak ve farkı bilmek için yararlı araçlardır (Şekil 1.8).



Şekil 1.8 Çoklu temsil örneği

Temsiller kullanıldığında cebirsel düşünme başlar (Day ve Jones, 1997) ve temsiller arasında dönüşüm yapabilme becerisi, cebirsel düşünmenin önemli bir parçasıdır (NCTM, 2000; MEB, 2009). Anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilmesi, bilginin çeşitli temsil biçimlerine dönüşebileceği gerçeğiyle yakından ilgilidir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2012). Bu nedenle cebirsel düşünme, çoklu gösterimlerle verilen matematiksel bilginin temsilidir ve elde edilen bulguların yorumlanmasıdır (Herbert ve Brown, 1997; Greenes ve Findells, 1998).

1.4 Libya ve Türkiye'de Ortaöğretim Matematik Öğretim Programı

Bugün dünya bilgi ve teknolojide birçok gelişmeye tanık oluyor ve bu gelişme yaşamın her alanındadır. Çünkü eğitim süreci gelişmeleri takip eden ve onu çevreleyen zorluklarla karşı karşıya kalan eğitimli bir toplum oluşturma yolundaki başlangıç noktasını temsil eden gelişimin ana nedenlerinden biridir. Matematik, diğer bilimlerin hizmetine olan olağanüstü katkılarından dolayı, çeşitli bilgi alanları arasında yüksek bir konuma sahiptir. Matematik, çeşitli düşüncelerin gelişmesi için bir alandır. Bu, mevcut dönemin farklı uygulamalarıyla olan yakın ilişkisinin yanı sıra, dünyanın pek çok ülkesini matematik öğretim programını yeniden değerlendirmeyi ve konularının

içeriğine odaklanmayı ve ek olarak öğrenciyi eğitim sürecindeki ana eksen haline getirmeye odaklanmasını sağlamıştır.

1.4.1 Libya'daki Ortaöğretim Matematik Programlarına Genel Bakış

Son birkaç yılda neredeyse dokuz yıl boyunca, Libya devleti bir siyasi değişim dönemine girmiştir. Ülke güvenlik, demokratik değişiklikler ve diğer her şeyde dengesizlik gibi sorunlardan muzdarip olduğundan, ülkede eğitim sistemi geliştirmek için yeterince zaman yoktur. Bu, eğitim sistemine, özellikle içeriğine, yapısına ve öğretim yöntemlerine dikkat edilmesinde sorunlara yol açmış ve eğitim sistemindeki önemli faktörlerden biri olan bilgi kalitesini artırmak için hiçbir çaba gösterilmemiştir (Chami, Al-Darwish, Cevik, Charap, George, Gracia ve Pattanayak, 2012). Libya'da matematik dersi öğretim programı incelendiğinde:

1. Öğretim programının içeriğinde basit değişiklikler vardır, ancak konuların, örneklerin ve alıştırmaların çoğu aynı kalmaktadır.
2. Bazı bölümlerdeki küçük değişikliklere rağmen kitabın yapısı aynıdır.
3. Matematik derslerinin öğretim yöntemleri, eğitim sisteminin kendisi nedeniyle henüz gelişmemiştir ve geliştirilmemiştir.

Bununla beraber, ortaöğretim matematik süreci, matematik öğretme ve öğrenmede düşünme becerilerinin dahil edilmesine odaklanmaktadır. Her kitapta, matematik kavramları analiz edilir örneklerin kapsamlı kullanımı ve zorluk derecelendirme soruları ile kolay bir dilde sunulur. Süreç şunları içerir:

1. Konunun tartışılmasını teşvik etmek için her bölüme ilginç bir giriş.
2. Her bir bölümün başında, bu bölümde ele alınacak önemli noktaları tanımlayan genel bir bakış.
3. Anlamaya yardımcı olmak için sütunların içindeki açıklayıcı not örneklerinin yoğun kullanımı.
4. Öğrencilerin temel kavramları anlamalarına yardımcı olmak için her sınıftaki çeşitli alıştırmalar.
5. Düşünme becerilerinin açıklanması.

Her dönem sonunda yapılan inceleme makalesi ve birçok değerlendirme sınavları.

1.4.2 Türkiye'deki Ortaöğretim Matematik Programlarına Genel Bakış

Türkiye 1919'da, okul eğitim programları da dahil olmak üzere, eğitim sistemini yenilemiştir (Argün vd., 2010). Türk matematik eğitimi programının sürekli gelişmesi, hükümet tarafından yapılan birçok değişikliğe ve yeniden yapılanmaya tanık olmuştur. 2005 yılında, eğitim programlarında radikal reformlar yapılmış ve yapılandırmacı bir yaklaşım benimsenmiştir. 2013 yılında, matematik öğretim programı yeniden yapılandırılmıştır. Ayrıca, okulun matematik eğitimi programında sunulan bilgilerin gelişimine katkıda bulunan farklı sınıf ve seviyelerde birçok çalışma yapılmıştır.

Kılıç, Aslan-Tutak ve Ertaş (2014) tarafından yapılan araştırmada, bu değişikliğin uluslararası matematik değerlendirmeleri doğrultusunda, Türkiye'deki matematik öğretim programındaki reformlar sonrası özellikle de sekizinci sınıfı TIMSS 2011'in değerlendirmesiyle yorumlanması amaçlanmıştır. 2009 ve 2013 yıllarında yazılan ortaokul matematik öğretim programı, TIMSS 2011'in kapsamına uyumları bakımından analiz edildi. Bulgular, TIMSS içeriğinin çoğunun, başlangıçta eski öğretim programına göre yedinci sınıfta öğretildiğini ve yeni öğretim programında altıncı sınıfta öğretildiğini ortaya koydu. Bilişsel becerilere göre, 2013'teki matematik öğretim programı TIMSS sınavlarındaki dağılıma daha yakındı.

1.4.3 Libya ve Türkiye'deki Ortaöğretim Matematik Programlarında İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ortaöğretim matematik öğretim programının cebir öğrenme alanındaki temel konulardan biridir (Kotsopoulos 2007; Vaiyavutjamai, Ellerton ve Clements, 2005). İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri anlamak matematik ve diğer bilimlerdeki çalışmalar için esastır. Bununla birlikte, bazı araştırmalar çoğu ortaöğretim öğrencisinin, üniversite öğrencileri bile olsa, onları çözmek için kullandıkları ikinci dereceden denklemleri veya kuralları tam olarak anlamadıklarını tespit etmiştir. Bazen bazı öğrenciler bu denklemleri bir hesaplama süreci olarak anlarlar, denklemi çözmek için sadece sembollere

odaklanırlar ve ikinci dereceden denklemlerdeki temel kavramların farkında değillerdir (Didiş, Baş ve Erbaş, 2011; Lima, 2008; Makonye ve Nhlanhla, 2014; Sarwadi ve Shahrill; 2014; Vaiyavutjamai ve Clements, 2006). Öğrencilerin hatalarına odaklanmak ve öğrencilerin nasıl düşündüğünü belirlemek, öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl anladıklarını ve matematiksel olarak nasıl düşündüklerini bilmek için yardımcı olabilir. Bu nedenle, öğretmenler bu hataların olası nedenlerini anlayabilir ve öğrencilere yardımcı olmak için stratejiler geliştirebilirler. Çünkü ne tür hatalar yaptığını bilmek eksiklikleri gidermek için önemlidir (Sarwadi ve Shahrill, 2014).

İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, ortaöğretim düzeyinde ve matematik dersi öğretim programlarının onuncu sınıf derslerinde öğretilen özel bir konudur. Türkiye'deki üniversiteye giriş sınavlarına ve Türkiye'deki lisans eğitimine dahil konulardan biridir (Kutluca ve Baki, 2013). Ek olarak, ikinci dereceden denklemler konusu orta öğretim düzeyinde öğretilen konuların arasında yer alır ve Libya'daki onuncu sınıf matematik ders kitapları da bu konuyu içerir. Türkiye'de kullanılan ders kitabı, Türk Millî Eğitim Bakanlığı tarafından onaylanan kitaptır ve Türkiye'deki lise öğrencilerinin çoğuna ulaşma potansiyeline sahiptir. Benzer şekilde, Libya'da kullanılan ders kitabı, Libya eğitim bakanlığı tarafından onaylanan ders kitabıdır ve Libya'daki lise öğrencilerinin çoğuna ulaşma potansiyeline sahiptir (Tablo 1.4).

Tablo 1.4 Onuncu sınıf (Türkiye ve Libya öğretim programı)

	Ders Kitabı	**Kaynaklar**	**Basım Yılı**
Libya	Onuncu Sınıf Matematik ders kitabı	MOE10	2018-2019
Türkiye	Orta Öğretim Matematiği Onuncu Sınıf Ders Kitabı	MONE10	2018

Bu durumda, Türkiye Ortaöğretim Matematik Programı esas alınarak öğretim programındaki ikinci dereceden denklemler konusu Libya'daki emsaliyle karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma:

1. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna verilen derslerin süresi
2. Türkiye'deki ve Libya'daki matematik ders kitabında yer alan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun içeriği

esaslarına uyularak yapılmıştır.

1.4.3.1 İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusuna verilen derslerin süresi

Türkiye'de ve Libya'da ortaöğretim için matematik dersleri ve ayrılan saatler haftada 5 saattir. Bu konuda bazı ülkeler öğrencilerin ihtiyacına göre saatleri artırabilmekte veya azaltabilmektedir. Bu durum Türkiye ve Libya'da da okul düzeyindeki genel stratejidir. Tablo 1.5, onuncu sınıf Libya ve Türkçe ders kitaplarında ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlere tahsis edilen toplam ders saati sayısını ve göreceli ağırlığını göstermektedir. Buna ek olarak, tablo Libya matematik ders kitaplarında onuncu sınıf için toplam matematik derslerinin toplam saat sayısını 150, Türk matematik ders kitaplarında onuncu sınıf için toplam matematik derslerinin toplam saatini 216 ve Libya ve Türkiye Eğitim Bakanlığı tarafından onaylanan öğretim programında tanımlandığı şekilde haftada 5 derse ayrıldığını göstermektedir.

Tablo 1.5 Her iki ülkede de matematik ders kitaplarının toplamı içinde ikinci dereceden denklemlerin oranları

Ders Kitabı	İkinci Dereceden Denklemlerin Toplam Ders Saati	İkinci Dereceden Denklemlerin Ağırlık Yüzdesi	Toplam Ders Saati
Libya	10	%7	150
Türkiye	36	%17	216

Tablo 1.5'te gösterildiği gibi, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunda Türk matematik ders kitabı ve Libya matematik ders kitabı aynı düzen ve ağırlığa sahip değildir. Türkiye'deki matematik ders kitabında ikinci dereceden denklemleri onuncu sınıf öğrencilerine öğretmek için harcanan saat, toplamdaki 216 saatin % 17'sini oluşturmaktadır. Libya matematik ders kitabında, ikinci dereceden denklemleri onuncu sınıfta öğretmek için ayrılan saat toplamdaki 150 saatin % 7'sini oluşturmaktadır. Tablo 1.5'de, Türk matematik ders kitabının ikinci dereceden denklemlere daha çok zaman ayırdığı görülmektedir.

1.4.3.2 Libya'daki ve Türkiye'deki matematik ders kitabında ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun içeriği

İkinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklemin standart formu,

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1.2)$$

biçimindedir.

Burada a, b ve c sayılar ve a ≠ 0'dır. İfadeyi doğrulayan değer (ler) i bulmaya veya böyle bir değer olmadığı gösterilmeye çalışılmaktadır. Böylece, örneğin, x = 3 ve x = 2 değerleri, x^2 – 5x + 6 = 0 denklemini sağlar. Bu, yerine koyarak kolayca kontrol edilebilir. Bu değerler denklemin çözümleri olarak adlandırılır. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümü olmayabilir, bir çözümü veya yukarıdaki örnekte olduğu gibi iki çözümü olabilir. Bu tür ikinci dereceden denklemleri çözmenin üç temel yöntemi vardır:

- Çarpanlara ayırarak.
- Kareye tamamlayarak.
- İkinci dereceden formülle.

Her yöntem önemlidir ve öğrenilmesi gerekir.

İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusu, Libya ve Türk matematik öğretim programında belirtilen öğrenme çıktılarını kullanarak içerikleri açısından analiz edilmiştir. Tablo 1.6, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusunun içeriğinin öğrenme sonuçlarına göre karşılaştırılması bilgilerini içermektedir (T: Türkiye, L: Libya).

Tablo 1.6 İkinci dereceden denklemlerin öğrenme çıktılarına göre iç içeriğin karşılaştırılması

İkinci Dereceden Denklemlerin Öğrenme Çıktıları	Libya(L)	Türkiye(T)

1. İkinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklemi netleştirir.	√	√
2. Çarpanlara ayırarak, kare tamamlama yöntemini kullanarak ve ikinci dereceden formül kullanarak ikinci dereceden bir bilinmeyenli bir denklemin köklerini ve çözüm kümesini belirler.	√	√
3. İkinci dereceden bir denklemde kökler ve katsayılar arasındaki ilişkileri gösterir.	√	√
4. Kökleri verilen ikinci dereceden denklemi yazar.	√	√
5. Bilinmeyen ile ikinci dereceden bir denklem haline gelebilen iki bilinmeyenli ikinci dereceden denklem sistemlerinin çözüm kümesini belirler.	**X**	√
6. İkinci dereceden denklem grafiğini çizer.	√	√
7. İkinci dereceden denklemleri içeren sözlü problemleri çözer.	√	√
Öğrenme Çıktılarının Toplam Kapsamı	6	7

Tablo 1.6, ikinci dereceden denklemler için genel öğrenme çıktılarına dayanarak Libya ve Türkiye matematik ders programının içeriğinin bir karşılaştırmasını vermektedir. Tablo 1.6, öğrenme çıktılarının sayısında farklılık olduğunu göstermektedir. Yani, Türkiye ders kitabı, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler için Libya ders kitabı ile karşılaştırıldığında daha fazla sayıda öğrenme çıktısını içermektedir.

Öğrencilerin bir konuyu doğru anlayıp anlamadıklarını ölçmek zordur. Bu nedenle matematik eğitiminde ölçme yöntemlerinin kullanımına yönelik artış eğilimi vardır (İncikabı ve Sancar-Tokmak, 2012). Literatürde cebirsel düşünmeyi farklı yöntemlerle ölçen birçok çalışma vardır (Driscoll, 1999; Dindyal, 2003). SOLO Taksonomisi, kullanılan ve son zamanlarda önemi artan yöntemlerden biridir. SOLO Taksonomisi ile ilgili bilgiler aşağıda verilmiştir.

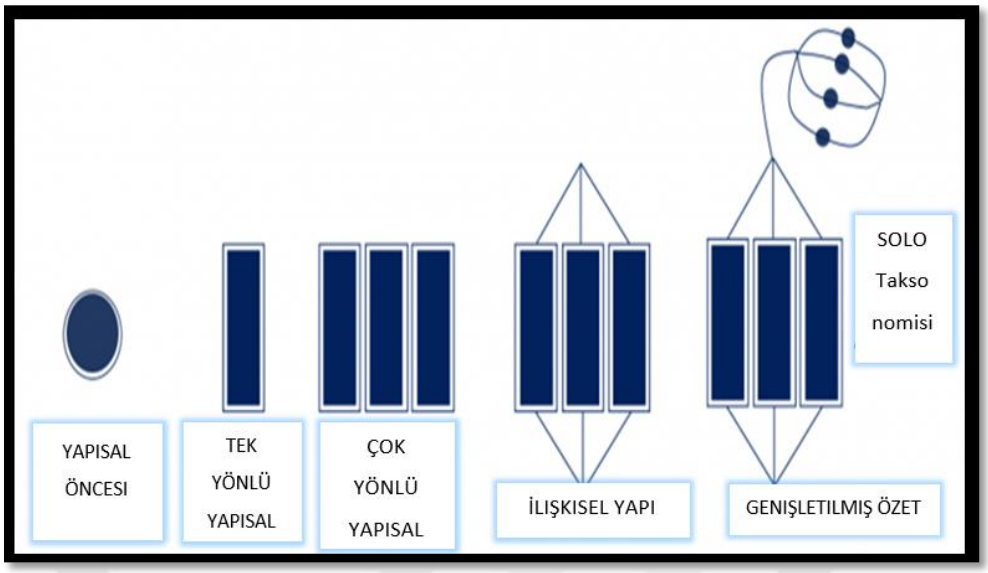
1.5 SOLO Taksonomisi

Matematik, tanımları, teoremleri ve mantığı ile sistematik ve düzenli bir teoridir (Nasibov ve Kaçar, 2005). Matematik hiyerarşik olarak düzenleyici bir bilimdir (Rahman ve Ahmar, 2016) ve matematikteki her kavram sürekli ve ardışıktır ve verilen problemin daha karmaşık olması, bu problemi çözmek için daha bağlantılı kavramlara ihtiyaç duymaktadır. Bir problemi çözmek için öğrenci, bu problemleri çözmek için kullanabileceği unsurları seçebilmeli ve tanımlayabilmelidir (Nor ve Idris, 2010). Öğrencilerin bilişselini ilgilendiren problemlerin çözme sürecinde öğrencinin problem çözme konusundaki tepkisi değişebilir.

SOLO modeli (SOLO taksonomisi) 1982 yılında bilişsel gelişim için genel bir model olarak Biggs ve Collis tarafından geliştirilmiştir. Biggs ve Collis (1982)'in bilişsel yanıtın her aşamasının basitten soyuta doğru arttığını açıkladığı nokta budur. Bu model, Gözlenen Öğrenme Çıktısının Yapısı (SOLO) olarak bilinir. SOLO taksonomisi ilk olarak Biggs ve Collis tarafından 1982'de New York, Amerika Birleşik Devletleri'nde tanıtıldı. SOLO taksonomisi, öğrencilerin performanslarını değerlendirmek (Biggs, 1979), öğrenme etkinliklerini ve değerlendirme sorularını analiz etmek için kullanılır (Fensham ve Bellocchi, 2013; Gezer ve İlhan, 2014; Gezer ve İlhan, 2015). Taksonomi, öğrencilerin anlamalarını değerlendirmek için belirli bir aracın ihtiyaç duyduğu bilgi ve beceriler hakkında düşünme seviyelerini ve belirli kavramlar hakkında yorum yapmalarını ve cevaplarını derinlemesine inceleyerek ve cevapların doğasını ve yapısını açıklayarak ortaya koyar (Lian ve Idris, 2006; Groth ve Bergner, 2006).

Düşünme Seviyeleri: SOLO Taksonomisi

SOLO taksonomisinde hiyerarşik olan beş düşünme düzeyi vardır (Şekil 1.9). Öğrenme çıktıları bu beş seviye kullanılarak değerlendirilebilir: yapı öncesi (en düşük seviye), tek yönlü yapı, çok yönlü yapı, ilişkilendirilmiş yapı ve soyutlanmış yapı (en yüksek seviye) (Biggs, 2011; Biggs ve Collis, 1982; Biggs ve Tang, 2011; Hattie ve diğerleri, 1996; O'Neill ve Murphy, 2010; Pegg ve Davey, 2007). Tüm bu yapılar gözlemlenen öğrenme çıktısını yansıtır (Collis ve Biggs, 1982).



Şekil 1.9 SOLO (Gözlemlenen Öğrenme Çıktılarının Yapısı) taksonomi seviyeleri

SOLO taksonomisinin bu yapısal seviyelerinin tanımları aşağıdaki gibidir:

Yapı Öncesi: Bu seviyede,

- Öğrencilerin cevapları konu ya da problemle ilgili olmaktan uzaktır. Bu, öğrencilerin verdikleri cevapların konuyla veya problemle ilgili olmadığı anlamına gelir (Arı, 2013).
- Yapı öncesi seviyedeki öğrencilerin cevabı yeterli değildir (Çelik, 2007).

Tek yönlü yapı: Bu seviyede,

- Öğrenciler genellikle problemin bir yönüne odaklanır, bu odak problemle bağlantılı verilerin kullanılmasıyla ilgilidir. Öğrenciler bir ilişki kurabilir ancak çok sınırlıdır (Bağdat, 2013; Hattie ve diğerleri, 1996; Konyalihatipoğlu, 2016; O'Neill ve Murphy, 2010; Pegg ve Davey, 1998; Yazıcı, 2013).

Çok Yönlü Yapı: Bu seviyede,

- Öğrenciler problemin bilgisinin iki veya daha fazla yönünü kullanırlar. Bu, öğrencilerin daha karmaşık bir ilişki kurabilecekleri anlamına gelir (Biggs, 2011).

- Öğrenciler problemin birden fazla yönünü kullanırlar ve problemin farklı yönleriyle ilgilenebilirler. Ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar (Pegg ve Davey, 1998; Rooney, 2012).

İlişkilendirilmiş Yapı: Bu seviyede,

- Öğrenciler sorunun cevabına ilişkin tüm yönlerini anlayabilir. Öğrencilerin bu ilişkiyi genelleştirmesinin bir sonucu olarak bu yönleri bu düzeyde birleştirebilirler (Collis ve Biggs, 1991).

Soyutlanmış Yapı: Bu seviyede,

- Öğrenciler genelleyebilir ve yeni şeyler yaratabilirler ve çözüme ulaşmak için yeni bir strateji geliştirerek problem çözmenin ötesine geçerler (Bağdat, 2013; Çelik, 2007; Collis ve Biggs, 1979; Musan, 2012; Pegg ve Davey, 1998).

SOLO taksonomisinde bir değerlendirme yapıldığında, yapı öncesi seviye düşünme seviyelerinin arasından çıkarılmalıdır. Çünkü bu aşamada genellikle öğrenilecek konu hakkında herhangi bir görüş yoktur veya fikirler önerilmesi yersizdir (Potter ve Kustra, 2012).

SOLO taksonomisindeki seviyeler iki kategoriye ayrılabilir; bu kategoriler yüzeysel yapı ve derin yapıdır. Tablo 1.7 yüzeysel yapı ve derin yapıyı ayırt etmektedir.

Tablo 1.7 Yüzeysel yapı ve derin düşünme yapısı

	Yüzeysel Yapı	**Derin Yapı**
Düşünme Seviyeleri	• Tek yönlü yapı • Çok yönlü yapı	• İlişkilendirilmiş Yapı • Soyutlanmış yapı

Tablo 1.7'den de anlaşılacağı gibi, tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı yüzeysel yapıdadır. Bu seviyelerde öğrenciler sadece yüzeysel olarak anlarlar. İlişkilendirilmiş yapı ve soyutlanmış yapı ise derin yapıdadır, bu seviyelerde öğrenciler daha derinden anlarlar (Hattie ve Brown, 2004).

SOLO taksonomisi hiyerarşisinde, öğrenciler tek bir yönden (tek yönlü yapı) ve sonra daha fazla yönle (çok yönlü yapı) başa çıktıkça niceliksel iyileşmeler görülmektedir. Daha sonra, detayların bir yapı oluşturmak için bütünleştiği (ilişkilendirilmiş yapı) ve yapının genelleştirildiği ve öğrencinin verilmeyen bilgilerle başa çıkabilmesi (soyutlanmış yapı) gibi niteliksel gelişmeler görülmektedir. Bu nedenlerden dolayı, tek yönlü yapı ve çok yönlü yapı seviyelerine bazen nicel seviyeler de denir; ilişkilendirilmiş yapı ve soyutlanmış yapı seviyelerine de nitel seviyeler denir. SOLO taksonomisinin düşünme seviyeleri ve bunlara karşılık gelen gösterge fiilleri Tablo 1.8'de verilmiştir.

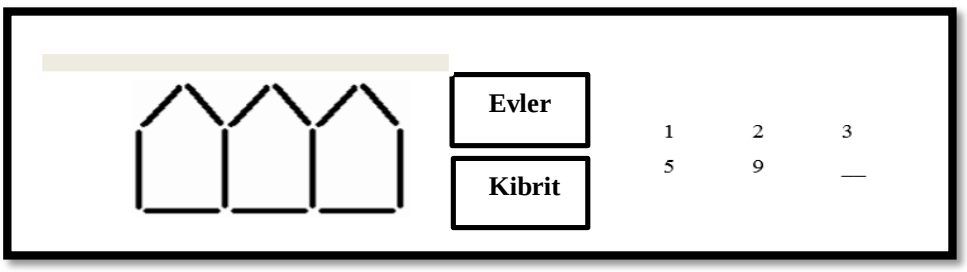
Tablo 1.8 Biggs'e göre SOLO taksonomisi düşünme düzeyleri ve gösterge Fiilleri (2011)

	Nicel		**Nitel**	
Yapı Öncesi	**Tek Yönlü Yapı**	**Çok Yönlü Yapı**	**İlişkilendirilmiş Yapı**	**Soyutlanmış Yapı**
.Başarısızlık .Yeteneksizlik .Konuda eksiklik	.Adı tanımlamak .Basit işlemleri takip etmek	.Birleştirmek .Sınıflandırmak .Yapılandırmak .Tanımlamak .Numaralandırmak .Sıralı beceri listesini uygulamak	.Analiz etmek .Uygulamak .Tartışmak .Karşılaştırmak .İlişki kurmak .Doğrulamak .Sebepleri açıklamak	.Yaratmak .Formülleştirmek .Kuramlaştırmak .Genellemek .Varsayımda bulunmak .Yansıtmak

Aşağıda, SOLO taksonomisini daha iyi anlamak için farklı problemlere bir örnek verilmiştir.

1. Bu problem Hattie ve Brown (2004)'un çalışmasından alınmıştır (Şekil 1.10):

Kibrit çöpü evleri



Şekil 1.10 Kibrit çöpü evleri: Sayıdaki desenler

Her düşünme düzeyi için problemi inceleyelim:

Tek Yönlü Yapı:

Bu düzeyde, ele alınması için bir fikir gerekir. Örneğin, "3 ev için kaç çubuğa ihtiyaç var?".

Bu düzeydeki öğrenci, en basit şekilde 13 cevabını bulmak için diyagramda gösterilen çubuk sayısını sayarak cevap verebilir.

Çok Yönlü Yapı:

Bu düzeyde, ele alınmasını gerektiren iki veya daha fazla fikir vardır. Örneğin, "Bu üç evden her biri için kaç çubuğa ihtiyaç var?".

Öğrencilerin verilen örüntüyü anlamalarını ve her evin (her biri 5 adet) çubuklarını saymalarını gerektirir.

İlişkilendirilmiş Yapı:

Bu seviye derin düşünmeyi gerektirir. Öğrencilerin sorunun farklı yönleriyle ilgilenmeleri gerekir. Örneğin, "52 ev 209 çubuk gerektiriyorsa, 53 ev yapabilmek için kaç çubuk gerekir?".

Öğrenciler, her ek ev için, kaç tane ev olduğuna bakılmaksızın, dört çubuk daha gerekli olduğunu tespit etmelidir.

Soyutlanmış Yapı:

Bu seviyede, öğrenciler daha genel kurallara dikkat etmelidir. Bu tür kurallar kelimelerle mi yoksa cebirsel terminolojiyle mi ifade edilir.

Bunu cevaplandırmak için "Herhangi bir sayıda ev için kaç çubuğun gerekli olduğunu saymak için bir kural oluşturun" sorusuna cevap aranır. Bu, sadece ev başına dört

çubuğu değil, aynı zamanda serideki son evi kapatması için bir tane daha gerekmesi gerektiğini belirten bir cevap gerektirir (örneğin, S = 4H + 1).

1.6 Araştırmanın Önemi

Matematik, yaptığımız her şeyde etrafımızdadır, günlük hayatımızdaki her şeyin temel taşıdır ve matematik, insan yaşamının gelişimiyle birlikte büyür; mobil cihazları, mühendisliği ve hatta sporu içerir (Hom, 2013). Matematik tüm eğitim aşamalarında önemli konulardan biri olarak kabul edilir; matematik, öğrencilerin gelecekteki meslek seçimlerini ve yükseköğrenim fırsatlarını doğrudan etkiler. Matematik hayatın her alanında önemli bir unsurdur ve günlük yaşam problemlerini çözmek için en önemli temel bilimlerden biridir, matematik öğretmenleri herhangi bir konuya girerken doğadan ve hayattan örnekler vermelidir (Nasibov ve Kaçar, 2005).

Cebir, matematiğin ana dallarından biri olarak kabul edilir ve yaşamın her alanında önemlidir. Öğrencilerin cebir öğrenememeleri, çeşitli ileri düzey matematik konularını anlayamamasına neden olabilir, dolayısıyla öğrenciler ortaokul ve üniversite eğitiminde başarısız olurlar (Williams, 1997). Cebirle ilgili pek çok farklı bakış açısı olmasına rağmen, cebirdeki ortak konular denklemleri çözmek, bilinmeyenleri bulmak ve sembolleri kullanmaktır. Öğrenciler cebirde başarılı olmak için kullanılan temel kavramları, sembolleri ve ifadeleri anlayabilmeli ve kullanabilmelidir (Kieran, 1992). İkinci dereceden denklemlerin cebir alanında önemli bir yeri vardır. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler, Türkiye ve Libya'daki lise matematik ders kitaplarında öğretilmektedir. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri anlama ve çözme okul cebirinin önemli bir bileşenidir. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler lise öğrencilerinin matematik başarısı için önemli bir ön varsayımda bulunur. Birçok ortaöğretim öğrencisi için, ikinci dereceden denklemleri çözmek, öğretim programında kavramsal olarak en zor konulardan biridir (Vaiyavutjamai, Ellerton ve Clements, 2005).

Cebirsel düşünme matematikte önemli bir rol oynar. Cebirsel düşünme cebir ile ilgilidir, ancak cebirsel düşünmenin cebirden daha geniş bir anlamı vardır. Cebirsel düşünme, özellikle son zamanlarda araştırmacıların ilgisini çeken bir konudur. Ek

olarak, ikinci dereceden denklemlerin dünyadaki ortaöğretim cebir öğretim programlarında önemli bir rol oynamasına rağmen, ikinci dereceden denklemlerin öğretilmesi ve öğrenilmesine ilişkin çalışmaların cebir eğitimi araştırmalarında oldukça az olduğu görülmektedir (Kieran, 2007; Vaiyavutjamai ve Clements, 2006). Literatürde farklı yaş gruplarında cebirsel düşünme becerileri ile ilgili çalışmalar bulunmaktadır. Ancak, bu çalışmanın önemli olduğu düşünülmektedir çünkü:

1. İki ülke arasındaki lise öğrencileri için ikinci dereceden denklemlerde cebirsel düşünme becerilerini inceleyen ve karşılaştıran bir çalışma yoktur. Bu nedenle çalışmanın odağı, Türk ve Libyalı Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerinin SOLO taksonomisine göre ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerle incelenmesidir.
2. Bu çalışma, farklı konular ve farklı ülkelerle farklı aşamalarla ilgilenen diğer çalışmalar için bir başlangıç noktası olabilir.
3. Libyalı öğrenciler için Türk öğrencilerine göre güçlü veya zayıf yönlerin netleştirilmesine katkıda bulunabilir ve Libya'daki ders kitabı geliştirme sürecinde bundan yararlanılabilir.
4. Libyalı öğrencilerin diğer ülkelerdeki öğrencilerle karşılaştırıldığı çalışmalar az veya neredeyse hiç yoktur.

Öğretim programı geliştiriciler, matematik öğretim programındaki örnekleri ve cebirsel düşünme becerisi kavramlarını öğrenciler için daha anlamlı bir şekilde tasarlamak için öğrencilerin seviyelerine ihtiyaç duymaktadırlar.

1.7 Araştırmanın Amacı

Öğrencilerin çoğu cebiri anlamada güçlük çekerler, genellikle gerçek amaçları ve düşünme bağlamını anlamadan cebir çalışmalarına girme eğilimindedirler (Chazan, 1996; Sfard, 1991; Kieran, 1992). Resnick (1982) öğrenme güçlüğünün genellikle sürecin dayandığı kavramları anlamadaki başarısızlığın bir sonucu olduğunu ifade etmiştir. İkinci dereceden denklemler, dünyadaki ortaöğretim matematik öğretim programının cebir öğrenme alanındaki temel ve zorlu konulardan biri olarak kabul edilir. Cebirsel eğitim araştırmalarında ikinci dereceden denklemlerin öğretilmesi ve

öğrenilmesi ile ilgili çalışmalar çok azdır (Kotsopoulos, 2007; Vaiyavutjamai, Ellerton ve Clements, 2005). Bu nedenle, ortaöğretimde matematiğin ikinci dereceden denklemler dahil birçok önemli konuya odaklanması gerekir. Çalışma, bir bilinmeyenli farklı türlerdeki ikinci dereceden denklemlerle uğraşırken öğrencilerin düşünmelerini göz önünde bulundurarak araştırmayı genişletmek için tasarlanmıştır. Bu bağlamda çalışma Türk ve Libyalı Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerilerinin SOLO Taksonomisine Göre İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerde incelenmesini amaçlamaktadır. Türk ve Libyalı öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin araştırılmasına bir başka neden de, Libyalı öğrencileri dünyanın diğer ülkeleriyle karşılaştıran hiçbir çalışmanın bulunmamasıdır. Türk öğrencileri seçme nedenleri, Türkiye'nin çeşitli alanlarda gelişmiş bir ülke olması ve toplumların ve ülkelerin eğitimin gelişmesine dayalı ilerlemelerinin olmasıdır.

1.8 Araştırma Problemi ve Alt Problemler

Bu çalışmada, Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusundaki cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisine göre incelenmesi ve belirli beceriler (genellemeleri formüle etme, sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu temsillerden faydalanma) açısından karşılaştırılması amaçlanmıştır. Belirtilen amaç doğrultusunda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

1. Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genellemeleri formüle etme becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?
2. Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?
3. Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre çoklu temsillerden faydalanma becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?
4. Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?

1.9 Sınırlılıklar

1. Araştırma, Türkiye'nin Kastamonu şehrindeki üç liseden 129 öğrenciyle ve Libya'nın Trablus şehrindeki üç liseden 112 öğrenciyle sınırlıdır.
2. Araştırma, 2017-2018 ve 2018-2019 akademik yıllarıyla sınırlıdır.
3. Veriler, 16 problemden oluşan cebirsel düşünme becerileri testi ile sınırlıdır.
4. Araştırma, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerle sınırlıdır.

2. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Bu bölümde çalışmanın konusu ile ilgili daha önce yapılmış çalışmalar gözden geçirilmiştir. Bu çalışmalar amaçları, metodolojisi ve ulaşılan en önemli sonuçlar açısından sunulmuştur. Çalışmalar aşağıdaki şekilde sınıflandırılmıştır:

2.1 Cebirsel Düşünme Üzerine Çalışmalar

Çeşitli sınıf düzeylerinde cebirsel düşünme düzeyleri ile ilgili birçok çalışma vardır:

Niklad (2004) tarafından yapılan çalışma, Amerikan üniversitelerinde öğrencilerin cebirsel fonksiyonları algılamasının ve cebirsel düşünme ve mantıksal akıl yürütmesinin tespitine odaklanmıştır. Çalışmaya 2003 yılında kış aylarında tüm cebir dersi öğrencileri katılmıştır. Araştırmacı birçok öğrenci ile bir dizi etkinlik, test ve mülakat gerçekleştirmiştir. Çalışmanın sonuçları öğrencilerin fonksiyonları iyi anladıklarını ve fonksiyon kavramını daha iyi anlamak için farklı çözüm yöntemleri kullanabildiklerini göstermiştir. Buna ek olarak, çalışma öğrencilerin iyi düzeyde cebirsel düşünme ve mantıksal akıl yürütme yeteneklerini kullandığını göstermiştir.

Gülpek (2006), ilköğretim yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimini incelemeyi amaçlamıştır. Öğrencilerin cebirsel düşünmeleri soruları doğru cevaplama sıklığına göre 4 seviyeye ayrılmış, daha sonra bu 4 seviyeden birindeki öğrencilerin yüzdesi bu seviyelerle ilgili sorulara verilen doğru cevaplar dikkate alınarak belirlenmiştir. Çalışmanın sonuçları, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünmesinde hafif bir artış olduğunu ve bu gelişmenin öğrencilerin başarısını etkilediğini göstermiştir. Çünkü öğretmenin sınıfta kullandığı yöntemler, öğrenciler için cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır.

Reed (2008) tarafından yapılan çalışma, matematik öğretmen adaylarının cebirsel düşünmelerinde sanal materyal kullanımının etkinliğini tespit etmeye odaklanmıştır. Araştırmaya Amerika Birleşik Devletleri'ndeki Texas City'den 101 öğretmen adayı

katılmıştır. Çalışmanın sonuçları, sanal materyal kullanımının cebirsel düşünmeyi öğrenme hedeflerini destekleyebileceğini ve katılımcılar arasındaki matematik kaygısını azaltmada rolü olduğunu göstermektedir.

Yenilmez ve Teke (2008) tarafından yürütülen çalışma, yenilenen matematik öğretim programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya 2006-2007 yılları arasında Eskişehir'in Alpu ilçesinde 6. sınıf öğrencilerinin arasından rastgele seçilen 24 öğrenci katılmıştır. Altun (2005) tarafından tanımlanan dört cebirsel düşünme düzeyini ölçmek için hazırlanan testle veriler toplanmış ve Altun (2005) tarafından yayımlanan örnek sorular dahil edilmiştir. Sonuçlar, cebirsel düşünmenin birinci, ikinci ve üçüncü seviyelerine göre test ve tekrar test verileri arasında önemli farklılıklar olduğunu göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin cinsiyetleri, başarıları ve matematiğe olan ilgilerine göre toplam gelişimlerini analiz ettikten sonra, başarı değişkeni arasında anlamlı bir fark bulunmuştur.

Öğretmen, öğrencileri düşünme becerilerini geliştirmeye katkıda bulunan modern öğretim stratejilerini kullanmaya teşvik etmek için önemli bir role sahiptir. Walkoe (2013) tarafından yapılan "Öğrenci Cebirsel Düşünmesinde Öğretmen Farkındalığının İncelenmesi" başlıklı çalışmanın amacı öğretmen adaylarının cebirsel düşünme alanına ve öğrencilerin nasıl gözlemleneceklerine ve cevaplarını cebirsel düşünme becerileri ışığında yorumlamalarına yardımcı olmaktır. Araştırmaya katılanlar Amerika Birleşik Devletleri okullarından 13 öğretmen adayından oluşmaktadır. Çalışmaya katılanlara özel bir eğitim programı uygulanmış ve bunlardan altısı video programları yoluyla eğitilmiştir. Sonuçlar öğretmen adaylarının, özellikle video programları tarafından eğitilmiş olanların anlayışında ve öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerine ilişkin gözlemlerinde dikkate değer bir ilerleme olduğunu göstermiştir.

Sünkür, İlhan ve Kılıç (2012) tarafından yapılan araştırmada cebirsel düşünme düzeyleri ile yedinci sınıf öğrencilerinin zeka alanları arasındaki ilişkinin analiz edilmesi amaçlanmıştır. Araştırmaya katılanlar Batman şehir merkezindeki beş farklı okuldan 297 öğrencidir. Katılımcıların 156'sı kız, 141'i erkektir. Veri toplama aracı olarak öğrencilerin cebirsel düşünme seviyelerini belirlemek için bir cebirsel düşünme

testi, 2010-2011 bahar döneminde uygulanmıştır. Sonuçlar; mantıksal, sözel, müzikal zeka ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında istatistiksel olarak anlamlı ve pozitif bir ilişki olduğunu ve öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri ile görsel, fiziksel, sosyal, içsel ve doğalcı zekaları arasında anlamlı bir ilişki bulunmadığını göstermiştir.

Bazı öğrenciler cebirsel düşünme problemlerini çözmede ve cebirsel düşünmede zorluk çekerler. Muthmainnah, Priatna ve Priatna (2017) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin cebirsel düşünme testini çözmedeki hatalarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmaya bir lisede 8. sınıftan 33 öğrenci katılmıştır. Çalışma betimsel nitelikte bir nitel çalışmadır. Çalışmanın sonuçları öğrencilerin problemleri çözmede mantık ve kavram arasında yorumlama, anlama ve birleştirme eksikliği olduğunu göstermiştir.

Nurhayati, Herman ve Suhendra (2017) tarafından yapılan araştırmaya gelince, öğrencilerin dörtgenler konusundaki cebirsel düşünme zorluklarını belirlemeyi ve Matematik-Konuşma Öğrenim Topluluğunu zorlukların üstesinden gelmek için yapılabilecek alternatif yol olarak tanımlamayı amaçlamıştır. Çalışmada kullanılan araştırma modeli betimsel yönteme nicel yaklaşımdır. Çalışmaya katılanlar bir ortaokuldan yaklaşık yirmi üç öğrencidir ve öğrenciler amaçlı örnekleme tekniği ile seçilmiştir. Sonuçlar, öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin göstergelerinin üç açıdan (genelleştirilmiş aritmetik olarak cebir, matematik dili olarak cebir ve fonksiyonlar ve matematiksel modelleme için bir araç olarak cebir) başarı yüzdesinin düşük olduğunu göstermiştir. Çünkü ortaokul öğrencileri soyut problemlere aşina değillerdir ve hala yarı somut bir aşamadadırlar. Buna ek olarak, sonuçlar her bir göstergenin yüzdesini üç açıdan göstermiştir ki, öğrencilerin geleneksel öğrenmeyi kullanarak matematiksel iletişimine ulaşma düzeyleri hala düşüktür. Bu nedenle, bu çalışmada öğrencilerin cebirsel düşünme yeteneğinin geliştirilmesi önerilmektedir.

2.2 Cebirsel Düşünme Becerileri Üzerine Araştırmalar

Cebirsel düşünme becerileri üzerine yapılan önceki çalışmalar üç alt başlıkta gösterilecektir: genellemelerin formülleştirilmesi üzerine çalışmalar, sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler üzerine çalışmalar ve çoklu temsiller kullanma becerisi üzerine çalışmalar.

2.2.1 Genellemeleri Formülleştirme Çalışmaları

Modern stratejilere odaklanmak ve farklı cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesine ilgi duymak matematikte önemlidir. Warren (1996) cebirsel kavramları tanıtmak için eskiden kullanılan çeşitli öğretim stratejilerinin etkinliğini araştırmayı amaçlamıştır. Çalışma, bir değişken kavramını tanıtmak için kullanılan üç yaklaşımı araştırmaya odaklanmıştır. Bunlar veri tablolarından genelleme yapma, görsel örüntülerden genelleme yapma ve cebir ile sayı sisteminin yapısal yönleri arasındaki bağların kurulmasıdır. Çalışma giriş ve ana çalışmadan ibarettir. Giriş çalışmasına katılan 160 öğrenci, ana çalışmaya katılan 379 öğrencidir. Bu araştırma, öğrencilerin düşünmelerine ilişkin içgörü sağladığı önemli bir parçayı ele almıştır. Sonuçlar sayıları tabloya dönüştüren öğrencilerin genellemede zorlandıklarını göstermektedir.

Zazkis ve Liljedahl (2002) tarafından yapılan araştırmaya gelince, bir grup ilköğretim okulu öğretmeninin tekrarlayan bir görsel sayı modelini genelleştirme girişimlerini keşfetmeyi amaçlamıştır. Sonuçlar öğrencilerin genellemeleri sözlü olarak ifade edebilmelerinin cebirsel gösterime bağlı olmadığını göstermiştir. Katılımcılar, ikisi arasındaki bağlantıyı kurmakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Bununla birlikte, katılımcılar genellikle cebirsel sembolizmi içermeyen eksiksiz ve doğru çözümlerini yetersiz olarak görmüşlerdir.

Bazı çalışmalar da örüntülere odaklanarak öğretim stratejileri üzerinde araştırma yapmıştır ve örüntülerle ilgili daha fazla deneyim öğrencilerin cebirsel düşünmesini geliştirir. Lee ve Freiman (2006) tarafından yapılan "Örüntü Araştırmaları Yoluyla Cebirsel Düşünmenin Geliştirilmesi" başlıklı çalışmada araştırmacılar çocukların erken yaşta örüntüleri daha kolay bulabileceğini, çocukların büyük bir coşku ve doğuştan gelen yeteneklerle örüntü çalışmalarına katıldıklarını keşfetmiştir. Ayrıca

çalışma, cebirsel düşünmenin gelişimi için örüntülerin önemini ve örüntülerin cebire giriş için önemini göstermiştir.

Bastable ve Schifter (2017) tarafından yapılan çalışmada, ilköğretim sınıflarında farklı görevler kullanarak cebirsel düşünme becerilerinin gelişimi araştırılmıştır. Çalışma, öğrencilere verilen aritmetik sorular ve geometrik temsiller için cevaplarını tartışma fırsatı verildiğinde, genellemeleri formüle edebildiklerini göstermiştir.

Bir diğer çalışmada Tanışlı (2008) tarafından ilköğretim öğrencilerinin örüntülere yönelik anlayışları belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmaya 12 öğrenci katılmıştır. Çalışma, 2006-2007 öğretim yılında Eskişehir şehir merkezindeki ilköğretim okulunda gerçekleştirilmiştir. Çalışmada veri toplama, analiz etme ve yorumlamada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Sonuçlar, tekrar eden örüntülerdeki tekrar biriminin örüntüyü sabit bir adımda tutmada ve tekrar eden bir örüntü oluşturmada etkili olduğunu göstermiştir. Ek olarak, sonuçlar, gerekli örüntünün oluşumunun örüntünün özelliklerinin dikkate alınmasına bağlı olduğunu göstermiştir.

Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartın ve Gülbağcı (2009) tarafından yapılan çalışmanın amacı üçüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin modelleme ve genelleme süreçlerini araştırmaktır. Çalışmada kontrol grubunun olmadığı deneysel bir desen kullanılmıştır. Çalışma 7 okuldan 278 öğrenciden oluşmaktadır. Veriler öğrencilere bir çalışma sayfası verilerek toplanmıştır. Sonuçlar, öğrencilerin 3. sınıf ve 4. sınıf için çok düşük başarı seviyesine sahip olduklarını göstermiştir. Bununla birlikte, beşinci sınıf öğrencileri bazı iyileştirmeler yapmış ve örüntüleri uygulayabilmiştirler.

İspir ve Palabıyık (2011) tarafından yapılan "Örüntü Tabanlı Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkileri" başlıklı çalışmada veri toplama, analiz ve yorumlamada nicel araştırma çalışması kullanılmıştır. Veri toplama aracı, Örüntü Tabanlı Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme ve Matematiğe Yönelik Tutumları üzerindeki etkisini tespit etmek için yapılan bir testtir. Bu çalışma, 2008-2009 öğretim yılında bir devlet okulundan iki yedinci sınıfta gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, örüntü temelli öğretimin deneysel grup öğrencilerinin kavramsal cebir gelişimi üzerinde önemli bir etkisi olduğunu ve

grupların kavramsal cebir erişileri arasında anlamlı bir fark bulunduğunu, ancak işlemsel cebir ve matematik açısından anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir.
Berg (2012) tarafından ilköğretim sınıflarında cebirsel düşünme çalışması yapılmıştır. Araştırmaya katılan öğrenciler Kanada okullarından birinde ikinci ve üçüncü sınıftan 22 öğrencidir. Araştırmacı, üç ay içinde yanıtlarını gözlemleyerek ve öğrencilerle röportajlar yaparak onlara bir dizi görev vermiştir. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin bilinmeyenleri bulabildiklerini, değişkenlerle çalışabildiklerini ve genelleme yapabildiklerini ve bunların ilkokul öğrencilerinde cebirsel düşünmenin kanıtları olduğunu göstermiştir.

Girit ve Akyüz (2016) tarafından yapılan "Farklı Sınıf Seviyelerindeki Ortaokul Öğrencilerinde Cebirsel Düşünme: Örüntülerde Genelleme Hakkındaki Algıları" çalışmasının amacı, ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünmeleri gelişmeye başladığında farklı sınıflarda akıl yürütme ve stratejilerini incelemektir. Çalışmaya ortaokuldan 154 kişi katılmıştır. Bu çalışmanın sonuçları, öğrencilerin not düzeyleri arttıkça cebirsel sembolizmi kullanma eğiliminde olduklarını göstermiştir. Ancak öğrencilerin değişken hakkındaki algıları endişe vericidir.

Bazı öğrencilerin cebirsel düşünme problemlerini çözmede ve cebirsel düşünebilmede engelleri ve güçlükleri vardır. Andini ve Suryadi (2017) tarafından yapılan "Cebirsel Düşünme Problemlerini Çözmede Öğrenci Engelleri" başlıklı çalışmada öğrencilerin ilköğretimdeki cebirsel düşünme problemlerini çözmedeki engellerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Kullanılan araştırma modeli nitel araştırmadır. Araştırmaya ilkokul üçüncü sınıftan 66 öğrenci katılmıştır. Bu çalışmanın sonuçları gösterdi ki öğrenciler örüntüyü genelleştirmek için mevcut kuralları görmeye alışık olmadığından çoğu öğrenci örüntü genelleme problemlerini anlayamamıştır dolayısıyla cebirsel düşünme problemlerini çözmekte zorluk çekmişlerdir.

2.2.2 Sembollerin Kullanımı ve Cebirsel İlişkiler Üzerine Çalışmalar

Crowley, Thomas ve Tall (1994) tarafından yapılan "Cebir, Semboller ve Anlam Çevirisi" başlıklı çalışmanın sonuçları öğrencilerin sözel ifadeleri cebirsel notasyonlara dönüştürme ve cebirsel yöntemler kullanmada zorluk yaşadıklarını göstermiştir. Buna ek olarak, öğrenciler çeviri sürecine sadece tamamen sözdizimsel sırayla değil, aynı zamanda aritmetik ve cebirsel yapılar kullanarak verileri anlamlandırmaya çalışarak cevap vermişlerdir. Bunların başarısız olma olasılığı daha yüksektir. Bunun nedeni, özellikle cebirsel işlemler ile ilgili olarak matematikteki temel kurallara erişememesidir.

Stacey ve MacGregor (1999) tarafından yapılan çalışma, öğrencileri cebirdeki problemleri formülleştirmek ve çözmek için incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmaya 900 öğrenci katılmıştır. 30 öğrenci ile mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Mülakatlar öğrencilerin düşüncelerine ilişkin bilgiler vermiş ve yazılı çözümler hakkındaki düşüncelerin çoğunu açıklamıştır. Çalışmanın sonunda şu sonuçlar ortaya konmuştur; öğrenciler cebirsel problem çözme yöntemlerini anlarlar ve öğrenciler problemin aritmetik yöntemle çözülmesinde düşünmeye dönerek cebirsel yoldan sapmışlardır.

Stacey ve MacGregor'un çalışması Sfard ve Linchevski (1994) tarafından yürütülen çalışma ile hemfikirdir. Araştırmanın amacı, öğrencilerin cebirsel bilgilerinin çok yönlülüğü ve uyarlanabilirliğine odaklanmaktır. Araştırmaya katılanlar 15 ila 17 yaş arası 280 öğrenciden oluşmaktadır. Çalışmanın sonunda sonuçlar öğrencilerin yaşadığı zorlukları göstermiştir, öğrenciler işlemler için mantıksal destek sağlamada başarısız olmuşlardır.

Kinzel (2001) "Üniversite analize giriş (calculus) öğrencilerinin yorumlarının ve cebirsel gösterim kullanımının incelenmesi" başlığı altında bir çalışma yürütmüştür. Araştırmanın katılımcıları 10 üniversite öğrencisinden oluşmaktadır. Dört farklı zamanda öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın sonunda, sonuçlar öğrencilerin cebirsel notasyon hakkında yeterince bilgi sahibi olmadığını göstermiştir.

Dede, Yalın ve Argün (2002) tarafından yapılan çalışma, 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramını öğrenmedeki hatalarını ve kavram yanılgılarını ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmaya katılanlar, Ankara'daki ilköğretim 8. Sınıfta öğrenim gören

120 öğrenciden oluşmaktadır. Çalışma 2001-2002 öğretim yılında yapılmış ve öğrencilere açık uçlu sorular uygulanmıştır. Elde edilen verilerin analiz sonuçları şöyledir; öğrenciler değişkenin farklı kullanımlarını bilemezler; öğrenciler genellemenin öneminin farkında değiller; öğrenciler değişkenin temsilini bilmek ve yorumlamakta yetersizdirler; matematikte daha önce öğrenilen bilgilerin yanlış aktarmışlardır ve öğrenciler değişken kavramıyla ilgili işlem yapamamışlardır.

Dindyal (2003) "Lise Düzeyinde Geometride Cebirsel Düşünme: Öğrencilerin Değişkenleri ve Bilinmeyenleri Kullanması" başlığı altında bir çalışma yürütmüştür. Araştırmaya katılanlar ABD'deki iki liseden altı öğrencidir. Değişkenlerin ve bilinmeyenlerin kullanılmasını gerektiren geometri problemlerinde öğrencilere test verilerek veri toplanmıştır. Sonuçlar öğrencilerin değişken kavramını anlama, cebirsel ifade oluşturma, formül kullanma, ilişkileri genelleme konusunda zorluklarla karşılaştıklarını göstermiştir. Buna ek olarak, araştırmacı cebirsel düşünmenin kullanımının öğretmenin kullanımıyla bağlantılı olduğu sonucuna varmıştır.

Dede ve Argün (2003b) tarafından yapılan harf sembollerinin farklı kullanımlarını belirlemeye yönelik çalışmada, ortaöğretimin son yılında 35 öğrencinin katıldığı çalışmada bu öğrencilere bir etkinlik uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda, sonuçlar öğrencilerin harf sembollerinin farklı kullanımları hakkında yeterli bilgiye sahip olmadıklarını göstermiştir.

Değişken kavramı, ilkokul ile başlayan ve lise boyunca devam eden ve öğrencilerin bu kavramı anlamada bazı zorluklara sahip olduğunu gösteren matematiğin en temel kavramlarından biridir. Akgün (2007) tarafından yapılan araştırmanın amacı, öğrencilerin değişkenleri yorumlamaları, değişken kavramları hakkında öğrencilerin kavram yanılgıları ve güçlüklerinin araştırılmasıdır. Araştırmanın katılımcıları, Erzurum il merkezindeki ilköğretim okullarındaki 158 8. Sınıf öğrencidir. Çalışmada kullanılan araştırma modeli bir durum çalışması tasarımıdır. Çalışmada sunulan veriler, öğrencilerin değişken ve farklı kullanımları ile ilgili tasarlanan testlere verdikleri cevapların, değişkenle ilgili sorular üzerindeki çalışmalarının ve bazılarıyla yapılan görüşmelerin analizi ile elde edilmiştir. Çalışmanın sonuçları, öğrencilerin değişken kavramını anlamada bazı zorluklar çektiğinin ve yanlış anlamalarının

olduğunu ve öğrencilerin değişken ve sözel ifadelerle çalışma ve aralarındaki ilişkiyi bulma konusunda bazı zorluklar yaşadıklarını göstermiştir.

Akkan ve Baki (2016) tarafından yapılan çalışmada Ortaokul Öğrencilerinin Sembol Kullanımı ve Harflerin Anlamı gibi Aritmetik'ten Cebire Geçiş Süreçlerinin araştırılması amaçlanmıştır. Çalışmada farklı öğrenme düzeylerindeki 285 öğrenciye yazılı test uygulanmış ve 24 öğrenciyle klinik görüşme işlemi gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak farklı öğrenim seviyelerindeki öğrencilerin öğrenim seviyeleri arttıkça iki konu açısından aritmetikten cebire geçişin olumlu yönde değiştiği ve geliştiği görülmüş, fakat öğrenim seviyeleri arasındaki bu değişim ve gelişim çok az olmuştur.

Şimşek ve Soylu (2018) tarafından yapılan çalışmada, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadelere ilişkin yaptıkları hataların nedenlerinin araştırılması amaçlanmıştır. Araştırmaya Trabzon şehir merkezindeki ortaokullarda öğrenim gören yaklaşık 150 7. sınıf öğrenci katılmıştır. 2013-2014 öğretim yılında yapılan çalışmada kullanılan araştırma modeli bir durum çalışmasıdır. Çalışmada öğrencilerin cebir konusunda hatalarını tespit edebilmek için cebir bilgi testi uygulanmış ve yapılan hataların nedenlerini tespit edebilmek için mülakat yapılmıştır. Bu mülakatlardan elde edilen veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Çalışmanın sonunda, sonuçlar öğrencilerin cebirsel ifadeler hakkındaki bilgilerinin mükemmel olmadığını, öğrencilerin değişkene bir anlam yükleyemediklerini ve bilinmeyen ve değişken kavramlarını ayırt etmediklerini göstermiştir.

2.2.3 Çoklu Temsil Kullanma Çalışmaları

Matematikte çoklu temsillerin kullanımı önemlidir. Cebir eğitiminin amaçlarından biri öğrencilere çoklu temsili kullanma becerisi kazandırmak olmalıdır. Moseley ve Brenner (1997) tarafından "Cebir Öncesi Kavramsal Değişim İçin Çoklu Temsillerin Kullanılması: Değişken Kullanımın Grafik ve Metin Tabanlı Problemlerle Karşılaştırılması" başlığı altında gerçekleştirilen çalışmada deneysel bir yöntem benimsenmiştir. Çalışmaya, cebir öncesi sınıftan yaklaşık 27 öğrenci katılmış, cebirsel değişkenler 15 öğrenciye çoklu temsil becerileri ile 12 öğrenciye ise geleneksel yöntemle öğretilmiştir. Çalışmanın sonunda, sonuçlar çoklu temsil öğretimi alan

öğrencilerin, geleneksel olarak öğretilen akranlarına göre cebirsel akıl yürütme belirtileri gösterme olasılığının daha yüksek olduğunu göstermiştir. Araştırmacılar, temsili becerilerin öğrencilerin cebir bilgisi ile gerçek dünya bilgisi arasında bağlantı kurmasına yardımcı olduğu sonucuna varmıştır.

Öğrencilerin ve öğretmenlerin çoklu temsilleri kullanma becerilerini incelemeye odaklanan çalışmalar da vardır. Örneğin, Knuth (2000) tarafından yapılan çalışma, öğrencilerin denklemlerin cebirsel ve grafiksel gösterimleri arasındaki bağlantıları anlamalarını incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın katılımcıları 178 ortaokul öğrencisidir. Sonuçlar öğrencilerin cebirsel ve grafiksel temsiller arasında bağlantı kurduklarını göstermiştir. Birçok öğrenci, grafiklerin cebirsel çözümleri desteklediğini ve bir çözüm yöntemi olmadığını görmüştür.

Hail (2001) tarafından yapılan çalışmada çoklu temsil biçimlerinin kullanılmasının öğrencilerin kavrama becerisi üzerindeki etkilerini tanımlamayı amaçlamıştır. Çalışmaya bir cebir öncesi sınıftan yaklaşık 29 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere, değişkenleri anlamalarına ve denklemleri çözmelerine yardımcı olacak çoklu temsillerin yardımıyla dört haftalık bir eğitim verilmiştir. Çalışmanın sonunda, sonuçlar genellikle çoklu temsillerin öğrencilerin değişken kavramını anlamalarına ve denklemleri çözmelerine yardımcı olduğunu göstermektedir. Ancak, çoğu katılımcı grafikleri tam olarak anlamamıştır. Temsiller arasındaki bağlantıları anlayamadıkları için denklemleri çözmede başarılı olamamışlardır.

Karataş ve Güven (2004) tarafından yapılan çalışmanın amacı, lise öğrencileri ve matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramının sözel, cebirsel ve grafiksel temsillerini nasıl anladıklarını keşfetmektir. Araştırmaya Türkiye'den 82 öğrenci ve 65 öğretmen katılmıştır. Veriler, fonksiyon kavramının sözel, cebirsel ve grafiksel temsillerini içeren yazılı bir testle toplanmıştır. Sonuçlar, öğrencilerin ve matematik öğretmenlerinin fonksiyon kavramının üç temsili arasında iyi bir ilişki bulunmadığını göstermiştir.

Erbaş (2005) çalışmasında çoklu temsillerin önemini ve çoklu temsillerde teknolojinin kullanımını vurgulamıştır. Çalışmanın sonunda, sonuçlar teknolojinin öğrencilerin

çoklu temsiller tarafından problem çözmede yardımcı olacak güçlü bir araç olduğunu ve öğretmenlerin öğrencileri matematiksel düşüncelerini anlamalarını desteklemek için çoklu temsiller kullanmaya teşvik etmeleri gerektiğini doğrulamıştır.

Mourad (2005) tarafından yapılan araştırmaya gelince, iki öğretim yönteminin cebir birimi üzerindeki etkilerini karşılaştırmayı amaçlamıştır. Araştırmanın katılımcıları sekizinci sınıf öğrencisi olan 29 öğrenciden oluşmakta, öğrenciler kontrol ve deney grubuna ayrılmakta ve deney grubu çoklu temsillere dayalı faaliyetler içeren bir yöntem kullanmış ancak kontrol grubuna geleneksel öğretim yöntemi uygulamıştır. Sonuçlar deney grubundaki öğrencilerin grafiksel dönüşümde kontrol grubundaki öğrencilere göre daha başarılı olabileceğini göstermiştir.

Akkoç ve Fen (2005) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin çoklu temsiller ve fonksiyon tanımının kullanımı arasındaki ilişkiye dayalı olarak fonksiyon kavramını anlamalarını araştırmak amaçlanmıştır. Çalışma, Türkiye'de Adana'nın iki okulunda 11. sınıftaki dokuz öğrenciden oluşmaktadır. Veriler, dokuz öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilmiştir. Çalışmanın sonunda, sonuçlar öğrencilerin çeşitli temsiller için tanımlayıcı özelliklerin kullanımında tepkilerinin farklı olduğunu göstermiştir. Ayrıca tanım özelliklerini kullanabilen öğrenciler dönüşümleri başarılı bir şekilde yapabilmişlerdir.

Akkuş ve Çakıroğlu (2006) çalışmasında öğrencilerin cebirsel sözlü problemlerde çoklu temsili nasıl kullandıklarını ve belirli temsil biçimlerini kullanmalarının nedenlerini incelemeyi amaçlamıştır. Katılımcılar yedinci sınıftan (11 kız ve 10 erkek) 21 öğrencidir. Veriler görüşmeler sırasında cebirdeki üç soru ile elde edilmiştir. Çalışmanın sonunda, sonuçlar katılımcıların soruya göre farklı temsiller kullandıklarını göstermiştir. Farklı temsiller kullanma yolları, problemlerin doğası ve temsillerin algısına göre değişmektedir.

Sert (2007) tarafından yapılan çalışmada, sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı temsiller (grafik, tablo, denklem ve sözlü cümle) arasında çeviri yapma becerilerinin belirlenmesi ve çoklu temsilleri çeviren öğrencilerin çeviri becerilerinde cinsiyet farkı olup olmadığı araştırılmıştır. Katılımcılar Türkiye'deki okullardan yaklaşık 705

öğrenciydi. Test sonuçları, 8. sınıf öğrencilerinin dört farklı temsili çevirmedeki becerisinin yetersiz olduğunu ve kızların ortalama puanları ile erkeklerin ortalama puanları arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir.

Gürbüz ve Şahin (2015) tarafından yapılan çalışmada, 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller (sözel, tablo, denklem ve grafik) arasında çeviri becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Kullanılan çalışma modeli durum çalışmasıdır. Çalışmaya katılanlar dört öğrencidir (üç kız, bir erkek). Veriler çoklu temsiller (sözel, tablo, denklem ve grafik) arasında çeviri testi ile elde edilmiştir. Sonuçlar, zor çevirilerin sözel, tablo ve denklem gösterimlerinden grafiğe olduğunu, ancak sözel, denklem ve grafik gösterimlerinden tabloya çevirilerin öğrenciler için en kolay çeviriler olduğunu göstermiştir, ayrıca sonuçlar öğrencilerin sözlü ifadeler arasında tablo, denklem ve grafik temsillarını çevirmedeki hatalarının öğrencilerin yazma becerilerinin eksikliğinden kaynaklandığını göstermiştir.

Bal (2015) tarafından yapılan çalışmada, ilköğretim öğretmen adaylarının çoklu temsilleri dönüştürme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada kullanılan araştırma modeli betimsel bir tarama modelidir. Araştırmaya 2012-2013 öğretim yılında 134 öğretmen adayı katılmıştır. Veriler çoklu temsil dönüşüm testi ile elde edilmiştir. Çalışmanın sonunda sonuçlar öğretmen adaylarının sözlü temsilleri diğer temsillere dönüştürmede başarısız olduklarını göstermiştir.

2.3 SOLO Taksonomisi Çalışmaları

Rider (2004) tarafından yapılan çalışmada, çoklu temsil programının cebir kavramlarının sembolik, tablo ve grafik gösterimler üzerindeki etkilerini ve aralarındaki ilişkileri incelemeyi amaçlamıştır. Çalışmaya 313 öğrenci katılmıştır. Veriler çoklu temsil testi ile elde edilmiş ve deney ve kontrol gruplarına uygulanmıştır. Çalışmanın sonunda sonuçlar deney grubunun puanlarının daha yüksek olduğunu ve SOLO taksonomisinin öğretmenlerin öğrencilerin öğrenmelerini değerlendirmesinde etkili bir yöntem sağladığını göstermiştir.

Lian ve Idris (2006) tarafından yapılan araştırmaya gelince, çalışmada SOLO modelini öğrencilerin lineer denklem kullanmadaki cebirsel çözme becerilerinin değerlendirilmesi için bir çerçeve olarak kullanmak amaçlanmıştır. Veriler sekiz sorudan oluşan test ile elde edilmiştir. Lise öğrencilerinin cebirsel çözme süreçlerinin açıklığa kavuşturulması için öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın sonunda, sonuçlar öğrencilerin çoğunun tek yönlü yapısal ve çoklu yapısal olarak sınıflandırılabileceğini göstermiştir. Veri analizi, üst düzey öğrencilerin yinelenen doğrusal örüntüyü daha fazla arayabildiğini ve düşük yetenekli öğrencilerin çizim ve sayma yönteminde daha fazla yetenek gösterdiğini ortaya koymuştur. Ek olarak, sonuçlar lise düzeyinde cebirsel çözme yeteneğinin değerlendirilmesinde SOLO modelinin önemini göstermiştir.

Çelik (2007) tarafından yapılan çalışma matematik öğretmenlerinin cebirsel düşünme becerilerini (sembolik ve cebirsel ilişkilerin kullanımı, çoklu temsili kullanma ve genellemelerin formülleştirilmesi) SOLO taksonomisine göre karakterize etmeyi amaçlamıştır. Çalışmada kullanılan yöntem nitel yöntemdir. Çalışmanın katılımcıları sekiz matematik öğretmeni idi. Veriler 11 problemden oluşan cebirsel düşünme testi ile elde edilmiştir. Bu problemler üzerine öğretmenlerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın sonunda, sonuçlar matematik öğretmenlerinin çoğunun sembolik ve cebirsel ilişkilerin kullanımı, çoklu temsil kullanımı ve genellemenin formülleştirilmesinde düşük düzeyde ilişkisel düşünmeye sahip olduğunu göstermiştir. Bu, bilgilerini tutarlı bir yapıda becerilerle bütünleştiremeyecekleri anlamına gelir.

Lian ve Yew (2011) tarafından yapılan çalışmanın amacı, SOLO modelini kullanarak yinelenen örüntüyü genelleştirmede cebir öncesi düşünmenin geliştirilmesini ele almaktır. Araştırmacılar, önerilen çerçevenin ilkokul öğrencilerinin cebir öncesi düşünmesinin sistematik olarak tanımlanmasını sağladığını iddia etmişlerdir. Araştırmacılar, ilkokul öğrencilerinin SOLO modeline dayalı tekrar eden örüntü görevini çözmede cebir öncesi düşünme becerilerinin üç düzeyini, yani tek yönlü yapısal, çoklu yapısal ve ilişkisel yapısal düzeylerini sergileyebileceklerini varsaymışlardır. Çalışma öğretmenlere ve öğrencilerine pedagojik açıdan sağlam bir şablon sağlayan SOLO modelinin adaptasyonunu hazırlamış ve bu da cebir öncesi düşünmeyi geliştirmek için kullanılabilmiştir.

Tuna (2011) tarafından yapılan araştırmaya gelince, 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi üzerindeki etkisi, akademik başarıları ve trigonometri bilgilerinin korunması üzerindeki etkisi 10. sınıf trigonometri öğretiminde incelenmiştir. Araştırmanın katılımcıları, Kastamonu'nun merkezindeki bir Anadolu Lisesinde 10. sınıf öğrencileriydi ve bu çalışma 2009-2010 öğretim yılında yapıldı. Çalışma, bu öğrenciler arasından seçilen eşit bir deney ve kontrol grubu üzerinde yürütülmüştür. Araştırmacı deney grubundaki öğrencilere yapılandırmacı yaklaşıma dayalı 5E öğrenme modelinin kullanıldığı bir ortamda trigonometri dersini öğretmiştir. Sınıf öğretmeni kontrol grubundaki öğrencilere trigonometri dersinin resmi matematik öğretim programının etkinlikleri ile öğretti. Açık uçlu matematiksel düşünme sorularının analizinde SOLO taksonomisi kullanılmıştır.

Tuna (2012)'nın bir diğer çalışmasında aday matematik öğretmenlerinin matematiksel düşünme beceri düzeylerinin incelenmesi ve bu düzeylerin öğretmen adaylarının notlarına göre değişip değişmediğinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın katılımcıları, 2010-2011 güz döneminde bir devlet üniversitesinde Matematik Eğitimi Bölümü'ne devam eden yaklaşık 146 öğretmen adayıdır. Çalışma betimsel yöntemle yürütülmüştür. Matematiksel düşünme becerilerine ilişkin açık uçlu sorular, matematik toplama tanımı dikkate alınarak veri toplama amacıyla öğrencilere uygulanmıştır (yirmi üç 1. sınıf, kırk altı 2. sınıf, otuz iki 3. sınıf öğrencisi, kırkbeş 4. sınıf öğrencisi). Sorular SOLO taksonomisine göre analiz edildi. Çalışmanın sonunda, sonuçlar öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisine göre tek yönlü yapısal düzeyde olduğunu göstermiştir. Ayrıca, matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme beceri puanları aldıkları dereceye göre önemli ölçüde farklılık göstermektedir.

Bağdat (2013) tarafından yapılan araştırmaya gelince, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisi ile araştırılması amaçlanmıştır. Çalışmada benimsenen yöntem nitel araştırmadır. Araştırmanın katılımcıları, Türkiye'de sekizinci sınıf öğrencilerinden 15 öğrenci olup, çalışma 2011-2012 öğretim yılında gerçekleştirilmiştir. Veriler sekiz problemden oluşan cebirsel düşünme testi ile elde

edilmiş ve öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonunda sonuçlar çoğu öğrencinin ilişkisel düşünme düzeyinin altında olduğunu göstermiştir. Semboller ve cebirsel ilişkileri kullanmak öğrenciler için en zor beceridir.

İncikabı ve Biber (2016) tarafından yapılan "İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyonlar Konusu İle İlgili Kurdukları Problemler: SOLO Taksonomisine Göre Analiz" başlıklı çalışmada benimsenen yöntem bir durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcıları 67 matematik öğretmen adayıdır. Çalışmanın sonunda, sonuçlar öğretmen adaylarının seviyelerinin çoğunun yapı öncesi, çok yönlü yapı ve ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde olduğunu göstermiştir. Çok azının seviyeleri soyutlanmış yapı düzeyindedir.

2.4 İkinci Dereceden Denklemler Üzerine Çalışmalar

Vaiyavutjamai ve Clements (2006) tarafından yapılan çalışmada, sınıf öğretiminin öğrencilerin ikinci dereceden denklemleri anlamalarına etkisinin araştırılması hedeflenmiştir. Çalışmaya Tayland'daki ortaokullardan 231 öğrenci katılmıştır. Veriler ikinci dereceden denklemler içeren problemler testinin çözümünden elde edilmiştir. Çalışmanın sonuçları öğrencilerin ikinci dereceden denklemlerdeki performanslarının iyileştiğini ve öğretim sonrası ilgili kavramları daha iyi anladıklarını göstermiştir. Bununla birlikte, çoğu öğrenci ikinci dereceden denklemlerin çözümü ile ilişkili matematiksel kavramları etkili bir şekilde anlamamıştır.

Didiş, Baş ve Erbaş (2011) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerdeki düşünmelerinin araştırılması amaçlanmıştır. Çalışmaya Antalya, Türkiye'de bir liseden 113 öğrenci katılmıştır. Veriler ikinci dereceden denklemlerle ilgili açık uçlu bir testle elde edilmiştir. Öğrencilerin ikinci dereceden denklemleri çözmedeki anlayışlarının ilişkisel (veya kavramsal) değil araçsal (veya prosedürel) olduğu sonucuna varılmıştır.

Memnun, Aydın, Dinç, Çoban ve Sevindik (2015) tarafından yapılan araştırmaya gelince, lise öğrencilerinin ikinci dereceden denklemler ve fonksiyonlar hakkındaki başarısızlıkları ve yetersizlikleri hakkında bilgi sahibi olmak amaçlanmıştır.

Çalışmanın modeli bir durum çalışmasıdır. Çalışmaya 182 öğrenci katılmıştır. Sonuçlar, öğrencilerin büyük bir bölümünün ikinci dereceden denklemler ve fonksiyonlar konusunda başarısızlıklara ve yetersizliklere sahip olduğunu göstermektedir. Öğrenciler genellikle matematiksel işlemlerde ne yapılacağına karar verememişler ve bazı aritmetik hatalar yapmışlardır.

Didis ve Erbas (2015) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin bir bilinmeyenli ikinci dereceden denklemleri formülleştirme ve çözmedeki performans ve zorluklarının araştırılması amaçlanmıştır. Çalışmaya 3 liseden 217 öğrenci katılmıştır. Veriler, sekiz sembolik denklem ve dört ikinci dereceden sözlü problem ile 16 öğrenciyle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden oluşan açık uçlu bir anket aracılığıyla toplanmıştır. Öğrencilerin yazılı cevapları ve görüşme verileri nitel olarak analiz edilmiştir. Sonuçlar öğrencilerin sembolik ikinci dereceden denklemleri ve ikinci dereceden kelime problemlerini çözmede zorluk yaşadıklarını göstermiştir. Ancak, sembolik ikinci dereceden denklemlerde ikinci dereceden sözlü problemlere göre daha iyi performans göstermişlerdir

Güner (2017) tarafından yapılan çalışmada, lise öğrencilerinin ikinci dereceden denklemleri çözme başarısını araştırmak amaçlanmıştır. Araştırmaya Türkiye'deki 10. sınıflardan oluşan elli öğrenci katılmıştır. Veri toplamada, tüm öğrencilere ikinci dereceden denklemlerle ilgili dokuz açık uçlu soru uygulanmıştır. Çalışmanın sonuçları, öğrencilerin çoğunun ikinci dereceden denklemleri çözmekte güçlük çektiğini ve cebirdeki zayıflıklarından dolayı hata yaptığını göstermiştir.
Kabar (2018) tarafından yapılan çalışmada, ortaokul öğrencilerinin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramları hakkında bilgi edinilmesi amaçlanmıştır. Araştırmaya bir liseden 14 öğrenci katılmıştır. Veriler ikinci dereceden denklem kavramı ile bilgi toplamak amacıyla açık uçlu bir anket ve öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanmıştır. Sonuçlar öğrencilerin ikinci dereceden denklem kavramının oldukça sınırlı olduğunu göstermiştir. Ayrıca, öğrencilerin polinom, değişken ve eşittir işaretinde bilgi eksikliği olduğu saptanmıştır.

Önceki Çalışmalar Hakkında Genel Yorum:

Bu bölümde yer alan önceki çalışmalar, mevcut çalışma ile birçok açıdan benzerlikler ve farklılıklar göstermektedir.

1. Önceki çalışmalar izlenen yöntem bakımından çeşitlilik göstermektedir. Araştırmacılardan bazıları çalışmalarında nicel yaklaşımı kullanmıştır (Palabıyık, 2010; Niklad, 2004). Bir tanesi çalışmasında betimsel yaklaşımı kullanmıştır (Walkoe, 2013). Bazıları deneysel yaklaşımı kullanmıştır (Moseley ve Brenner, 1997; Gürbüz ve Şahin, 2015). Bazıları hem tanımlayıcı hem de yarı deneysel yaklaşım kullanmıştır (Berg, 2012; Dindyal, 2003; Hail, 2001; Lian ve Idris, 2006; Vaiyavutjamai ve Clements, 2006). Bazıları nitel ve nicel yaklaşımı kullanmıştır (Nurhayati, Herman ve Suhendra, 2017; Sünkür, İlhan ve Kılıç, 2012; Gülpek, 2006).

   Yapılan çalışma, nitel ve nicel yaklaşımın kullanımı konusunda daha önce yapılmış bazı çalışmalarla hemfikirdir ve iki ülke arasında cebirsel düşünme ve doğrulamanın kullanımından farklıdır.

2. Önceki çalışmalar kullanılan örneklem açısından çeşitlilik göstermektedir. Araştırmacılardan biri araştırmasında ilkokul öğrencilerinden oluşan örneklemi kullanmıştır (Berg, 2012). Araştırmacıların bazıları ortaokul öğrencilerinden oluşan örneklemden faydalanmıştır (Muthmainnah, Muthmainnah, Priatna ve Priatna, 2017; Dindyal, 2003; Dede ve Argün, 2003; Akkan ve Adnan, 2016; Sfard ve Linchevski, 1994; Karataş ve Güven, 2004; Knuth, 2000; Güner, 2017; Didiş ve Erbaş, 2011; Memnun, Aydın, Dinç, Çoban ve Sevindik, 2015; Kabar ve Gözde, 2018; Didis ve Erbas, 2015). Araştırmacılardan biri üniversite öğrencilerinden oluşan örneklemi kullanmıştır (Reed, 2008).

   Yapılan çalışma, önceki bazı çalışmalarda kullanılan örneklemde ortaöğretim öğrencilerinin seçilmesi açısından benzerdir.

3. Önceki çalışmalar cebirsel düşünme ile ilgili olarak kullanılan çalışma araçlarında çeşitlilik göstermektedir. Bazı araştırmacılar çalışmalarında

gözlem ve görüşme araçlarını kullanmışlardır (Berg, 2012; Walkoe, 2013). Bazı araştırmacılar çalışmalarında test ve mülakat aracını kullanmışlardır (Bağdat, 2013; Çelik, 2007). Bazı araştırmacılar cebirsel düşünme testi kullanmışlardır (Sünkür, İlhan ve Kılıç, 2012).

Yapılan çalışma, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini ölçmek için cebirsel düşünme testini kullanması bakımından önceki bazı çalışmalarla hemfikirdir

4. Çalışmaların bazıları cebirsel düşünmeyi akademik başarıyla ilişkilendirmekle, bazıları da cebirsel düşünme becerilerinden sadece biriyle ilgilenmiştir.

   Yapılan çalışma, cebirsel düşünme becerilerini SOLO taksonomisine göre inceleyen bazı çalışmalarla uyumludur (Bağdat, 2013; Çelik, 2007).

Önceki Çalışmalardan Yararlanma:

Önceki çalışmalar dikkate alınarak yapılan çalışmada aşağıdakilerden yararlanılmıştır:

1. Literatür dikkate alınarak araştırma probleminin belirlenmesi.
2. Çalışma araçları, çalışma yöntemi, istatistiksel analiz yöntemleri ve izlenen metotlar hakkında bilgi.
3. Ölçme aracı geliştirme.
4. Araştırma sonuçların tartışılması ve yorumlanması.

Cebirsel düşünme becerilerine artan ilgiyi açıkça gösteren farklı zaman aralıklarında ve farklı yerlerde daha önce çalışmalar yapıldığı görülmüştür.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli, çalışma grubu, veri toplama ve çalışma prosedürleri ile veri analizi hakkında bilgi verilmektedir.

3.1 Araştırmanın Modeli

Araştırmalarda, nicel veya nitel araştırma yöntemleri kullanılabilir veya her iki yöntem birlikte kullanılabilir. İki yöntemin birlikte kullanıldığı yönteme karma yöntem denir. Nitel ve nicel veriler karma bir yöntemle birleştirilebilir ve bir çalışmada verilebilir (Fırat, Kabakçı Yurdakul ve Ersoy, 2014).

Bu çalışmada, SOLO taksonomisine göre ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini açıklamak ve analiz etmek için nitel tasarım kullanılmıştır. Analizler, uygulanan ölçme aracından (Cebirsel Düşünme Testinden) elde edilen nitel verilere dayanmaktadır. Ölçme aracı, "semboller ve cebirsel ilişkiler, çoklu temsiller ve genellemelerin formüle edilmesi" becerilerini içeren bir testten oluşmaktadır. Bu test hem Arapça hem de Türkçe olarak hazırlanmıştır. Libyalı ve Türk öğrencilere ikinci dereceden denklemlerde cebirsel düşünme testi olarak uygulanmıştır.

Araştırmada var olan bir durumu müdahale etmeden açıklamak için nicel tasarım kullanılmıştır. Araştırmacının büyük miktarda veriyi anlamlı bir şekilde düzenlemesine yardımcı olmak ve nicel veriler sunmak için tanımlayıcı istatistiklerden faydalanılmıştır (Fraenkel ve Wallen, 2006). Nicel verilerin özetlenmesi için teknik olarak medyan, ortalama, standart sapma ve histogramdaki merkezi eğilim ölçüleri kullanılmıştır. Ayrıca, Libyalı ve Türk öğrencilerin seviyelerini karşılaştırmak için Mann-Whitney U testi kullanılmıştır.

3.2 Çalışma Grubu

Bu çalışmada, çalışma grubu 2018-2019 akademik yılında Libya'da ve Türkiye'de bulunan üçer lisedeki öğrencilerden oluşmaktadır. Tablo 3.1'de görülebileceği gibi,

çalışma grubu Libya'daki Trablus şehrinde üç devlet lisesinde 112, Türkiye'de Kastamonu şehrinde üç devlet lisesinde 129 öğrenciden oluşmaktadır. Libya ve Türkiye'deki öğrenci sayıları ve okul isimleri hakkında bilgi Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1 Çalışma grubu hakkında bilgi

Okullar	**Tripoli Lisesi**		**Almanar Lisesi**		**Alnser Lisesi**		
Libyalı Öğrenciler	Erkek	Kız	Erkek	Kız	Erkek	Kız	Toplam
	37	0	0	56	0	19	112
Okullar	**Fen Lisesi**		**Göl Anadolu Lisesi**		**Abdurrahman Paşa Lisesi**		
Türk Öğrenciler	Erkek	Kız	Erkek	Kız	Erkek	Kız	Toplam
	12	30	14	29	24	30	129

Gerekli izinler alındıktan sonra, seçilen okullardaki katılımcılar uygun örnekleme yöntemine göre seçilmiştir ve uygun örnekleme (Patton, 1987) yaklaşımı uygun görülmüştür. Ayrıca, bu çalışmada sorulan soruların cevaplanması için, bu öğrenciler yeteri kadar yüksek sınıftaydı ve ortaöğretimi bitirmek üzereydiler. Öğrenciler ikinci dereceden denklemler hakkında önceden bilgi sahibi idiler. Yani ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler üzerinde çalışmışlardı. Bu nedenle ikinci dereceden denklemler hakkında yeterli bilgiye sahip oldukları varsayılmıştır.

3.3 Veri Toplama Araçları

Çalışmanın alt problemlerine cevap vermek için, veri toplama aracı aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

3.3.1 Cebirsel Düşünme Testi:

Araştırmacı cebirsel düşünme sorularını hazırlamaya çalışmış ve ikinci dereceden denklemler hakkında bir cebirsel düşünme becerileri testi hazırlamıştır. Araştırmacı, cebirsel düşünme becerilerini ölçmek için soru seçerken, öğrencilerin düşünme

stratejilerini, olgunluklarını ve problem çözme becerilerini ortaya koymasının yanında aşağıdaki boyutları da dikkate almaya gayret etmiştir:

1. Genellemelerin formülleştirilmesi,
2. Semboller ve cebirsel ilişkiler,
3. Çoklu temsiller.

Libyalı ve Türk öğrencilerin genelleme formüle etme, semboller ve cebirsel ilişkiler kurma ve çoklu temsiller kullanma becerilerini araştırmak için 16 soru hazırlanmış ve düzenlenmiştir. Bu test hem Arapça hem de Türkçe olarak hazırlanmıştır. Bu testin hazırlanmasında literatür çalışmaları yararlı olmuş ve Bağdat (2013) tarafından yayımlanan örnek sorular da dahil edilmiştir. Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesindeki uzmanlardan bu soruların dil, seviye ve içeriklerinin uygun olup olmadığını kontrol etmek için görüşler alınmıştır. Veri toplama aracının düzenlenmiş hali (cebirsel düşünme becerileri testi) EK 1'de verilmiştir. Tablo 3.2'de gösterilen sorular yukarıdaki boyutlara göre sınıflandırılmıştır.

Tablo 3.2 Çalışma sorularının sınıflandırılması

Boyutlar	**Sorular**
Genellemelerin Formülleştirilmesi	1-5-8-12
Semboller ve Cebirsel Ilişkiler	2-6-7-9-10-14
Çoklu Temsiller	3-4-11-13-15-16

Ayrıca, her bir sorunun nasıl değerlendirileceğini belirlemek için değerlendirme kriterleri EK 2'de verilmiştir.

3.3.2 Ölçme Aracının Geçerliliği ve Güvenilirliği

Cebirsel düşünme becerileri ile ilgili bir dizi soru hazırlanmıştır. Testteki her soru öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini yansıtacak şekilde tasarlanmıştır. Soruların dil, seviye ve içerik açısından uygun ve geçerli olup olmadığını belirlemek için matematik eğitimi alanındaki uzmanların görüşü alınmıştır.

2018 akademik yılının Ocak ayında İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı okullarda çalışmaya yönelik Kastamonu Üniversitesi'nden alınan okullarda araştırma yapma iznini (Ek 4) aldıktan sonra Libyalı ve Türk öğrencilerle bir pilot testin yapılmasına karar verilmiştir. Cebirsel düşünme becerileri testinin güvenilirliğini kontrol etmek amacıyla pilot uygulama yapılmış, iki liseden seçilen 27 Libyalı öğrenciye ve üç liseden seçilen 75 Türk öğrenciye 16 sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. Araştırmacı, testin uygulanmasını denetlemiş, testi düzeltmiş, öğrencilerin cevaplarını değerlendirmiş ve iç tutarlılık katsayısını (Cronbach Alpha) hesaplamak için SPSS istatistik programını kullanarak analiz etmiştir. Test için iç tutarlılık katsayısı 0,79 çıkmıştır. İç tutarlılık katsayısının değeri eğitimsel olarak kabul edilebilir bir değerdir. Test yüksek derecede güvenilirliğe sahiptir ve çalışmanın uygulanmasında teste bağlı kalınabilir.

Çalışmanın esas uygulaması 2018 akademik yılının Ekim ayında başlamıştır. Üç liseden seçilen 112 Libyalı öğrenciye ve üç liseden seçilen 129 Türk öğrenciye 16 sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. Testten elde edilen verilerin güvenilirliğine gelince, kodlayıcırlar arasındaki uyumluluk dikkate alınmıştır. İki matematik eğitimi uzmanı, öğrenci cevaplarını bağımsız bir şekilde kodlamıştır. Yapılan kodlamanın güvenilirliği;

$$\text{Güvenilirlik} = \frac{\text{görüş birliği sayısı}}{\text{görüş birliği sayısı} + \text{görüş ayrılığı sayısı}} = 0{,}87 \qquad (3.1)$$

olarak belirlenmiştir. Miles ve Huberban (1994) tarafından önerilen bu formül ile güvenilirlik değeri 0,87 olarak bulunmuştur. 0,70 ve üzeri bir değer güvenilir bir kodlamayı gösterdiğinden, bu sonuç kodlayıcı analizinin tutarlılığını ölçmek için yeterlidir.

3.4 Süreç

Araştırmacı, araştırmayı hazırlamak için aşağıdaki adımları atmıştır:

1. Cebirsel düşünme konusu ile ilgili kitapların, önceki çalışmaların ve araştırmaların gözden geçirilmesi ve giriş yazımında bunlardan yararlanılması.

2. Çalışmanın soru, amaç ve yönteminin belirlenmesi.
3. Cebirsel düşünme becerilerini (genelleme, semboller ve cebirsel ilişkiler ve çoklu temsiller) ölçmek için çeşitli sorular hazırlamak amacıyla Libya ve Türkiye öğretim programının içeriğinin incelenmesi. Ayrıca soru hazırlamak için internetten ve önceki çalışmalardan faydalanılması.
4. Çalışmaya ait ölçme aracının hazırlanması: Cebirsel düşünme becerileri testi. Bu test 16 sorudan oluşmaktadır.
5. Ölçme aracının Kastamonu Üniversitesi Eğitim Fakültesinde bir grup uzmana sunarak düzenlenmesi.
6. Üniversite aracılığı ile, seçilen okullara test uygulanmadan önce, testin uygulanması için İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden izin alınması.
7. Pilot çalışma yapılarak cebirsel düşünme testinin güvenirliğinin kontrol edilmesi.
8. Esas çalışma kapsamında, cebirsel düşünme testinin uygulanması.
   Test Libya'dan 112 öğrenciye Trablus'ta üç lisede ve Kastamonu kentinde üç lisede 129 öğrenciye 2018-2019 akademik yılında uygulanmıştır. Önemli olması nedeniyle öğrencilere, emin olmasalar bile tüm soruları cevaplamaları söylenmiş, bu çalışmanın sonuçlarının matematik başarılarını etkilemeyeceği bildirilmiştir.
9. Sonuçların raporla aştırılması ve tartışılması.
10. Çalışmanın sonuçlarının çıkarılması ve öneriler geliştirilmesi.
11. Tezin yazılması.

3.5 Veri Analizi

Bu çalışmada, betimsel araştırma yöntemine göre öğrencilerin cevapları SOLO taksonomisine göre analiz edilmiştir. SOLO taksonomisine göre öğrencilerin cevapları ayrıntılı olarak incelenmiş ve cebirsel düşünme becerileri testine ilişkin düşünme düzeyleri incelenmiştir.

Öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri testine verdikleri cevaplar, SOLO taksonomisine bağlı olarak sayısal bir ölçek yardımıyla sınıflandırılmıştır (Mooney, 2002; Rider, 2004). Cevaplar şöyle kodlanmıştır:

"1" Yapı öncesi düzeyde cevap için (YÖD),

"2" Tek yönlü yapı düzeyde cevap için (TYYD),

"3" Çok yönlü yapı düzeyde bir cevap için (ÇYYD),

"4" İlişkilendirilmiş yapı düzeyde cevap için (İYD).

Buna ek olarak öğrenciler sorulara cevap vermediklerinde (Boş) sembol "0" dır.

Libyalı ve Türk öğrencilerin yanıtları ve şifreleme yöntemleri değerlendirildikten sonra elde edilen veriler, gerekli istatistiksel teknikleri belirlemek ve analiz etmek için istatistiksel paket programına (SPSS) girilmiştir. Elde edilen veriler SPSS programı kullanılarak analiz edilmiştir. Tanımlayıcı istatistiksel yöntemler (ortalama, medyan, standart sapma) kullanılmıştır. Verilerin normal olarak dağılıp dağılmadığını belirlemek için Kolmogorov Smirnov testi yapılmıştır. Buna ek olarak, bağımsız örneklemlerin istatistiksel analizi Mann-Whitney U testi, Libyalı ve Türk öğrencilerin ortalama düzeylerini karşılaştırmak için kullanılmıştır. Test edilen karşılaştırmalarda anlamlılık düzeyi (**p**) 0,05 düzeyindedir. Bu çalışmada, öğrenciler arasındaki fark anlamlı olduğunda, etki büyüklüğü incelenmiştir ($\mathbf{r} = z / \sqrt{N}$). Cohen'e (1988) göre etki büyüklüğü, $\mathbf{r} \leq 0{,}2$ değerleri için küçük, $0{,}2 < \mathbf{r} < 0.8$ değerleri için orta ve $\mathbf{r} \geq 0{,}8$ değerleri için büyük olarak isimlendirilmektedir.

4. BULGULAR VE YORUMLAR

Bu bölümde çalışmanın alt problemlerine ilişkin veri analizi bulguları sunulmuştur. Çalışmadan elde edilen veriler SPSS bilgisayar programı ile analiz edilmiştir. Aşağıda listelenen her alt problem için analiz bulguları sunulacaktır.

4.1 Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Çalışmanın ilk alt problemi olan "Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genellemeleri formüle etme becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

4.1.1 Genellemelerin Formülleştirilmesiyle İlgili Öğrenci Cevaplarının SOLO Taksonomisine Göre Analizi

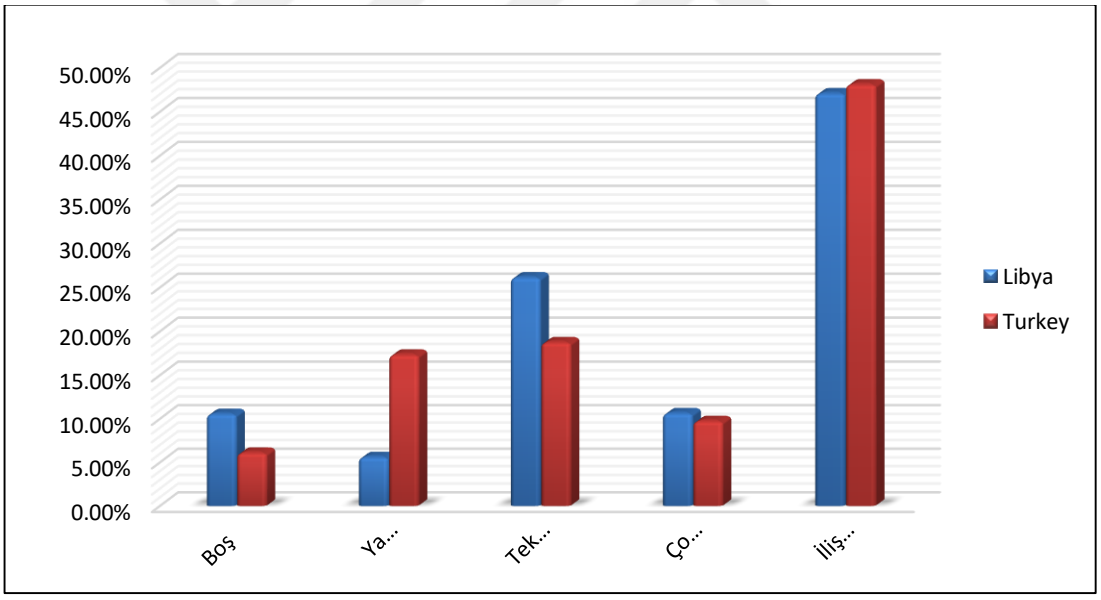
Türk ve Libyalı öğrencilerin cebirsel düşünme testinde ikinci dereceden denklemlerle ilgili cevapları analiz edilmiş ve tablo halinde verilmiştir. Elde edilen sonuçlar grafik şeklinde sunulmuştur. Ayrıca, genellemeleri formülleştirme becerisi ile ilgili sorulara öğrencilerin verdikleri cevaplardan bazı örnekler verilmiştir. Tablo 4.1 ve Grafik 4.1 Türk ve Libyalı öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genellemeleri formülleştirme becerilerini göstermektedir.

Tablo 4.1 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genellemeleri formülleştirme beceri düzeyleri

Genellemeleri Formülleştirme	**SOLO Taksonomisi**				
	Boş (B) (%)	**Yapı Öncesi Düzey (%)**	**Tek Yönlü Yapı Düzeyi (%)**	**Çok Yönlü Yapı Düzeyi (%)**	**İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyi (%)**
Libya	10,6	5,6	26,1	10,6	47,1
Türkiye	6,1	17,3	18,8	9,7	48,1

Tablo 4.1 incelendiğinde ilişkilendirilmiş yapı düzeyindeki ve çok yönlü yapı düzeyindeki Türk ve Libyalı öğrenci sayıları arasında belirgin bir fark yoktur. Tabloda

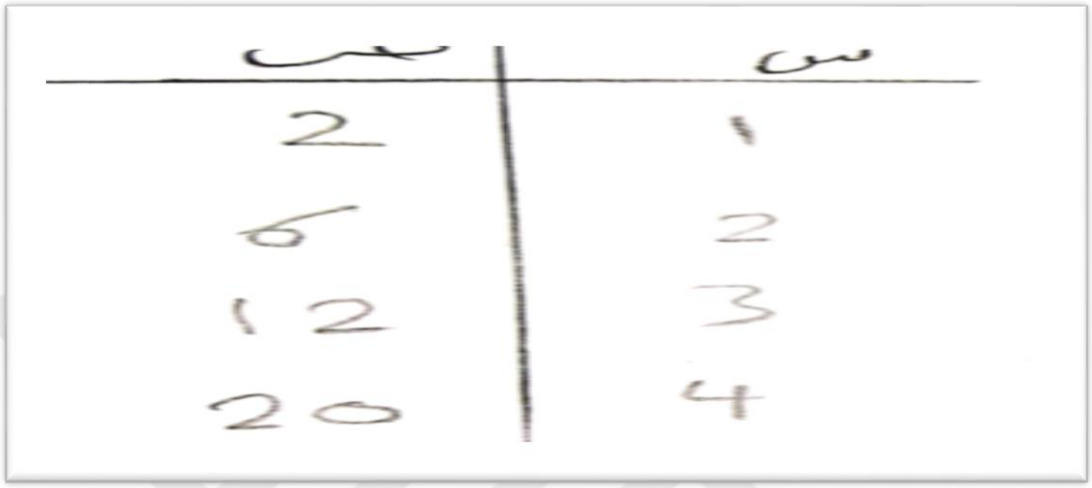
görüldüğü gibi Libyalı öğrencilerin % 47,1'i ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde ve % 10,6'sı çok yönlü yapı düzeyinde dir. Türk öğrencilere gelince % 48,1'i ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde ve % 9,7'si çok yönlü yapı düzeyindedir. Buna ek olarak, Tablo tek yönlü yapı düzeyinde ve yapı öncesi düzeyde az sayıda Libyalı ve Türk öğrencinin olduğunu göstermektedir. Libya için öğrencilerin % 5,6'sı yapı öncesi ve % 26,1'i tek yönlü yapı düşünme seviyelerindedir. Türk öğrencilerin % 17,3'ü yapı öncesi, % 18,8'i tek yönlü yapı düşünme seviyelerindedir. Libyalı öğrencilerin % 10,6'sı ve Türk öğrencilerin % 6,1'i genellemeleri formüle etme becerisi ile ilgili soruları yanıtlamaya çalışmamıştır. Bu sonuçlar, Türk ve Libyalı öğrencilerin genellemeleri formüle etme konusunda yüksek becerilere sahip oldukları, çoğu Türk ve Libyalı öğrencinin ileri düşünme düzeylerine ulaşmada başarılı oldukları ve tabloda gösterilen sonuçların ileri düşünmenin bir ürünü olarak değerlendirilebileceği şeklinde yorumlanabilir.



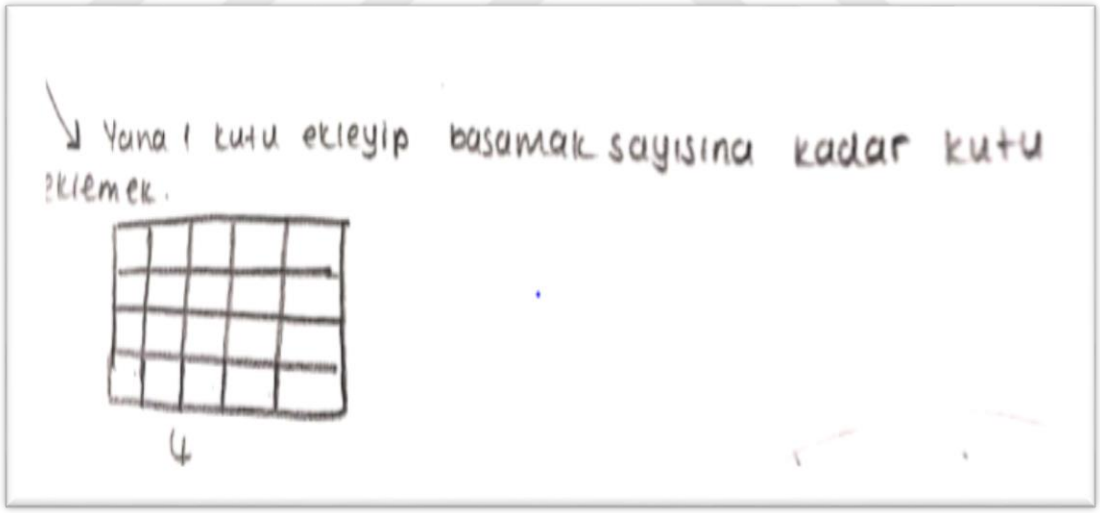
Grafik 4.1 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genellemeleri formülleştirme becerisi

Grafik 4.1'de görüldüğü üzere, sonuçlar araştırmaya katılan Türk ve Libyalı öğrencilerin büyük bir bölümünün, genellemeleri formülleştirme becerisi gerektiren sorularda ileri düşünme seviyelerine ilerlemede başarılı olabileceğini göstermektedir. Türk ve Libyalı öğrencilerin seviyelerinin büyük yüzdesi ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde yoğunlaşmaktadır. Libyalı öğrenciler için % 47,1'i ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde ve Türk öğrenciler için % 48,1'i ilişkilendirilmiş yapı düzeyindedir. Bu,

öğrencilerin genellemeleri formülleştirmeyle ilgili düşünme seviyelerinin yüksek olduğunu anlamına gelir. Libyalı ve Türk öğrencilerin ilk soruya tek yönlü yapı düzeyinden ilişkilendirilmiş yapı düzeyine verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda verilmiştir:



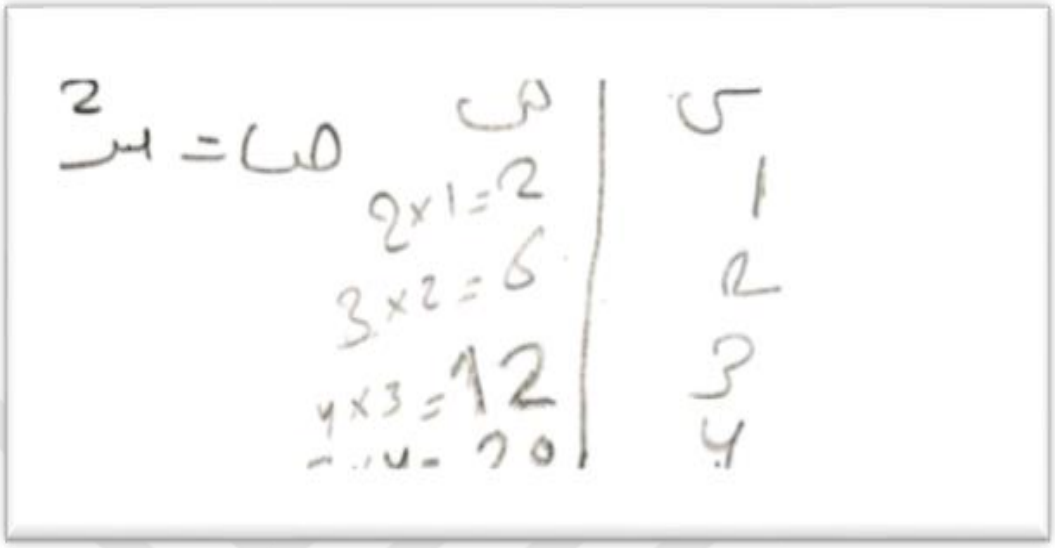
Şekil 4.1 Bir Libyalı öğrencinin 1. soruya cevabı



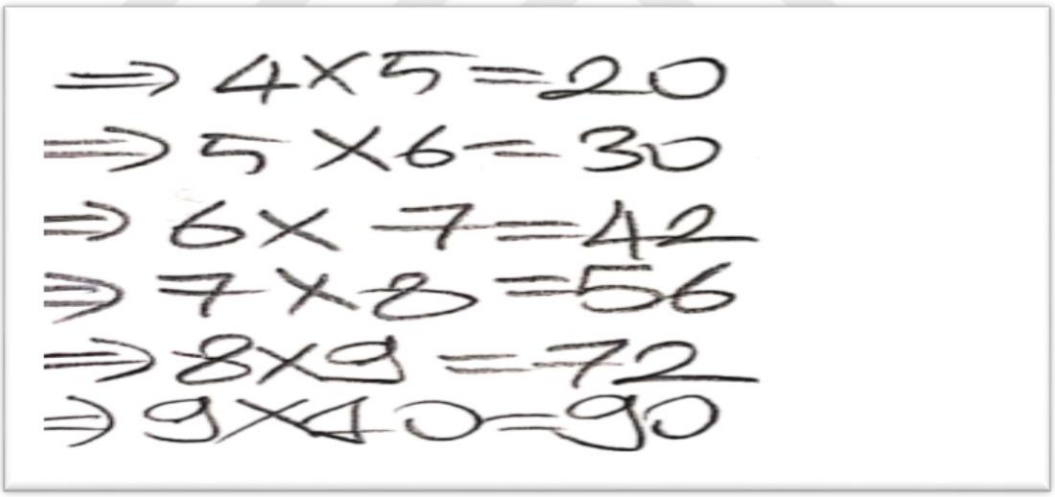
Şekil 4.2 Bir Türk öğrencinin 1. soruya cevabı

Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 bu iki öğrencinin çözümü bulma bilgisine sahip olduğunu, öğrencilerin örüntüyü genelleştirme anlayışına sahip olduklarını, ancak öğrencilerin bir örüntü kuralı oluşturmaya çalışmadıklarını ve çözümü tamamlamadıklarını göstermektedir. Libyalı öğrenci aritmetik yöntemini, Türk öğrenci ise çizim yöntemini

kullanmıştır ve her iki öğrenci de çözümü bulmak için bir adım kullanmıştır. Bu sebeple öğrencilerin cevapları TYYD'de kabul edilmektedir.

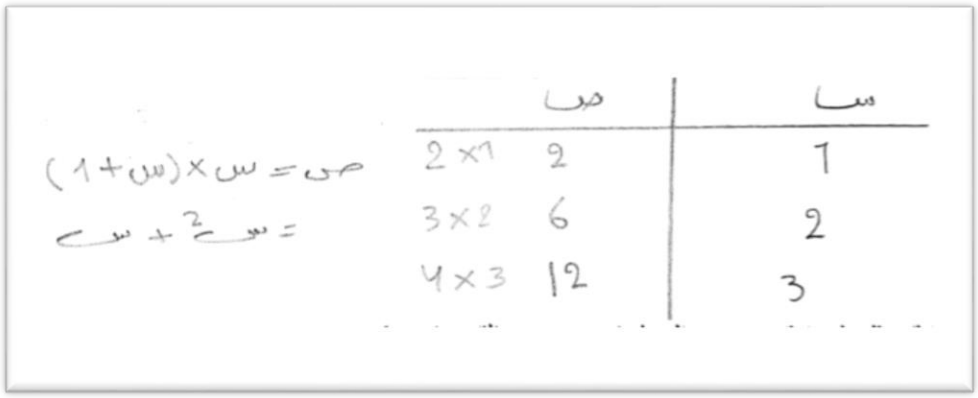


Şekil 4.3 Bir Libyalı öğrencinin 1. soruya cevabı

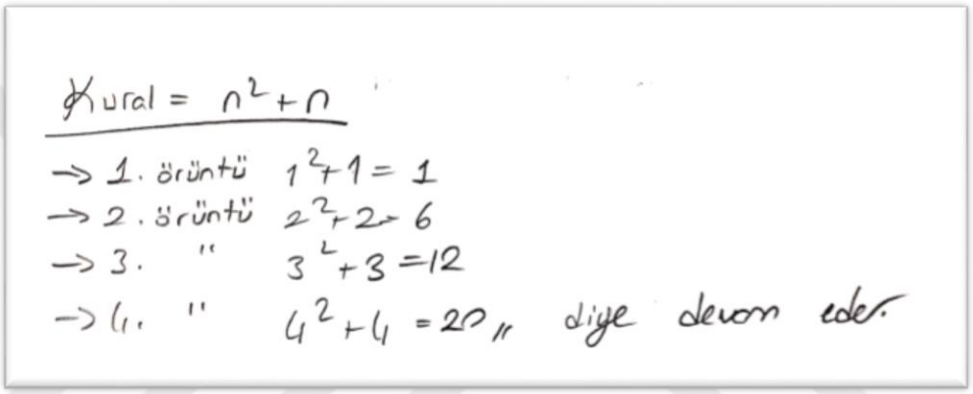


Şekil 4.4 Bir Türk öğrencinin 1. soruya cevabı

Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'de gösterildiği gibi, bu iki öğrenci daha karmaşık bir ilişki kurmayı başarmış ve uygun adımı kullanabilmişlerdir. Libyalı öğrenci dördüncü adımı bulabilir ve açık bir şekilde, bir örüntünün nasıl büyüdüğünü bilir, ancak bir kural koyamaz. Türk öğrenciye gelince, aritmetik yöntemlerle beşinci adımı bulabilir, bu örüntünün herhangi bir adımına doğru bir şekilde ulaşabilir, belli ki, bir örüntünün nasıl büyüdüğünü bilir ama bir kural koyamaz. Bu nedenle, öğrencilerin cevapları ÇYYD'de kabul edilmiştir.



Şekil 4.5 Bir Libyalı öğrencinin 1. soruya cevabı



Şekil 4.6 Bir Türk öğrencinin 1. soruya cevabı

Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'ya göre, öğrenciler bu soruya doğru bir cevap vermeyi başarmışlardır. Öğrenciler doğru yöntemi kullanarak bir çözümü sunmak için gerekli bilgi ve becerilere sahiptirler, çözümde iyi bir adım atmışlardır, öğrenciler uygun adımları kullanarak problemi çözebilmişler ve bir örüntü kuralı oluşturabilmişlerdir. İlişkiyi genelleyebilir ve bir kural koyabilir, örüntü sayısını blok sayısıyla ilişkilendiren kuralı bulabilir ve örüntünün nasıl büyüdüğünü belirleyebilirler. Bu nedenle, öğrencilerin cevapları İYD'de kabul edilmiştir.

4.1.2 Genellemeleri Formülleştirme ile İlgili İstatistiksel Analizler

İlk alt problemin cevabını bulmak için, SOLO taksonomisine (Mooney, 2002; Rider, 2004) bağlı olarak sayısal bir ölçek yardımıyla derecelendirilen öğrenci yanıtları SPSS Programı ile analiz edilmiştir. SPSS programından elde edilen bulgular tablolar,

grafikler ve yorumlar halinde sunulmuştur. Tablo 4.2'de genellemelerin formülleştirilmesine ilişkin tanımlayıcı istatistikler verilmiştir.

Tablo 4.2 Genellemelerin formülleştirilmesi becerisinde öğrencilerin tanımlayıcı istatistikleri

Gruplar	**Aritmetik Ortalama ($\bar{X}$)**	**Standart Sapma (Ss)**
Libya	30,54	5,214
Türkiye	30,39	6,232

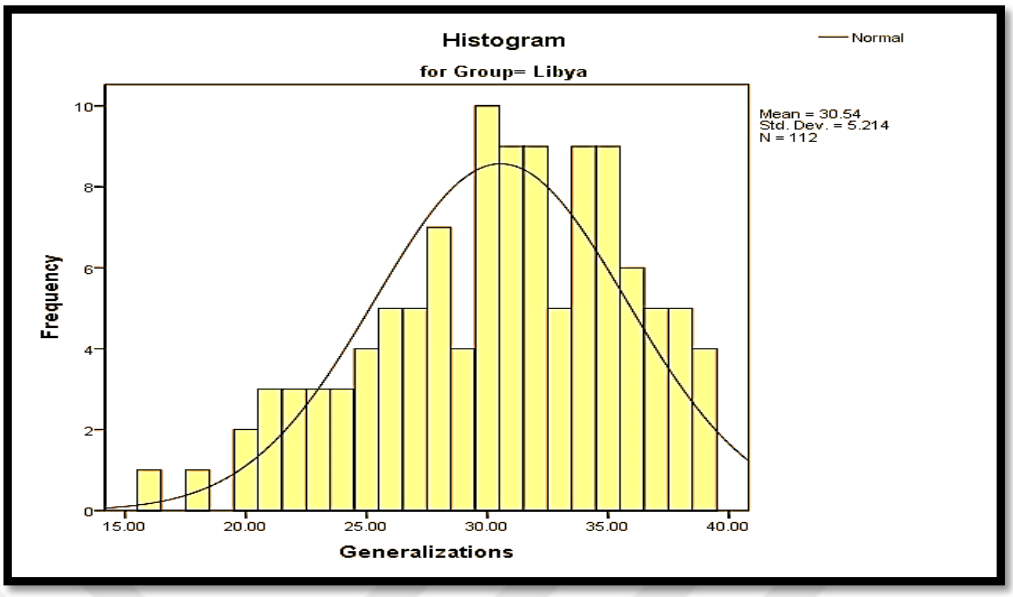
Tablo 4.2'den Libyalı öğrencilerin aritmetik ortalamasının $\bar{X}$ = 30,54 ve Türk öğrencilerin aritmetik ortalamasının $\bar{X}$= 30,39 olduğu görülmektedir. Genellemelerin formülleştirilmesi becerilerinde Libyalı öğrencilerin ortalamaları ile Türk öğrencilerin ortalamaları arasında fark olmadığı görülmektedir.

Kolmogorov-Smirnov testi, Libyalı ve Türk öğrencilerin genellemeleri formülleştirme becerileri ile ilgili test sonuçlarının normal dağılım gösterip göstermediğini test ederek ortalamalar arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını kontrol etmek için ve kullanılacak analizlere karar vermek için kullanılmıştır. Normallik testinin sonuçları Tablo 4.3'de verilmiştir.

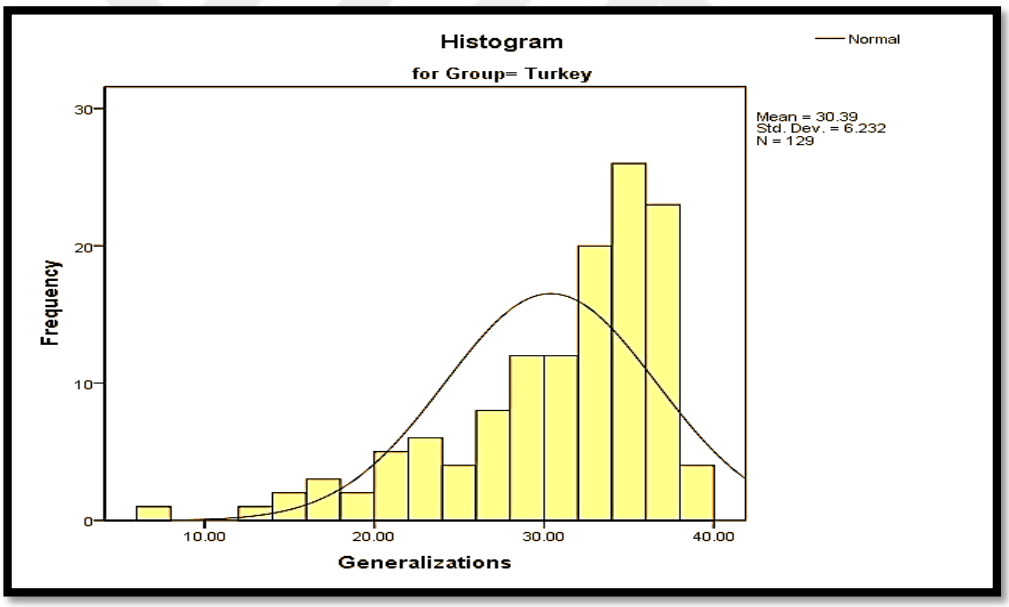
Tablo 4.3 Genellemelerin formülleştirilmesi becerisi normallik testi bulguları

Genellemeleri Formülleştirme	**Kolmogorov – Smirnov [a]**		
	İstatistik	**Öğrenci Sayısı (N)**	**Anlamlılık Düzeyi (p)**
	0,092	112	0,020
	0,168	129	0,000

Tablo 4.3'deki bulgulara göre, tüm **p** değerlerinin Libyalı ve Türk öğrenciler için 0,05'den küçük olduğu görülmüştür. Bunlar, genellemeleri formülleştirme becerisinin test sonuçlarını normal dağılım için uygun olmadığını gösterir (**p**<0,05). Aynı zamanda, burada verilerin, çoğunlukla histogramın sol tarafında yer aldığı Grafik 4.2 ve Grafik 4.3'de de açıktır.



Grafik 4.2 Libyalı öğrencilerin genellemeleri formülleştirme becerilerinin histogramı



Grafik 4.3 Türk öğrencilerin genellemeleri formülleştirme becerilerinin histogramı

Veriler normal dağılım için uygun olmadığından parametrik olmayan istatistiksel yöntemlerden biri olan Mann-Whitney U testi kullanılması tercih edilmiştir. Mann-Whitney U testinin sonuçları Tablo 4.4'de sunulmuştur.

Tablo 4.4 Genellemelerin formülleştirilmesi becerisine ilişkin Mann-Whitney U Testi'nin bulguları

Gruplar	Öğrenci Sayısı (N)	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	Mann-Whitney (U)	Anlamlılık Düzeyi (p)	Z
Libya	112	118,17	13234,50	6906,500	0,555	-0,590
Türkiye	129	123,46	15926,50			

Mann-Whitney U testi sonuçlarına göre, cebirsel düşünme sınavında Türk ve Libyalı öğrencilerin genellemeler formülleştirme becerisinin düzeyleri arasında anlamlı bir fark yoktur (**U** = 6906,500; **p** = 0,555 > 0,05; **z** = -0,590). Buna göre, genellemeleri formüle etme becerisi açısından Libyalı ve Türk öğrencilerin seviyelerinin eşdeğer olduğu ve Libyalı ve Türk öğrenciler arasında seviyelerine göre anlamlı bir fark olmadığı söylenebilir.

4.2 İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Çalışmanın ikinci alt problemi olan "Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

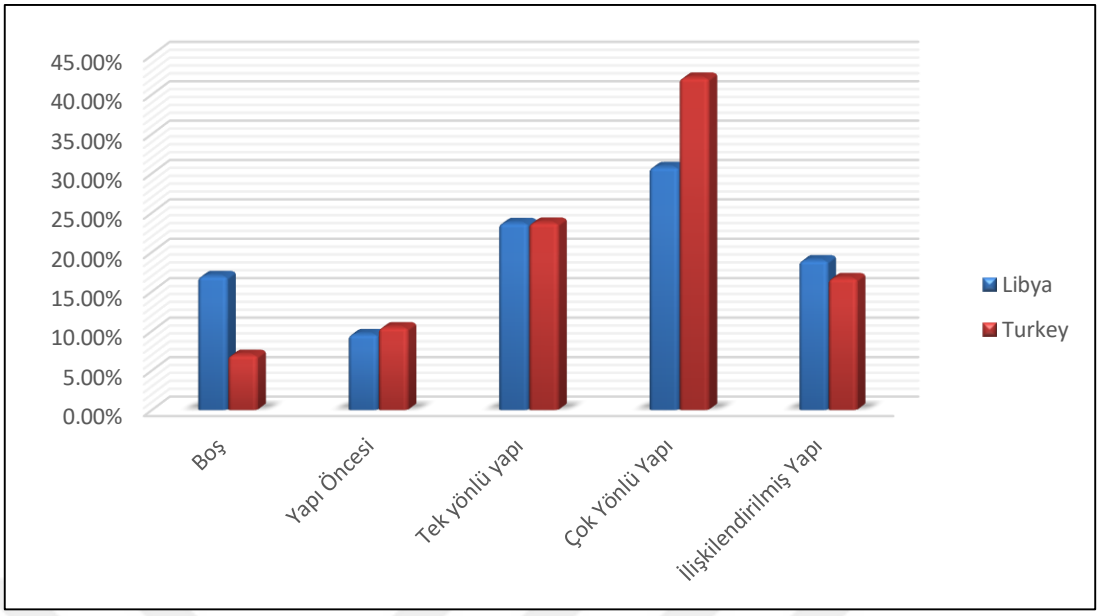
4.2.1 Sembol ve Cebirsel İlişkilerdeki Becerilerle İlgili Öğrenci Cevaplarının SOLO Taksonomisine Göre Analizi

Türk ve Libyalı öğrencilerin cebirsel düşünme testinde ikinci dereceden denklemlerle ilgili cevapları analiz edilmiş ve tablo haline getirilmiştir. Elde edilen sonuçlar grafik halinde sunulmuştur. Ayrıca öğrencilerin sembol becerileri ve cebirsel ilişkiler ile ilgili sorulara verdikleri cevaplardan bazı örnekler verilmiştir. Tablo 4.5 ve Grafik 4.4, Türk ve Libyalı öğrencilerin SOLO taksonomisine göre sembol ve cebirsel ilişkiler becerilerini göstermektedir.

Tablo 4.5 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre sembol becerileri ve cebirsel ilişkilerdeki beceri düzeyleri

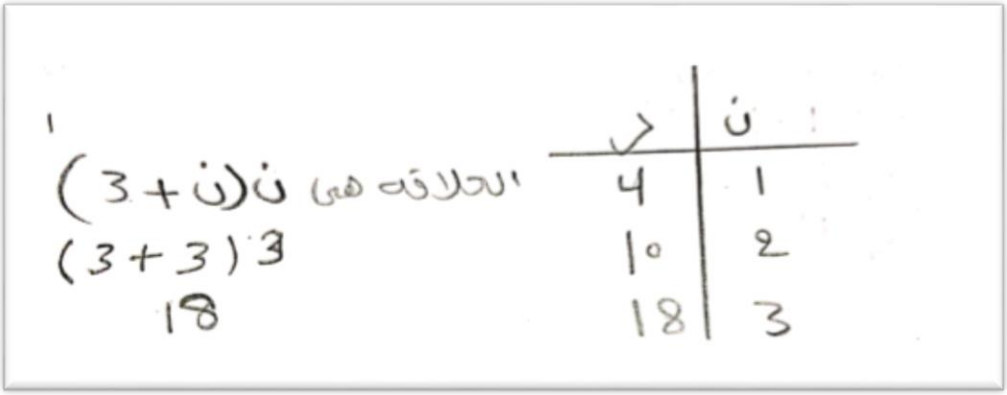
Semboller ve Cebirsel İlişkiler	**SOLO Taksonomisi**				
	Boş (B) (%)	**Yapı öncesi düzey (%)**	**Tek yönlü yapı düzeyi (%)**	**Çok yönlü yapı düzeyi (%)**	**İlişkilendirilmiş yapı düzeyi (%)**
Libya	16,9	9,6	23,7	30,8	19,0
Türkiye	7,0	10,5	23,7	42,1	16,7

Tablo 4.5 incelendiğinde hem Libyalı hem de Türk öğrenciler tek yönlü yapı, çok yönlü yapı ve ilişkilendirilmiş yapı seviyelerine ulaşmışlardır. Buna ek olarak, Türk ve Libyalı öğrencilerin ilişkilendirilmiş yapı düzeyindeki, çok yönlü yapı düzeyindeki ve tek yönlü yapı düzeyleri arasında büyük farklar yoktur. Tabloda gösterildiği gibi, Libyalı öğrencilerin % 19,0'u ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 30,8'i çok yönlü yapı düzeyinde ve % 23,7'si tek yönlü yapı düşünme seviyelerindedir. Türk öğrenciler için % 16,7'si ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 42,1'i çok yönlü yapı düzeyinde ve % 23,7'si tek yönlü yapı düzeyindedir. Ayrıca, tablo YÖD'de az sayıda Libyalı ve Türk öğrencinin olduğunu göstermektedir. Libyalı öğrenciler için % 9,6'sı yapı öncesi düşünme düzeyinde ve Türk öğrenciler için % 10,5'i yapı öncesi düşünme düzeyindedir. Libyalı öğrencilerin % 16,9'u ve Türk öğrencilerin % 7,0'ı sembollerin ve cebirsel ilişkilerin becerileri ile ilgili soruları yanıtlamaya çalışmadı. Bu sonuçlar, çoğu Türk ve Libyalı öğrencinin sembol kullanma ve cebirsel ilişkiler kullanma becerisi gerektiren sorularda ileri düzey düşünme düzeylerine ulaşmada başarılı olabileceği şeklinde yorumlanabilir.

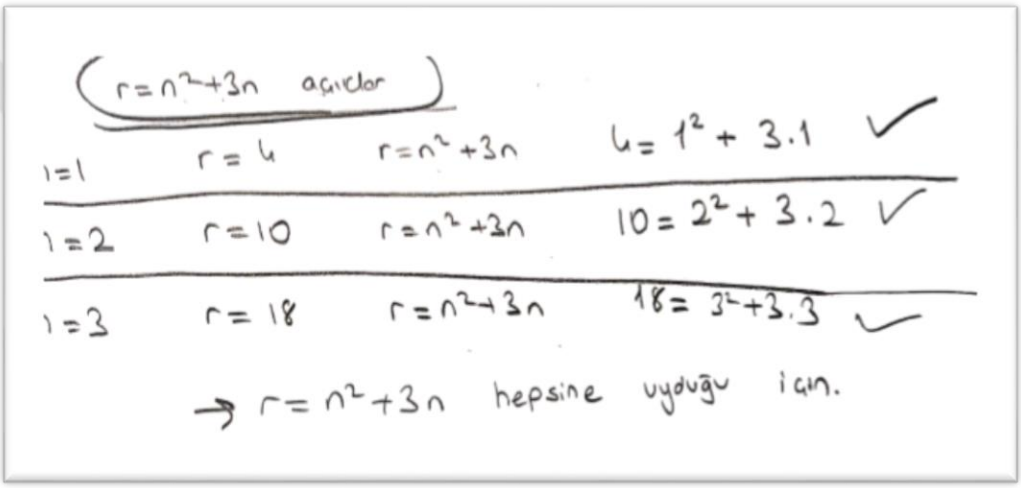


Grafik 4.4 Libya ve Türk öğrencilerle sembol ve cebirsel ilişkiler becerileri

Grafik 4.4'de görüldüğü üzere sonuçlar, çalışmaya katılan Türk ve Libyalı öğrencilerin büyük bir kısmının, sembol becerileri ve cebirsel ilişkiler gerektiren sorularda ileri düşünme seviyelerine ilerlemede başarılı olabileceğini göstermektedir. Türk ve Libyalı öğrencilerin yüksek yüzde oranı çok yönlü yapı düzeyinde yoğunlaşmaktadır. Libyalı öğrencilerin, % 30,8'i çok yönlü yapı düzeyinde iken Türk öğrencilerin % 42,1'i çok yönlü yapı düzeyindedir. Ayrıca, Libyalı ve Türk öğrenciler ilişkilendirilmiş yapı düzeyine ulaşabilmektedir. Bu sonuç bu iki seviyeye göre yorumlandığında Türk ve Libyalı öğrencilerin sembol ve cebirsel ilişki becerilerinde başarılı oldukları söylenebilir. Öğrenci düzeyleri ileri düşünmenin bir ürünü olarak değerlendirilebilir. Libyalı ve Türk öğrencilerin ikinci soruya tek yönlü yapı düzeyinden ilişkilendirilmiş yapı düzeyine verdikleri cevaplardan bazıları aşağıda verilmiştir:

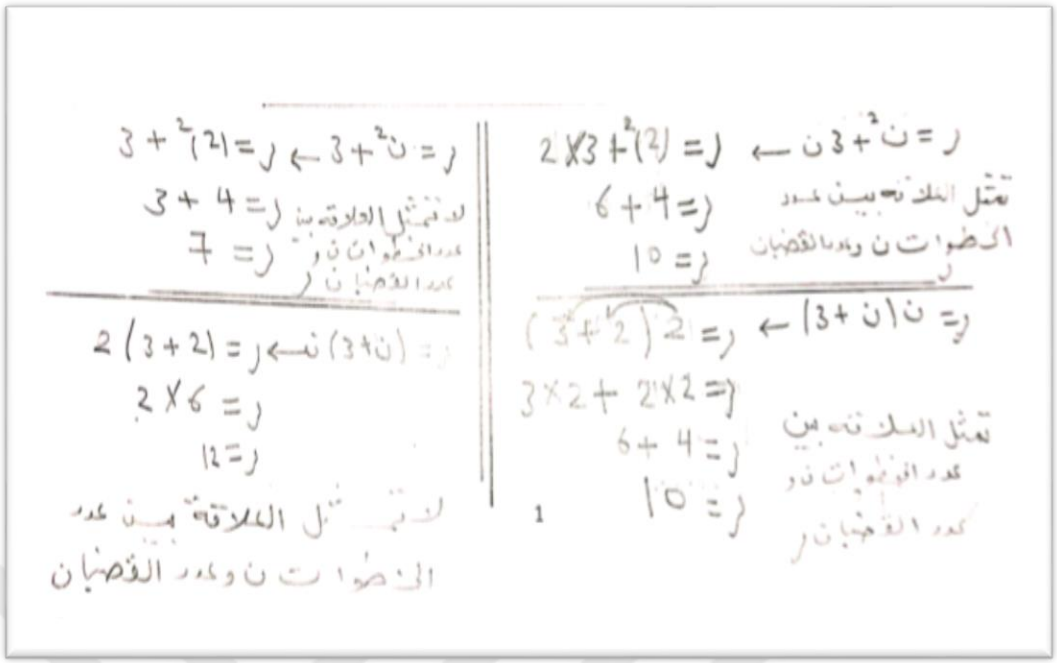


Şekil 4.7 Bir Libyalı öğrencinin 2. soruya cevabı

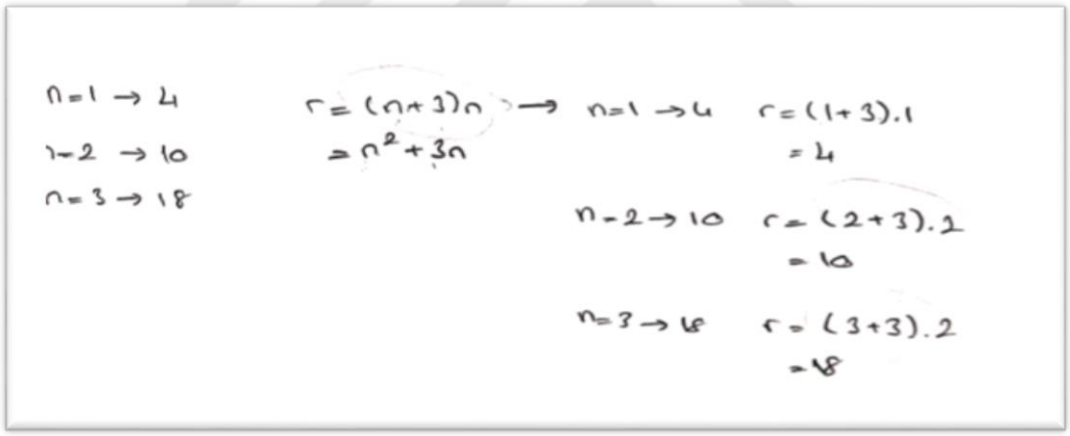


Şekil 4.8 Bir Türk öğrencinin 2. soruya cevabı

Şekil 4.7 ve 4.8, öğrencilerin doğru yöntemi ve aritmetik işlemleri kullanarak bir çözüm ortaya koymak için bilgi ve becerilere sahip olduğunu belirten uygun bir adım kullanabildiklerini göstermektedir. Öğrenciler, (**n**) adım sayısı ile (**r**) çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi bulmak için verilen formüldeki değerleri (**n**) yerine koyarak sonuca ulaşabilir, ancak bu çözümdeki tek adımdır. Bu nedenle, öğrencilerin cevapları TYYD 'de kabul edilmiştir.

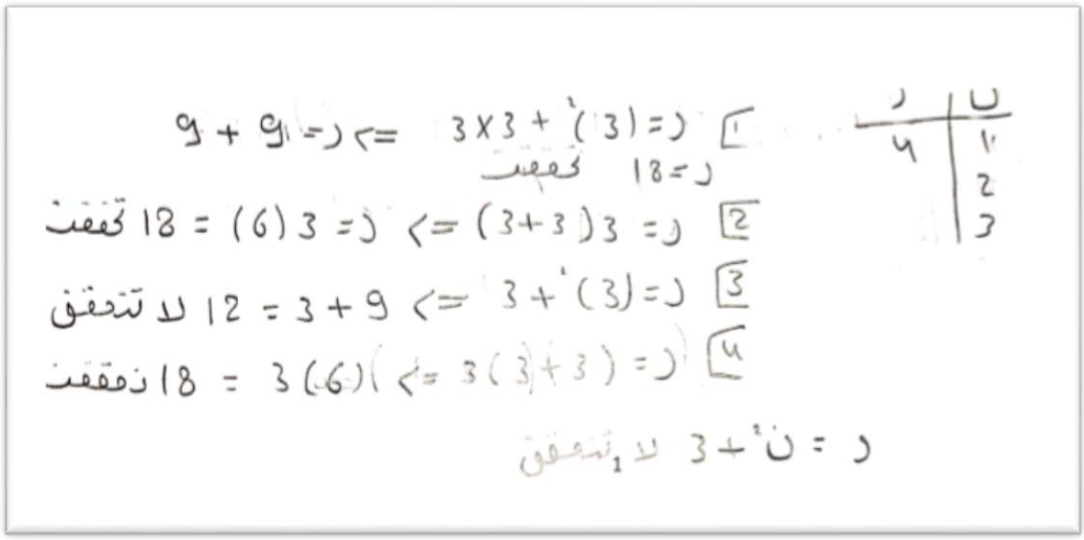


Şekil 4.9 Bir Libyalı öğrencinin 2. soruya cevabı

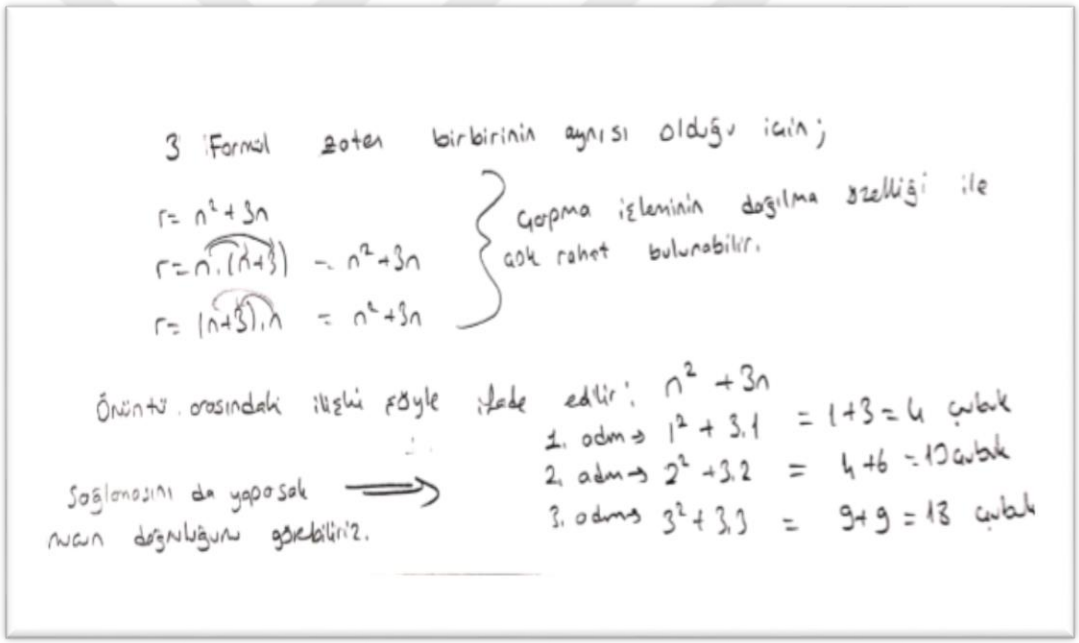


Şekil 4.10 Bir Türk öğrencinin 2. soruya cevabı

Şekil 4.9'da hesaplama hataları olmasına rağmen, öğrencinin değişken kavramının farkında olduğu görülmektedir. Şekil 4.10'da öğrencinin cevabı iyiydi ve uygun adımı kullanabilmiştir ancak çözümü tamamlamamış ve denklemlerin geri kalanını kontrol etmemiştir. Her iki öğrenci de aritmetik işlemlerden faydalanmaya çalışmakta ve adım sayısı (**n**) ile çubuk sayısı (**r**) arasındaki ilişkiyi bulmak için verilen formüllerde (**n**) değerlerini dengeleyerek sonuca ulaşmayı deneyebilmektedir. Tüm formülleri doğru bir şekilde kontrol edememişlerdir. Bu nedenle, öğrencilerin cevapları ÇYYD'de kabul edilmiştir.



Şekil 4.11 Bir Libyalı öğrencinin 2. soruya cevabı



Şekil 4.12 Bir Türk öğrencinin 2. soruya cevabı

Şekil 4.11 ve 4.12'de, öğrenciler doğru bir cevap verebilmişler ve doğru yöntemi kullanarak bir çözüm ortaya koymak için gerekli bilgi ve becerilere sahiptirler. Öğrencilerin çözümde iyi bir adım attığını ve öğrencilerin değişken kavramı hakkında fikir sahibi olduğunu görmek kolaydır, dahası adım sayısı ile çubuk sayısı arasındaki ilişkiyi tanımlayabilmişlerdir. Bu nedenle, öğrencilerin cevapları İYD'de kabul edilmiştir.

4.2.2 Semboller ve Cebirsel İlişkiler ile İlgili İstatistiksel Analizler

İkinci alt problemin cevabını bulmak için, SOLO taksonomisine (Mooney, 2002; Rider, 2004) bağlı olarak sayısal bir ölçek yardımıyla derecelendirilen öğrenci yanıtları SPSS Programı ile analiz edilmiştir. SPSS programından elde edilen bulgular tablolar, grafikler ve yorumlar halinde sunulmuştur. Tablo 4.6'da sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkilerle ilgili tanımlayıcı istatistikler verilmiştir.

Tablo 4.6 Sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler becerisinde öğrencilerin tanımlayıcı istatistikleri

Semboller ve Cebirsel İlişkiler	**Gruplar**	**Aritmetik Ortalama ($\bar{X}$)**	**Standart Sapma (Ss)**
	Libya	18,00	4,948
	Türkiye	20,09	4,563

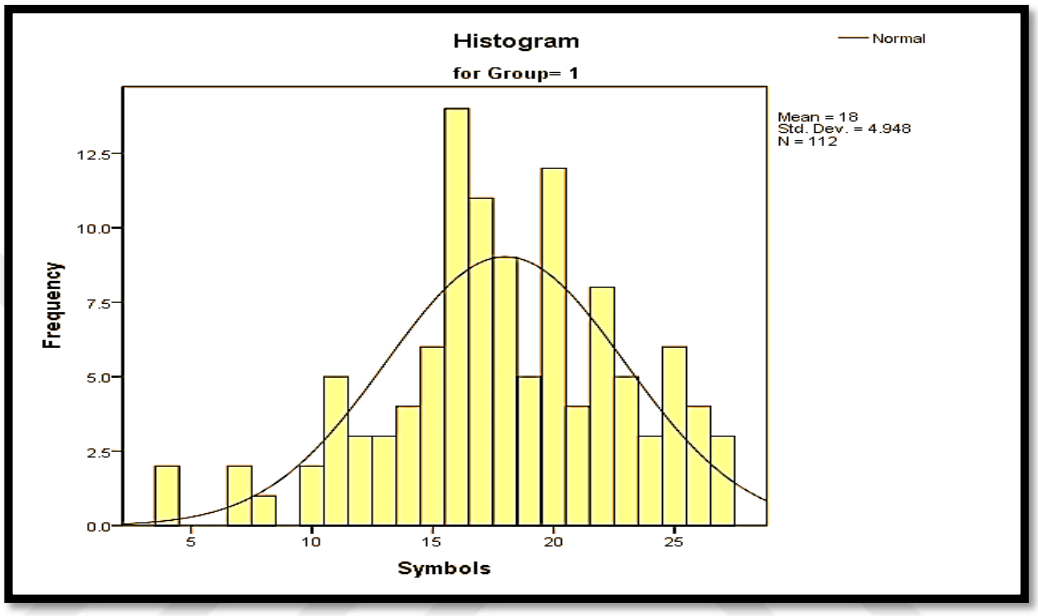
Tablo 4.6'da görüldüğü gibi Libyalı öğrencilerin aritmetik ortalaması $\bar{X}$ =18,00 ve Türk öğrencilerin aritmetik ortalaması $\bar{X}$ = 20,09'dur. Sembol becerileri ve cebirsel ilişkilerde Libyalı öğrencilerin ortalamaları ile Türk öğrencilerin ortalamaları arasında fark olmadığı görülmektedir.

Kolmogorov-Smirnov testi, Libyalı ve Türk öğrencilerin sembol becerisi ve cebirsel ilişkiler becerisi ile ilgili test sonuçlarının normal dağılım gösterip göstermediğini test ederek ortalamalar arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını kontrol etmek için ve kullanılacak analizlere karar vermek için kullanılmıştır. Normallik testinin sonuçları Tablo 4.7'de verilmiştir.

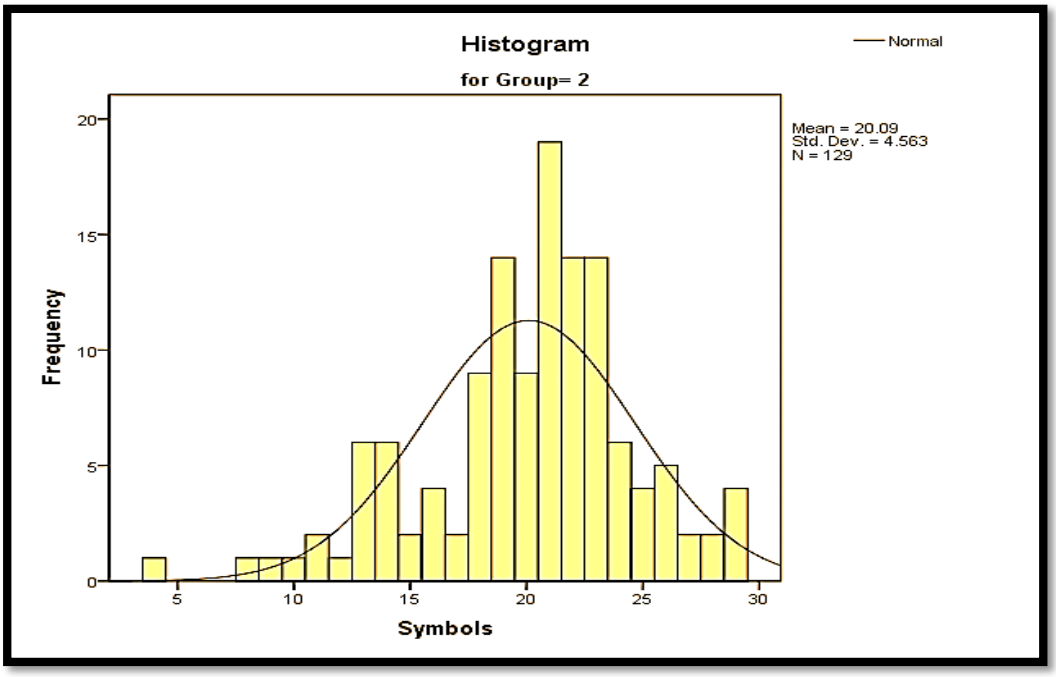
Tablo 4.7 Sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler becerisi normallik testi bulguları

Semboller ve Cebirsel İlişkiler	**Kolmogorov – Smirnov [a]**		
	İstatistik	**Öğrenci Sayısı (N)**	**Anlamlılık Düzeyi (p)**
	0,093	112	0,018
	0,126	129	0,000

Tablo 4.7'deki bulgulara göre, Libyalı ve Türk öğrenciler için tüm **p** değerlerinin 0,05 altında olduğu görülmüştür. Bunlar, sembol becerilerinin ve cebirsel ilişkilerin cebirsel düşünme testindeki bulguları normal dağılım için uygun olmadığını göstermektedir (**p** <0,05). Ek olarak, bu, Grafik 4.5 ve Grafik 4.6'da açıkça görülmektedir; burada veriler, çoğunlukla histogramın sol tarafında yer almaktadır.



Grafik 4.5 Libyalı öğrencilerin sembol becerileri ve cebirsel ilişkileri histogramı



Grafik 4.6 Türk öğrencilerin sembol becerileri ve cebirsel ilişkileri histogramı

Veriler normal dağılım için uygun olmadığından, parametrik olmayan istatistiksel yöntemlerden biri olan Mann-Whitney U testi kullanılması tercih edilmiştir. Mann-Whitney **U** Testinin sonuçları Tablo 4.8'de sunulmuştur.

Tablo 4.8 Sembollerin kullanımı ve cebirsel ilişkiler becerilerine ilişkin Mann-Whitney U Testi'nin bulguları

Grup	**Öğrenci Sayısı (N)**	**Sıra Ortalaması**	**Sıra Toplamı**	**Mann-Whitney (U)**	**Anlamlılık Düzeyi (p)**	**Z**
Libya	112	104,09	11658,50	5330,500	0,000	-3,516
Türkiye	129	135,68	17502,50			

Mann-Whitney U testi bulgularına göre, Libyalı ve Türk öğrencilerin, semboller ve cebirsel ilişkilerin beceri seviyeleri arasında anlamlı farklılık vardır (**U** = 5330,500; **p** = 0,000 <0,05; **z** = -3,516). Bulgulara göre ve sıra ortalamaları incelendiğinde, Türk öğrenciler Libyalı öğrencilerden daha başarılıdır. Etki büyüklüğü **z** değeri için hesaplandığında, **r** = 0,226 <0,30 elde edilmiştir. Cohen'in (1988) etki büyüklüğü değerlerine göre, bu değer düşük etki olarak değerlendirilmiştir. Bu sonuç büyük bir fark olmadığını göstermektedir. Mann-Whitney **U** Testi, Libyalı Öğrencilerin (**Md** = 18, **N** = 112) ve Türk öğrencilerin (**Md** = 21, **N** = 129) cebirsel ilişkileri ile sembol yetenekleri arasındaki cebirsel düşünme düzeylerinde anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur.

4.3 Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Çalışmanın üçüncü alt problemi olan "Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre çoklu temsillerden faydalanma becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

4.3.1 Çoklu Temsillere İlişkin Öğrenci Cevaplarının SOLO Taksonomisine Göre Analizi

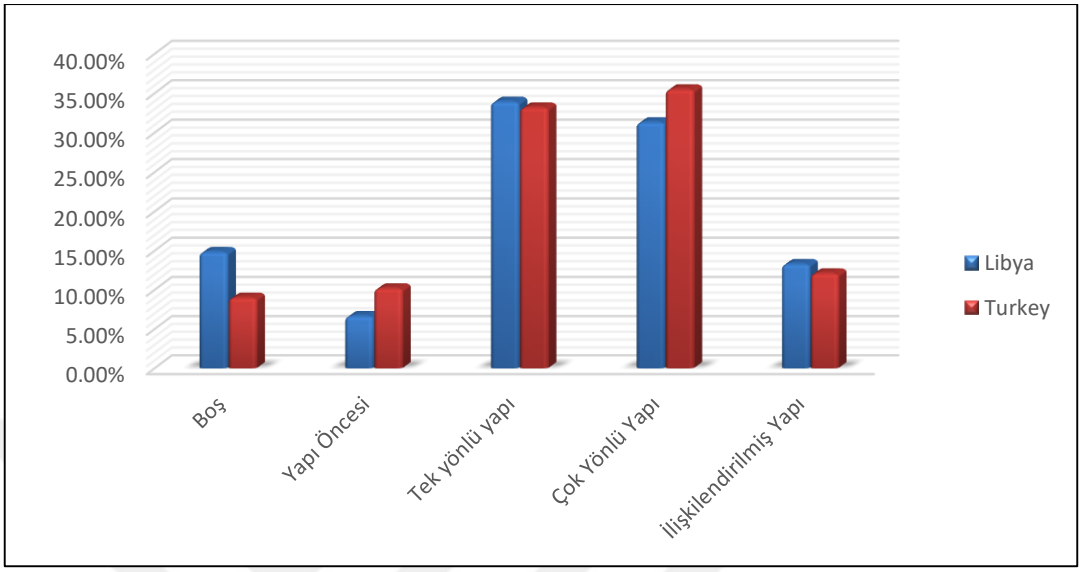
Libyalı ve Türk öğrencilerin cebirsel düşünme testindeki ikinci dereceden denklemlerle ilgili cevapları analiz edilmiş ve tablolaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar grafik halinde sunulmuştur. Ayrıca öğrencilerin çoklu temsil yetenekleri ile ilgili sorulara verdikleri cevaplardan bazı örnekler verilmiştir. Tablo 4.9 ve Grafik 4.7, Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre çoklu temsil becerilerindeki seviyelerini göstermektedir.

Tablo 4.9 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre çoklu temsillerdeki beceri düzeyleri

Çoklu Temsiller	**SOLO Taksonomisine Göre**				
	Boş (B) (%)	**Yapı Öncesi Düzey (%)**	**Tek Yönlü Yapı Düzeyi (%)**	**Çok Yönlü Yapı Düzeyi (%)**	**İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyi (%)**
Libya	14,8	6,7	33,9	31,3	13,3
Türkiye	9,0	10,0	33,0	36,0	12,0

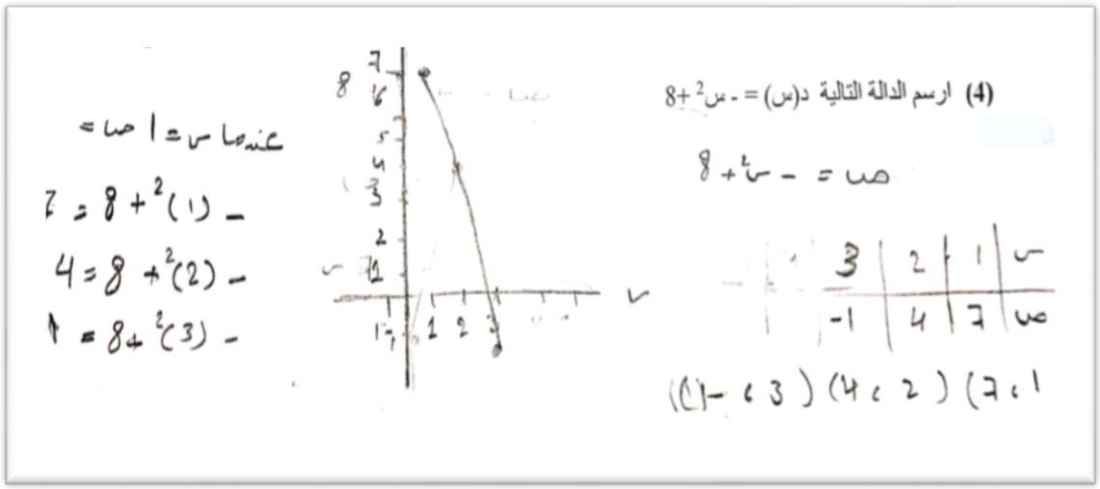
Tablo 4.9 incelendiğinde hem Libyalı hem de Türk öğrenciler tek yönlü yapı, çok yönlü yapı ve ilişkilendirilmiş yapı düzeylerine ulaşabilirler. Ayrıca, Türk ve Libyalı öğrencilerin ilişkilendirilmiş yapı düzeyi, çok yönlü yapı düzeyi ve tek yönlü yapı düzeyleri arasında fark olmadığı açıkça görülmektedir. Tabloda gösterildiği gibi, Libyalı öğrencilerin % 13,3'ü ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 31,3'ü çok yönlü yapı düzeyinde ve % 33,9'u tek yönlü yapı düzeyindedir. Türk öğrenciler için % 12,0'si ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 36,0'sı çok yönlü yapı düzeyinde ve % 33,0'ü tek yönlü yapı düzeyindedir. Buna ek olarak, tablo YÖD'de az sayıda Libyalı ve Türk öğrencinin olduğunu göstermektedir. Libyalı öğrencilerin % 6,7'si yapı öncesi düşünme düzeyinde ve Türk öğrencilerin % 10,0'u yapı öncesi düşünme düzeyindedir. Libyalı öğrencilerin % 14,8'i ve Türk öğrencilerin % 9,0'u çoklu temsil becerisine ilişkin soruları cevaplamaya çalışmamıştır. Bu sonuçlar, çoğu Türk ve Libyalı

öğrencinin çoklu temsil becerisi gerektiren sorularda ileri düşünme düzeylerine ulaşmada başarılı olabileceği şeklinde yorumlanabilir.

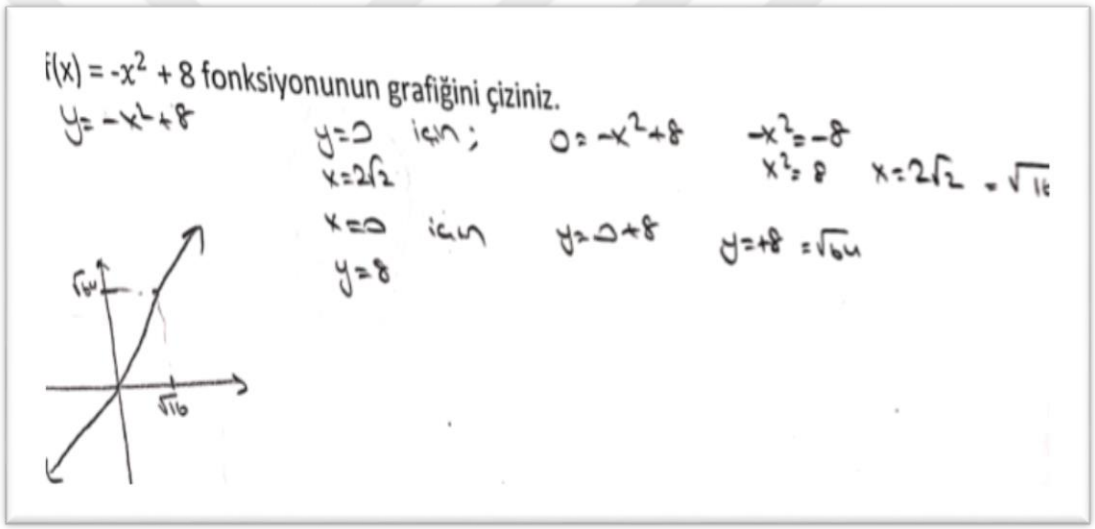


Grafik 4.7 Libyalı ve Türk öğrencilerin çoklu temsil becerileri

Grafik 4.7'de görüldüğü üzere sonuçlar, araştırmaya katılan Türk ve Libyalı öğrencilerin büyük bir bölümünün çoklu temsil gerektiren sorularda ileri düşünme seviyelerine ilerlemede başarılı olabileceğini göstermektedir. Öğrencilerden en yüksek oran çok yönlü yapı düzeyindedir ve her iki ülkede de tek yönlü yapı düzeyindeki öğrenciler de büyük bir orana sahiptir. Ayrıca ilişkilendirilmiş yapı düzeyine ulaşabilen Libyalı ve Türk öğrenciler de vardır. Bu sonuç bu seviyelere göre yorumlandığında, Türk ve Libyalı öğrencilerin çoklu temsil becerisini kullanabildiği söylenebilir. Öğrenci düzeyleri ileri düşünmenin bir ürünü olarak değerlendirilebilir. Libya ve Türk öğrencilerin dördüncü soruya tek yönlü yapı düzeyinden ilişkilendirilmiş yapı düzeyine verdikleri cevaplardan bazıları:

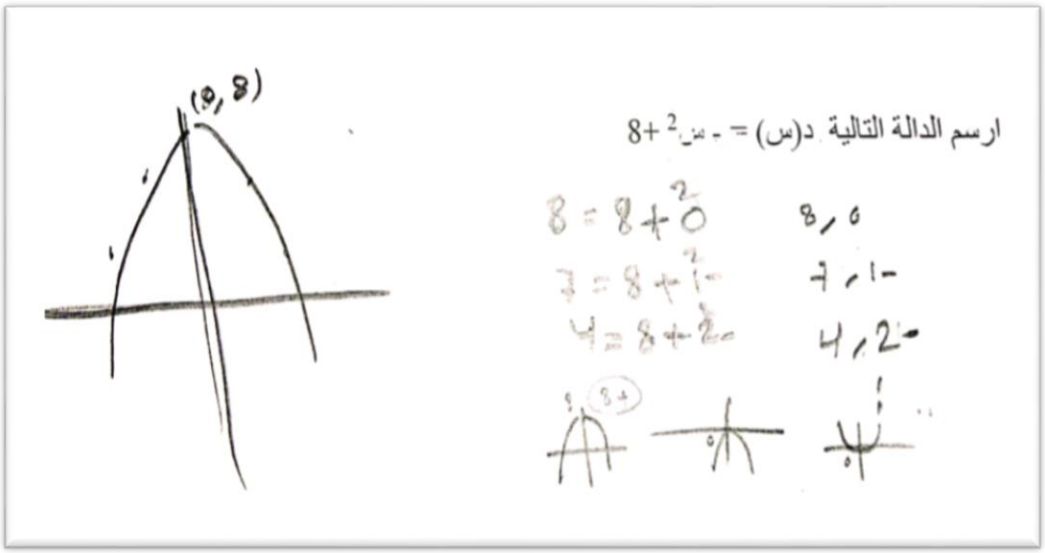


Şekil 4.13 Bir Libyalı öğrencinin 4. soruya cevabı

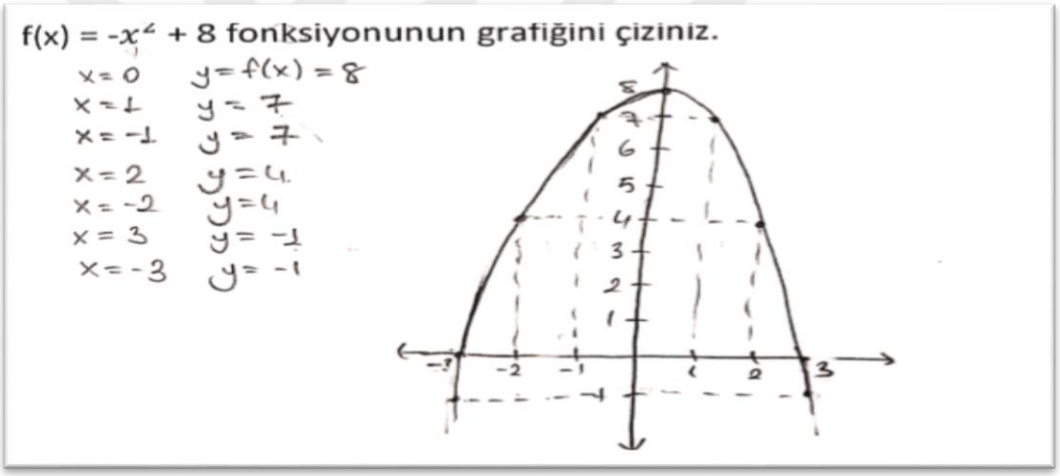


Şekil 4.14 Bir Türk öğrencinin 4. soruya cevabı

Şekil 4.13 ve Şekil 4.14, öğrencilerin ikinci dereceden fonksiyonların nasıl çizileceği hakkında bilgi sahibi olduklarını ancak bilgilerinin çok sınırlı olduğunu göstermektedir. Öğrenciler grafiksel temsil için bilgilerden bir parça bulabilirler, ancak grafiksel gösterimi tamamlayamazlar. Bu nedenle öğrencilerin cevaplarının TYYD'de olduğu kabul edilmiştir.

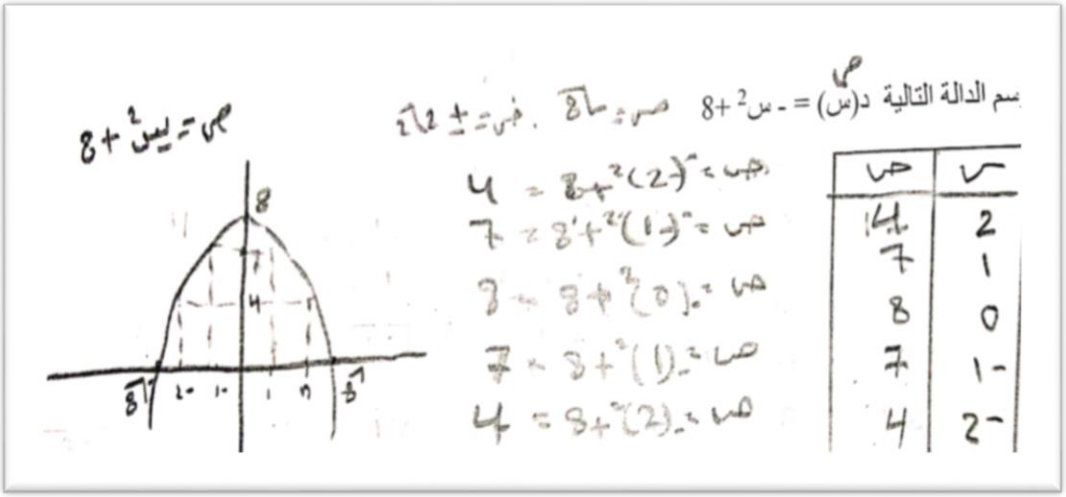


Şekil 4.15 Bir Libyalı öğrencinin 4. soruya cevabı

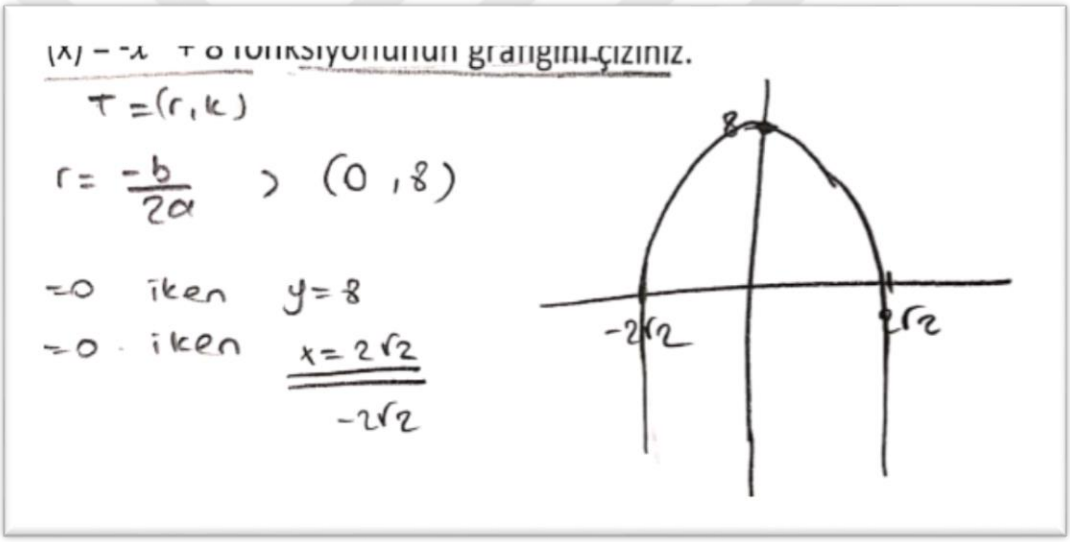


Şekil 4.16 Bir Türk öğrencinin 4. soruya cevabı

Şekil 4.15 ve 4.16'da öğrenciler daha karmaşık bir ilişki kurabilmiş, grafik gösterimi için gerekli bilgileri belirleyebilmişlerdir. Öğrenciler cevabı düşünmüşler ve ikinci dereceden denklemi çizmek için verileri belirlemişlerdir, ancak iki öğrenci de eğrinin **x** ekseni ile kesişme noktalarını belirleyememiş ve sonuca varamamıştır. Böylece, grafiksel temsil hakkında yeterli bilgiye sahip değildirler ve ikinci dereceden denklemin grafiksel temsiline tam olarak erişememişlerdir. Bu nedenle, öğrencilerin cevapları ÇYYD'de kabul edilmiştir.



Şekil 4.17 Bir Libyalı öğrencinin 4. soruya cevabı



Şekil 4.18 Bir Türk öğrencinin 4. soruya cevabı

Şekil 4.17 ve 4.18'de, öğrenciler ikinci dereceden denklemin grafiksel gösterimi için iyi yöntemler kullanmışlardır. Öğrenciler ikinci dereceden denklemin temsilini yapabilmiş ve böylece sonuca ulaşabilmişlerdir. Bu durum öğrencilerin temsil becerisine sahip olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin ikinci dereceden denklemlerin grafik gösterimi konusundaki becerileri cebirsel düşünme becerileri arasındadır. Bu nedenle, öğrencilerin cevapları İYD'de kabul edilmiştir.

4.3.2 Çoklu Temsil Becerilerine İlişkin İstatistiksel Analizler

Üçüncü alt problemin cevabını bulmak için, SOLO taksonomisine (Mooney, 2002; Rider, 2004) bağlı olarak sayısal bir ölçek yardımıyla derecelendirilen öğrenci yanıtları SPSS Programı ile analiz edilmiştir. SPSS programından elde edilen bulgular tablolar, grafikler ve yorumlar şeklinde sunulmuştur. Tablo 4.10'da çoklu temsillerle ilgili tanımlayıcı istatistikler verilmiştir.

Tablo 4.10 Çoklu temsil becerilerinde öğrencilerin tanımlayıcı istatistikleri

Çoklu Temsiller	**Gruplar**	**Aritmetik Ortalama ($\bar{X}$)**	**Standart Sapma (Ss)**
	Libya	28,79	6,928
	Türkiye	30,31	6,327

Tablo 4.10'dan Libyalı öğrencilerin aritmetik ortalamasının $\bar{X}$ = 28,79 ve Türk öğrencilerin aritmetik ortalamasının $\bar{X}$ = 30,31 olduğu görülmektedir. Çoklu temsil becerilerinde Libyalı öğrencilerin ortalamaları ile Türk öğrencilerin ortalamaları arasında fark olmadığı görülmektedir.

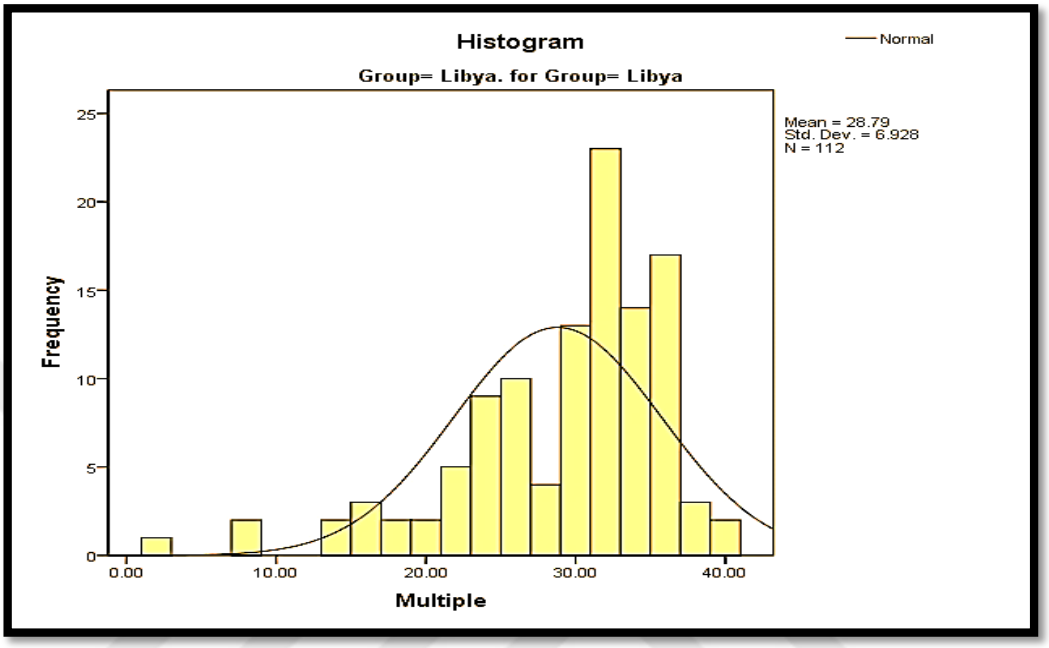
Kolmogorov-Smirnov testi, Libyalı ve Türk öğrencilerin çoklu temsil becerisi ile ilgili test sonuçlarının normal dağılım gösterip göstermediğini test ederek ortalamalar arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını kontrol etmek için ve kullanılacak analizlere karar vermek için kullanılmıştır. Normallik testinin sonuçları Tablo 4.11'de verilmiştir.

Tablo 4.11 Çoklu temsil becerilerinin normallik testi bulguları

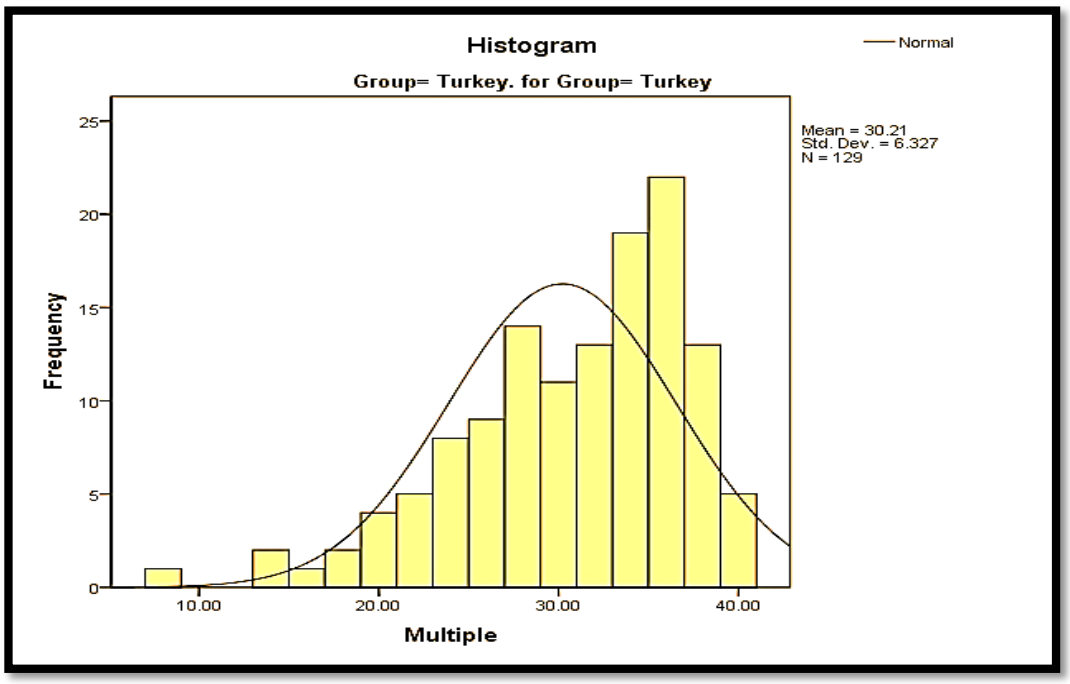
Çoklu Temsiller	**Kolmogorov – Smirnov [a]**		
	İstatistik	**Öğrenci Sayısı (N)**	**Anlamlılık Düzeyi (p)**
	0,185	112	0,000
	0,128	129	0,000

Tablo 4.11'deki bulgulara göre, Libya ve Türk öğrenciler için tüm **p** değerlerinin 0,05 altında olduğu görülmüştür. Bunlar çoklu temsil becerileri testinde sonuçların normal

dağılım için uygun olmadığını gösterir (**p** <0,05). Bu aynı zamanda, Grafik 4.8 ve Grafik 4.9'da gösterilmiş olup, buradaki veriler çoğunlukla histogramın sol tarafında yer almaktadır.



Grafik 4.8 Libyalı öğrencilerin çoklu temsil becerileri histogramı



Grafik 4.9 Türk öğrencilerin çoklu temsil becerileri histogramı

Veriler normal dağılım için uygun olmadığından parametrik olmayan istatistiksel yöntemlerden biri olan Mann-Whitney U testi kullanılması tercih edilmiştir. Mann-Whitney U testinin sonuçları Tablo 4.12'de sunulmuştur.

Tablo 4.12 Çoklu temsil becerilerine ilişkin Mann-Whitney U Testi'nin bulguları

Grup	Öğrenci Sayısı (N)	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	Mann-Whitney (U)	Anlamlılık Düzeyi (p)	Z
Libya	112	113,04	12660,00	6332,000	0,098	-1,656
Türkiye	129	127,91	16501,00			

Mann-Whitney U testi bulgularına göre, çoklu temsil yeteneğinin cebirsel düşünme testinde Libyalı ve Türk öğrencilerin düzeyleri arasında anlamlı bir fark yoktur (**U** = 6332,000; **p** = 0,098> 0,05; **z** = -1,656). Buna göre, Libyalı ve Türk öğrencilerin seviyelerinin çoklu temsil becerileri açısından eşdeğer olduğunu ve öğrenciler arasında seviyelerine göre anlamlı bir fark olmadığı söylenebilir.

4.4 Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Çalışmanın dördüncü alt problemi olan "Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" sorusuna ait bulgular aşağıda sunulmuştur.

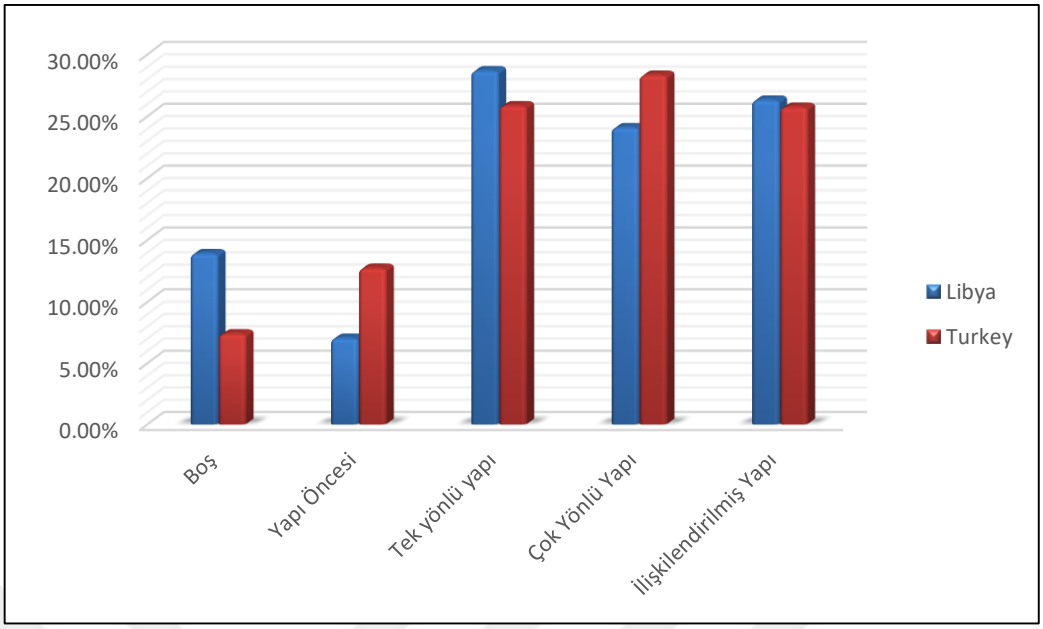
4.4.1 Cebirsel Düşünmeyle İlgili Öğrenci Cevaplarının SOLO Taksonomisine Göre Analizi

Libyalı ve Türk öğrencilerin cebirsel düşünme testindeki ikinci dereceden denklemlerle ilgili cevapları analiz edilmiş ve tablolaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar grafik halinde sunulmuştur. Ayrıca öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ile ilgili sorulara verdikleri cevaplardan bazı örnekler verilmiştir. Tablo 4.13 ve Grafik 4.10 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine dayanan cebirsel düşünme becerilerinin seviyelerini göstermektedir.

Tablo 4.13 Libyalı ve Türk öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme becerisindeki düzeyleri

Cebirsel Düşünme Becerisi	SOLO Taksonomisi				
	Boş (B) (%)	Yapı Öncesi Düzey (%)	Tek Yönlü Yapı Düzeyi (%)	Çok Yönlü Yapı Düzeyi (%)	İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyi (%)
Libya	13,9	7,0	28,7	24,1	26,3
Türkiye	7,4	12,7	25,9	28,3	25,7

Tablo 4.13 incelendiğinde, hem Libyalı hem de Türk öğrenciler tek yönlü yapı, çok yönlü yapı ve ilişkilendirilmiş yapı düzeyine ulaşabilmişlerdir. Buna ek olarak, ilişkilendirilmiş yapı düzeyindeki, çok yönlü yapı düzeyindeki ve tek yönlü yapı Türk ve Libyalı öğrencilerin düzeyleri arasında büyük farklar yoktur. Tabloda gösterildiği gibi, Libyalı öğrencilerin % 26,3'ü ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 24,1'i çok yönlü yapı düzeyinde ve % 28,7'si tek yönlü yapı düzeydedir. Türk öğrenciler için % 25,7'si ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 28,3'ü çok yönlü yapı düzeyinde ve % 25,9'u tek yönlü yapı düzeydedir. Ayrıca, tablo YÖD'de az sayıda Libyalı ve Türk öğrencinin olduğunu göstermektedir. Libyalı öğrencilerin % 7,0'si ve Türk öğrencilerin % 12,7'si yapı öncesi düşünme düzeyindedir. Ayrıca, Libyalı öğrencilerin % 13,9'u ve Türk öğrencilerin % 7,4'ü soruları yanıtlamaya çalışmamıştır. Sonuçlar öğrencilerin yarısından fazlasının ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde ve çok yönlü yapı düzeyinde olduğunu göstermektedir. Bu sonuçlar, çoğu Türk ve Libyalı öğrencinin cebirsel düşünme becerileri testinde ileri düşünme düzeylerine ulaşmada başarılı olabileceği şeklinde yorumlanabilir.



Grafik 4.10 Türk ve Libyalı öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri

Grafik 4.10'da görüldüğü üzere sonuçlar, araştırmaya katılan Türk ve Libyalı öğrencilerin büyük bir kısmının cebirsel düşünme becerisi gerektiren sorularda ileri düşünme seviyelerine ilerlemede başarılı olabileceğini göstermektedir. Grafik 4.10, her iki ülkedeki öğrencilerin büyük bir kısmının ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, çok yönlü yapı düzeyinde ve tek yönlü yapı düzeyinde olduğunu göstermektedir. Bu seviyelere göre yorumlandığında Türk ve Libyalı öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerine sahip oldukları söylenebilir. Türk ve Libyalı öğrencilerin düzeyleri ileri düşünmenin bir ürünü olarak değerlendirilebilir.

4.4.2 Cebirsel Düşünme Becerileri ile İlgili İstatistiksel Analizler

Dördüncü alt problemin cevabını bulmak için, SOLO taksonomisine (Mooney, 2002; Rider, 2004) bağlı olarak sayısal bir ölçek yardımıyla derecelendirilen öğrenci yanıtları SPSS Programı ile analiz edilmiştir. SPSS programından elde edilen bulgular Tablo, grafik ve yorum şeklinde sunulmuştur. Tablo 4.14'de genellemelerin formülleştirilmesiyle ilgili tanımlayıcı istatistikler verilmiştir.

Tablo 4.14 Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin tanımlayıcı istatistikleri

Cebirsel Düşünme Becerileri	Gruplar	Aritmetik Ortalama ($\overline{X}$)	Standart Sapma (Ss)
	Libya	77,34	13,792
	Türkiye	80,69	14,362

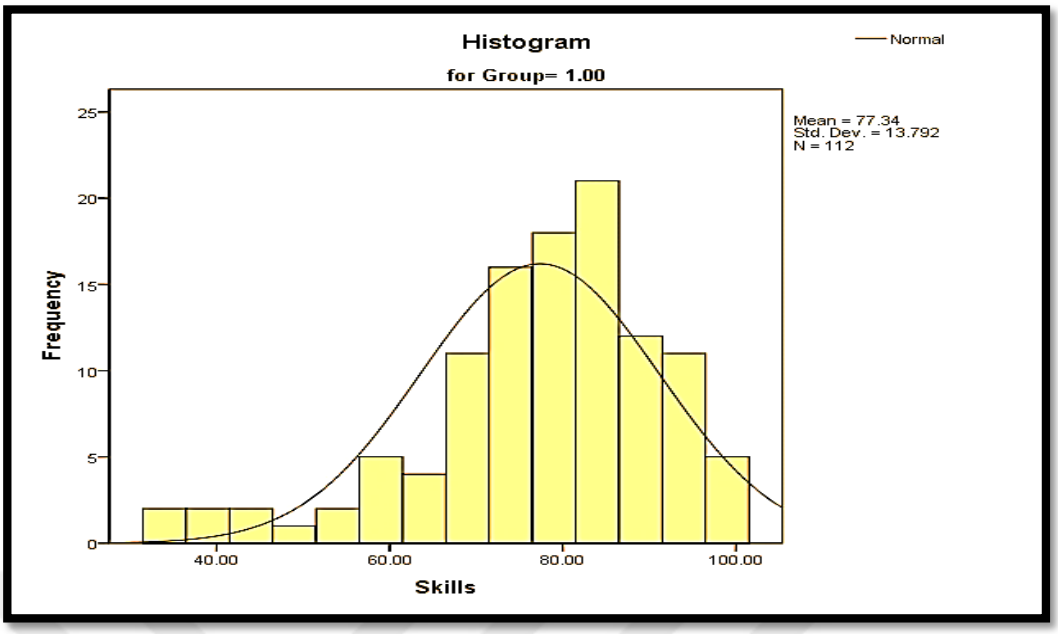
Tablo 4.14'ten Libyalı öğrencilerin aritmetik ortalamasının $\overline{\mathbf{X}}$ = 77,34 ve Türk öğrencilerin aritmetik ortalamasının $\overline{\mathbf{X}}$ = 80,69 olduğu görülmektedir. Cebirsel düşünme becerilerinde Libyalı öğrencilerin ortalamaları ile Türk öğrencilerin ortalamaları arasında fark olmadığı görülmektedir.

Kolmogorov-Smirnov testi, Libyalı ve Türk öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin ile ilgili test sonuçlarının normal dağılım gösterip göstermediğini test ederek ortalamalar arasındaki farkın anlamlı olup olmadığını kontrol etmek için ve kullanılacak analizlere karar vermek için kullanılmıştır. Normallik testinin sonuçları Tablo 4.15'de verilmiştir.

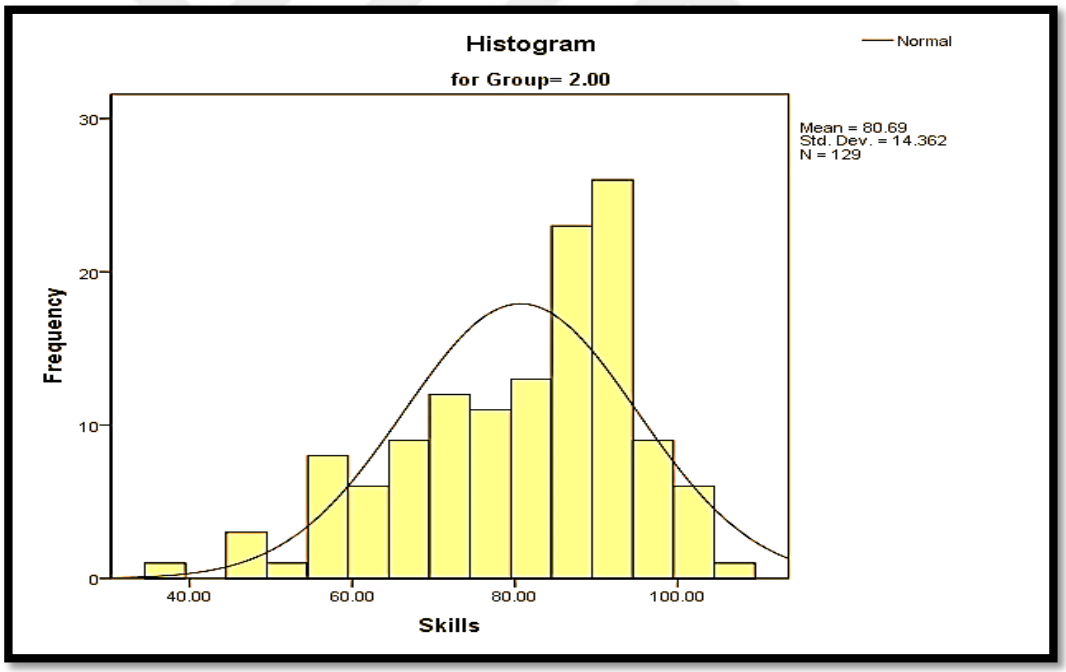
Tablo 4.15 Cebirsel düşünme becerilerinin normallik testi bulguları

Cebirsel Düşünme Becerileri	Kolmogorov – Smirnov [a]		
	İstatistik	Öğrenci Sayısı (N)	Anlamlılık Düzeyi (p)
	0,118	112	0,001
	0,122	129	0,000

Tablo 4.15'deki bulgulara göre, Libyalı ve Türk öğrenciler için tüm **p** değerlerinin 0,05 altında olduğu gözlenmiştir. Sonuçlar, cebirsel düşünme beceri testinde normal dağılım için uygun olmadığını göstermektedir (**p** <0,05). Bu aynı zamanda, verilerin çoğunlukla histogramın sol tarafında bulunduğu belirtilen Grafik 4.11 ve Grafik 4.12'de gösterilmiştir.



Grafik 4.11 Libyalı öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin histogramı



Grafik 4.12 Türk öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin histogramı

Veriler normal dağılım için olmadığından parametrik olmayan istatistiksel yöntemlerden biri olan Mann-Whitney U testi kullanılması tercih edilmiştir. Mann-Whitney **U** Testinin sonuçları Tablo 4.16'da sunulmuştur.

Tablo 4.16 Cebirsel düşünme becerileri ile ilgili Mann-Whitney U Testi bulguları

Grup	Öğrenci Sayısı (N)	Sıra Ortalaması	Ortalama Toplamı	Mann-Whitney (U)	Anlamlılık Düzeyi (p)	Z
Libya	112	111,02	12434,50	6106,500	0,038	-2,071
Türkiye	129	129,66	16726,50			

Mann-Whitney U testi bulgularına göre, Libya ve Türk öğrencilerin cebirsel düşünme testinde düzeyleri arasında anlamlı fark vardır (**U** = 6106,500; **p** = 0,038 <0,05; **z** = -2,071). Bulgulara göre ve sıra ortalamaları analiz edildiğinde Türk öğrenciler Libyalı öğrencilerden daha başarılıdır. Etki boyutu **z** değeri için hesaplandığında, **r** = 0,13 < 0,30 olur. Cohen (1988) etki büyüklüğü değerlerine göre, bu değer düşük etki olarak değerlendirilmiştir. Bu sonuç, büyük bir fark olmadığını göstermektedir. Mann - Whitney **U**- testi, Libyalı Öğrencilerin (**Md** = 79, **N** = 112) ve Türk öğrencilerin (**Md** = 85, **N** = 129) cebirsel düşünme düzeylerinde anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

SOLO taksonomisini kullanmak öğrencilerin problem çözme süreçlerini ve matematiksel kavramları anlamalarını değerlendirmek için iyi bir araçtır (Lian ve Idris, 2006; Pegg ve Tall, 2005). Problemlerin SOLO taksonomisi ile analizi, sadece öğrencilerin yetersizliği veya yeterlikleri ile ilgili değil, aynı zamanda herhangi bir konuyla ilgili bilgi düzeyleriyle de ilgili fikir vermektedir.

Bu çalışmada, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerde Libyalı ve Türk öğrencilerin cebirsel düşünme testindeki cevapları SOLO taksonomisine göre analiz edilmiş ve ikinci dereceden denklem kavramı ile ilgili bilgi düzeyleri tespit edilmiştir. Bu bölümde çalışmanın alt problemleri ile ilgili bulgulardan elde edilen sonuçlar tartışılmış, cebirsel düşünme ile ilgili bazı önerilerde bulunulmuştur.

5.1 Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmanın amacı Türk ve Libyalı öğrencilerin SOLO taksonomisine göre ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerdeki cebirsel düşünme becerilerini araştırmaktır. 112 Libyalı öğrenci ve 129 Türk öğrencinin cebirsel düşünmelerine ilişkin bilgi ve düzeyleri analiz edilmiştir. Burada SOLO taksonomisi ikinci dereceden denklemlerle ilgili problemler hakkında öğrencilerin düşünme düzeylerine yönelik bilgi vermiştir. Aşağıda genellemeleri formülleştirme becerisi, semboller ve cebirsel ilişkiler becerisi ve çoklu temsil becerisi hakkında sonuçlar ve tartışmalar verilecektir.

5.1.1 Genellemeleri Formülleştirme Üzerine Sonuçlar ve Tartışmalar

Genellemeleri formülleştirmek cebirsel düşünmenin temel becerilerinden biridir. "Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre genellemeleri formüle etme becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" şeklindeki araştırmanın ilk alt probleminin bulguları incelendikten sonra aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Çalışmanın bulguları, Türk ve Libyalı öğrencilerin genellemeleri formülleştirmede yüksek bir cebirsel düşünme düzeyine sahip olduklarını göstermiştir. Çalışmaya

katılan Türk ve Libyalı öğrencilerin büyük bir kısmının ileri düşünme düzeylerine doğru ilerlemeyi başarabilecekleri belirlenmiştir.

Türk ve Libyalı öğrencilerin düzeyleri ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde yoğunlaşmıştır. Libyalı öğrencilerin % 47,1'i ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde ve Türk öğrencilerin % 48,1'i ilişkilendirilmiş yapı düzeyindedir. Bu, öğrencilerin bilgi ve becerilerini tutarlı bir yapıya entegre edebilecekleri anlamına gelir. Bu öğrencilerin cevapları kavramsal ve işlemsel bilgi gerektiriyordu. Matematikte başarılı olmak için işlemsel ve kavramsal bilgiler çok önemlidir (Hiebert ve Carpenter, 1992). Buna ek olarak, öğrencilerin özellikle ikinci dereceden denklemlerle ilgili matematikteki temel kurallara ulaşmalarını sağlamak, örüntünün nasıl büyüdüğünü belirleme başarıları, örüntüyü açıklamaları ve örüntünün cebirsel denklemini yazmaları ve genellemelerin formülleştirilmesindeki bilgi ve becerilerinin sağlamlığı bu durumun bir göstergesidir. Bazı çalışmaların sonuçları da, bu bulguyu desteklemektedir (Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartın ve Gülbağcı, 2009; Berg, 2012).

Bununla birlikte, genellemeyi doğru kullanamayan öğrenciler vardır ve genellemelerin formülleştirilmesini gerektiren sorularda sonuca ulaşamamışlardır. Libyalı öğrencilerin %10,63'ü çok yönlü yapı düzeyinde, % 26,14'ü tek yönlü yapı düşünme düzeyinde ve Türk öğrencilerin % 9,73'ü çok yönlü yapı düzeyinde, % 18,75'i tek yönlü yapı düşünme seviyelerinde idi. Bu öğrenciler genellemeyi doğru kullanmamışlardır. Bu, bazı öğrencilerin onlara verilen soruları cevaplamak için uygun bir metot kullanmamasından veya dikkatsizliklerinden kaynaklanmaktadır.

Buna ek olarak, bazı öğrenciler genelleme adımlarını bulmak için aritmetik yöntemleri kullanmışlar ve bu adımları genelleştirerek sonuca ve kural formülüne ulaşmışlardır. 10. sınıf öğrencilerinin cebirsel çözüm becerilerini SOLO taksonomisi ile değerlendirdikleri çalışmalarında Lian ve Idris (2006) düşük düzeydeki öğrencilerin çizim ve sayma yöntemlerini kullandıklarını bulmuşlardır. Buna ek olarak, bazı öğrenciler örüntüdeki yerleşim numarasını dikkate almazlar, ancak sadece ardışık yerleşimler arasındaki farka odaklanırlar. MacGregor ve Stacey, (1996) çalışmalarında benzer bir duruma dikkat çekmiştir.

Yapı öncesi düzeyde, Libyalı öğrencilerin yaklaşık % 10,6'sı ve Türk öğrencilerin % 6,1'i soruları boş bırakmıştır. Bunun nedeni, bu öğrencilerin bazılarının dikkatsizlikleri nedeniyle soruları cevaplamaya çalışmadığı veya öğrencilerin cevaplarının sorularla ilgili olmadığıdır. Bununla birlikte, bu öğrencilerin sonuçları genellemeleri formüle etme becerisinde genel olarak öğrencilerin düzeyini etkilemez, çünkü Potter ve Kustra'ya (2012) göre, yapı öncesi düzey düşünme düzeylerinden dışlanmalıdır, çünkü öğrencilerin genellikle bu düzeydeki herhangi bir konuyu anlamaları hakkında fikri yoktur.

SPSS ile elde edilen sonuçlar incelendiğinde, genellemeleri formüle etme becerisinde Libyalı ve Türk öğrencilerin düzeyleri arasında anlamlılık düzeyi (**p** = 0,05) bakımından anlamlı bir fark yoktur (**U** = 6906,500; **p** = 0,555> 0,05; **z**= -0,590). Buna göre, genellemeleri formüle etmede Libyalı ve Türk öğrencilerin seviyelerinin eşdeğer olduğu söylenebilir.

5.1.2 Semboller ve Cebirsel İlişkiler Üzerine Sonuçlar ve Tartışmalar

Sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanabilme, cebirsel düşünmenin temel becerilerinden biridir. "Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" şeklindeki araştırmanın ikinci alt probleminin bulguları incelendikten sonra aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Sonuçlar, çalışmaya katılan Türk ve Libyalı öğrencilerin büyük bir bölümünün semboller ve cebirsel ilişkiler becerileri gerektiren sorularda ileri düşünme düzeylerine doğru ilerlemeyi başarabildiğini göstermektedir.

Türk ve Libyalı öğrencilerin yüksek yüzdesi çok yönlü yapı düzeyinde yoğunlaşmıştır. Buna ek olarak, Libyalı ve Türk öğrenciler ilişkilendirilmiş yapı düzeyine ulaşabilmektedir. Libyalı öğrencilerin % 19,0'u ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde ve % 30,8'i çok yönlü yapı düzeyindedir. Türk öğrencilerin% 16,7'si ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde ve % 42,1'i çok yönlü yapı düzeyindedir. Bu seviyelerdeki öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi gerektiren yazılı cevapları vardır; özellikle semboller,

değişkenler ve kuadratik denklemleri çözmede matematiğin temel kurallarında temsil edilir.

Libyalı öğrencilerin % 9,6'sı tek yönlü yapı düzeyinde ve Türk öğrencilerin % 10,5'i tek yönlü yapı düzeyindedir. Buna ek olarak, Libyalı öğrencilerin % 16,9'u yapısal öncesi ve Türk öğrencilerin % 7,0'si yapı öncesi düzeydedir. Bu öğrenciler sorulara tutarlı bir cevap veya kesin sonuç verememişlerdir. Bunun nedeni, öğrencilerin hem kavramsal hem de işlemsel bilgilerinin olmaması, cebirsel ilişkiler kurma güçlüğü, formül ve ilişkilerin kullanımı ve temel cebirsel kavramların yanlış anlaşılmasından kaynaklanmaktadır. Bazı çalışmaların sonuçları bu bulguyu desteklemektedir (Dindyal, 2003; Dede ve Argün, 2003b). Ayrıca öğrencilerin sözlü ifadeleri cebirsel formüllere dönüştürme ve cebirsel yöntemleri kullanmada zorluk yaşadıkları görülmüştür. Bu zorluk öğrencilerin matematikte özellikle cebirsel işlemlerde temel kurallardaki yetersizliğinden kaynaklanmaktadır. Crowley, Thomas ve Tall, (1994)'da çalışmalarında benzer bir duruma dikkat çekmiştir. Buna ek olarak, bazı öğrenciler cebirsel notasyon konusunda içgörü eksikliği vardır, bu yüzden sembolleri yorumlama ve anlama becerilerinden yoksundurlar. Bazı çalışmaların sonuçları bu bulguyu desteklemektedir (Kinzel, 2001; Akgün, 2007; Şimşek ve Soylu, 2018).

SPSS ile elde edilen sonuçlar incelendiğinde, Mann-Whitney U Testi, Türk ve Libyalı öğrencilerin semboller ve cebirsel ilişkiler becerileri arasında anlamlılık düzeyinde (**p** = 0,05) anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur (**U** = 5330,500; **p** = 0,000 <0,05; **z** = -3,516). Buna rağmen, Türk öğrencilerin seviyeleri Libyalı öğrencilerden daha iyidir.

5.1.3 Çoklu Temsil Üzerine Sonuç ve Tartışmalar

Çoklu temsilleri kullanabilme, cebirsel düşünmenin temel becerilerinden biridir. "Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre çoklu temsillerden faydalanma becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" şeklindeki araştırmanın üçüncü alt probleminin bulguları incelendikten sonra aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Sonuçlar, çoklu temsil becerisine sahip çoğu Türk ve Libyalı öğrencinin çok yönlü yapı düşünme düzeyinde ve tek yönlü yapı düşünme düzeyinde olduğunu göstermektedir. Ayrıca ilişkilendirilmiş yapı düzeyine ulaşabilen öğrenciler de vardır.

Libyalı öğrencilerin % 13,3'ü ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 31,3'ü çok yönlü yapı düzeyinde ve % 33,9'u tek yönlü yapı düzeyindedir. Türk öğrencilerin % 12,0'si ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde, % 36,0'sı çok yönlü yapı düzeyinde ve % 33,0'ü tek yönlü yapı düzeyindedir. Bu oranlar kabul edilebilirdir ve Türk ve Libyalı öğrencilerin büyük bir kısmı, çoklu temsil becerisi gerektiren sorularda ileri düşünme düzeylerine doğru ilerlemede başarılı olabilmektedir. Bu seviyelerdeki öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi gerektiren yazılı cevapları vardır. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde, Libyalı ve Türk öğrencilerin çoğunun tablo, grafik ve cebirsel temsil formlarını birbirine dönüştürebileceği sonucuna varılmıştır. Bazı çalışmaların sonuçları bu bulguyu desteklemektedir (Akkoç ve Fen, 2005; Akkuş ve Çakıroğlu, 2006). Öğrencilerden birçoğu cebirsel ve grafiksel temsiller arasındaki bağlantılarda uzmanlaşmıştır ve bazı çalışmaların sonuçları bu bulguyu desteklemektedir (Knuth, 2000). Buna ek olarak, bazı öğrenciler verilen tablolar şeklinde ifadeleri cebirsel temsillere dönüştürebilirler, bu sonuç Akkuş ve Çakıroğlu, (2006), Gagatsis ve Elia, (2004)'nın çalışmalarıyla paralellik göstermektedir. Yukarıdaki sonuçlara dayanarak, çoğu öğrencinin genellikle temsiller arasındaki geçişlerde başarılı olduğu ve öğrencilerin büyük bir kısmının tablo, grafiksel ve cebirsel temsil biçimlerini birbirine dönüştürebildiği açıkça görülebilmektedir. Ancak bu beceride başarısız olan bazı öğrenciler vardır ve bunlar çoklu temsilde zorluklarla karşılaşmaktadır. Bu, bazı öğrencilerin bilgi ve becerilerini tutarlı bir yapıya entegre edememelerinden kaynaklanmaktadır ve bazı çalışmaların sonuçları bu bulguyu desteklemektedir (Çelik, 2007). Öğrenciler genellikle matematik derslerinde ayrı bir konuda grafik, tablo ve cebirsel temsili öğrenmektedirler. Ancak, bazıları birbirleriyle farklı temsiller kurma konusunda deneyime sahip değildir. Bazıları grafik gösterimler hakkında yeterli bilgiye sahip değildir. Bazı çalışmaların sonuçları bu bulguyu desteklemektedir (Sert, 2007; Gürbüz ve Şahin, 2015).

SPSS ile elde edilen sonuçlar incelendiğinde, Mann-Whitney U testi, Libyalı ve Türk öğrencilerin çoklu temsil becerilerinde anlamlılık düzeyinde (**p** = 0,05) anlamlı bir fark

olmadığını ortaya koymuştur (**U** = 6332,000; **p** = 0,098 > 0,05; **z** = -1,656). Buna göre, Libya ve Türk öğrencilerin seviyelerinin çoklu temsiller açısından eşdeğer olduğu söylenebilir.

5.1.4 Cebirsel Düşünme Becerileri Üzerine Sonuçlar ve Tartışmalar

"Türkiye ve Libya'daki öğrencilerin SOLO taksonomisine göre cebirsel düşünme becerileri arasında anlamlı bir fark var mıdır?" şeklindeki araştırmanın dördüncü probleminin bulguları incelendikten sonra aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Sonuçlar, çalışmaya katılan Türk ve Libyalı öğrencilerin büyük bir bölümünün, gelişmiş düşünme düzeylerine (ilişkilendirilmiş yapı düzeyi ve çok yönlü yapı düzeyi) ilerlemede başarılı olabileceğini göstermektedir. Libyalı öğrencilerin % 26,3'ü ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde ve % 24,1'i çok yönlü yapı düzeyindedir. Türk öğrencilerin % 25,7'si ilişkilendirilmiş yapı düzeyinde ve % 28,3'ü çok yönlü yapı düzeyindedir. Genel olarak, Türk ve Libyalı öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri SOLO Taksonomisine göre yüksek seviyelerde kabul edilmektedir. Bu, çoğu öğrencinin bilgi ve becerilerini tutarlı bir yapıda birleştirebileceği anlamına gelir. Bu öğrenciler hem kavramsal hem de işlemsel bilgi gerektiren yazılı cevaplara sahiptir. Kavramsal ve işlemsel bilgiler birbirini tamamlamaktadır. Matematikte başarılı olmak için hem işlemsel hem de kavramsal bilgi çok önemlidir (Hiebert ve Carpenter, 1992).

SPSS ile elde edilen sonuçlar incelendiğinde, Mann-Whitney U Testi cebirsel düşünme becerilerinde Türk ve Libyalı öğrencilerin düzeyleri arasında anlamlılık (**p** = 0,05) bakımından anlamlı bir fark olmadığını ortaya koydu (**U** = 6106,500; **p** = 0,038 < 0,05; **z** = -2,071). Buna rağmen, Türk öğrencilerin düzeyleri Libyalı öğrencilerin düzeylerinden daha iyidir.

5.2 Öneriler

Bu bölümde, araştırmada elde edilen sonuçlar ışığında, bazı öneriler sunulmaktadır.

5.2.1 Çalışma İçin Öneriler

Genellemeler oluşturmak, semboller ve cebirsel ilişkiler kullanmak ve çoklu temsiller cebirsel düşünmenin temel becerileridir. Bu nedenle, özellikle eğitim fakültelerinde ve eğitim kurumlarında yapılacak öneriler dikkate alınmalıdır.

- Matematik kavramlarını derinlemesine ve kusursuz bir şekilde anlayabilmek için sınıftaki cebir eğitimi, öğrencilere genellemeler, semboller ve cebirsel ilişkiler ve çoklu temsiller oluşturma becerileri kazandırmayı amaçlamalıdır.
- Genellemeler, semboller ve cebirsel ilişkiler ve çoklu temsiller formüle ederek öğrenciler matematik yeterliliğinin geliştirilmesi için çaba gösterilmelidir.
- Ortaöğretim düzeyinde, hem öğretim programı hem de etkinlikler öğrencilere genellemeler, semboller ve cebirsel ilişkiler ve çoklu temsillerin formüle edilmesinde yer alan anlamlara odaklanma ve düşünme fırsatı vermelidir.
- Öğretmen tarafından sınıfta kullanılan yöntem ve teknikler cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Bu nedenle modern öğretim yöntemleri, cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek için öğretmen tarafından etkili bir şekilde kullanılmalıdır. Ayrıca, sınıfta verilen etkinlikler, sorular ve çalışma sayfaları, öğrencilere cebirsel düşünme becerileri kazandırmak için iyi bir yöntemle sunulmalıdır.
- Matematik öğretim programına modern stratejilerin eklenmesine ve matematikle ilişkili farklı düşünme becerilerinin geliştirilmesine ilgi duymaya odaklanılmalıdır.
- Öğretmenler, öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmeye katkıda bulunan modern öğretim stratejilerini kullanmaya teşvik edilmelidir.
- Öğrencilerin düşünmelerini geliştirmelerine ve problem çözerek cebirsel düşünme yeteneklerini geliştirmelerine destek olunmalıdır.
- Öğrencilerin genelleme için farklı yöntemleri vardır. Bu nedenle, bazı çalışmalarda örüntülerle ilgili daha fazla deneyime sahip olmanın öğrencilerin cebirsel düşünmesini geliştirdiğine işaret ettiğinden, öğretmen öğrencilere örüntü üzerinde çalışmak için daha fazla zaman vermelidir (Lannin vd., 2006; Warren ve Cooper, 2008).
- Öğretim programı geliştiricileri, öğrencilerin matematik öğretim programındaki cebirsel düşünme becerilerinin örneklerini ve kavramlarını

öğrenciler için daha anlamlı bir şekilde tasarlamak için öğrencilerin seviyelerinin farkında olmalıdır.

5.2.2 Araştırmalar İçin Öneriler

- Eğitim literatüründe matematik, istatistik ve fizik gibi farklı alanlarda yapılan çalışmalardan birçoğunun SOLO taksonomisi ile gözlendiği görülmektedir. Ancak, Libya'da Matematik Eğitimi üzerine SOLO taksonomisine göre çalışmalar bulunamamıştır. Bu nedenle, farklı alanlarda Libya ile ilgili birçok araştırma yapılabilir.
- Bu çalışma üç cebirsel düşünme becerisi (genellemeleri formülleştirme, semboller ve cebirsel ilişkiler ve çoklu temsillerin formüle edilmesi) üzerinde yürütülmüştür. Bu becerilerden biri üzerinde bir çalışma yapmak mümkündür ve bu çalışmanın aynı konusunda olmalıdır. Bu becerilerden sadece biri üzerinde bir çalışma yapıldığında, daha ayrıntılı bir analiz yapılabilir. Ayrıca, bu çalışmanın problemlerinden başka problemler üzerinde de çalışabilir.
- Yukarıda belirtildiği gibi, bu çalışma cebirsel düşünmenin temelini oluşturan üç beceri üzerine odaklanmıştır. Cebirsel düşünmenin diğer yönleri farklı çalışmalarla incelenebilir.
- Cebirsel düşünmenin gelişimini desteklemek için eğitim stratejileri üzerinde daha fazla araştırma yapılmalıdır.
- Bu çalışmada kullanılan orijinal SOLO taksonomisi formu (Biggs ve Collis, 1991) öğrencilerin cebirsel düşünmelerini değerlendirmek için uygun bir yöntem sunmaktadır. Bu bağlamda SOLO taksonomisi yol ve yöntemleri değerlendirme çalışmaları yapmak isteyenler için önerilebilir.

KAYNAKLAR

Ainsworth, S. (1999). Designing effective multi-representational learning environments. *ESRC Centre for Research in Development, Instruction & Training Department of Psychology, Nottingham, 58*.

Akgün, L. (2007). Değişken kavramına ılişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi. Yayımlanmamış Doktora Tezi, *Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*. Erzurum.

Akkan, Y., & Baki, A. (2016). Ortaokul öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi: Sembollerin kullanımı ve harflerin anlamı. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *11*(2).

Akkan, Y., & Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. Sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, *37*(165).

Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. Sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *43*(43).

Akkoç, H., & Fen, O. (2005). Fonksiyon kavramının anlaşılması: tanımsal özellikler ve çoğul temsiller. *Eurasian Journal of Educational Research*, (20).

Akkuş, O., & Çakıroğlu, E. (2006). Seventh grade students' use of multiple representations in pattern related algebra tasks. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31*(31), 13-24.

Alagic, M. (2003). Technology in the mathematics classroom: Conceptual orientation. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, *22*(4), 381-399.

Amerom, B. V. (2002). Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra. Doctoral Dissertation. *Utrecht University Repository*.

Andini, W., & Suryadi, D. (2017). Student obstacles in solving algebraic thinking problems. *In Journal of Physics: Conference Series*, *895*(1).

Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Sriraman, B. (2010). A brief history of mathematics education in Turkey: K-12 Mathematics curricula. *ZDM Mathematics Education*, *42*(5), 429-441.

Arı, A. (2013). Bilişsel alan sınıflamasında yenilenmiş Bloom, SOLO, Fink, Dettmer taksonomileri ve uluslararası alanda tanınma durumları. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *6*(2), 259-290

Arzarello, F., Bazzini, L., & Chiappini, C. (1993). Cognitive processes in algebraic thinking: Towards a theoretical framework. *In Proceedings of the 17th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* 1, 138-145.

Bağdat, O. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin SOLO taksonomisi ile incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi*, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Eskişehir.

Bal, A. P. (2015). Skills of using and transform multiple representations of the prospective teachers. *Procardia-Social and Behavioural Sciences, 19(7),* 582-588.

Bastable, V., & Schifter, D. (2017). Classroom stories: Examples of elementary students engaged in early algebra. In J. Kaput, D. W. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp, 165-184). Mahwah: Erlbaum.

Berg, D. M. (2012). Algebraic thinking in the elementary classroom. Doctoral Dissertation, *Simon Fraser University, Faculty of Education.* Canada.

Biggs, J. & Tang, C. (2011). *Teaching for quality learning at university* (4th Ed.). New York; Maidenhead: Society for Research into Higher Education & Open University Press.

Biggs, J. (1979). Individual differences in study processes and the quality of learning outcomes. *Higher education, 8*(4), 381-394.

Biggs, J. B. (2011). *Teaching for quality learning at university: What the student does*. McGraw- Hill Education (UK).

Biggs, J. B., & Collis, K. F. (1982). *Evaluation the quality of learning: the SOLO taxonomy (structure of the observed learning outcome).* Academic Press.

Bishop, J. (2000). Linear geometric number patterns: Middle school students' strategies. *Mathematics Education Research Journal, 12*(2), 107-126.

Bishop, J. W. (1997). Middle school students' understanding of mathematical patterns and their symbolic representations. *Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association*. Chicago.

Blanton, M. L. (2008). *Algebra and the elementary classroom: Transforming thinking, transforming practice*. Heinemann Educational Books.

Carpenter, T. P., Franke, M., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Chami, R., Al-Darwish, A. I., Çevik, S., Charap, J., George, S. M., Gracia, B., & Pattanayak, S. (2012). Libya beyond the revolution: challenges and

opportunities. *International Monetary Fund Middle East and Central Asia Department.*

Chazan, D. (1996). Algebra for all students? The algebra policy debate. *The Journal of Mathematical Behaviour, 15*(4), 455-477.

Cohen, J. (1988). *Set correlation and multivariate methods. Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences.* 2nd ed. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc, 467-530.

Collis, K. F., & Biggs, J. B. (1979). Classroom examples of cognitive development phenomena: the SOLO taxonomy. *Educational Research and Development Committee,* Woden, A.C.T.

Collis, K. F., & Biggs, J. B. (1991). *Multimodal learning and the quality of intelligent behavior*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Crowley, L., Thomas, M., & Tall, D. (1994, July). Algebra, symbols, and translation of meaning. In *Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* 2, 240-247.

Cuevas, G. J., & Yeatts, K. L. (2001). *Navigating Through Algebra in Grades 3-5.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Çayır, M. Y., & Akyüz, G. (2015). 9. Sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *9*(2), 205-229.

Çelik, D. (2007). Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, *Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü,* Trabzon.

Çubukçu, Z. (2004). Öğretmen adaylarının düşünme stillerinin öğrenme biçimlerini tercih etmelerindeki etkisi. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı, 6-9 Temmuz 2004, Eğitim Fakültesi, Malatya: İnönü Üniversitesi*, 324, 22-31.

Darling-Hammond, L. (2006). Constructing 21st-century teacher education. *Journal of teacher education, 57*(3), 300-314.

Day, R., & Jones, G. A. (1997). Building bridges to algebraic thinking. *Mathematics teaching in the middle school, 2*(4), 208-12.

Dede, Y. (2005). Değişken kavramı üzerine. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, Vol: 13. Norl, S: l39.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003a). Değişken kavramının öğretimi: Harf sembollerin farklı kullanımları. *Süleyman Demirel Üniversitesi Burdur Eğitim Fakültesi Dergisi, 4*(6), 39-51.

Dede, Y., & Argün, Z. (2003b). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*, 180-185.

Dede, Y., Yalın, H. İ., & Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanılgıları. *V. Ulusal Fen ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTÜ*, Ankara.

Devlin, K. (2000). Finding your inner mathematician: As the abstraction turns. *The Education Digest*, *66*(4), 63-66.

Didiş, M. G., & Erbaş, A. K. (2015). Performance and difficulties of students in formulating and solving quadratic equations with one unknown. *Educational Sciences: Theory and Practice*, *15*(4), 1137-1150.

Didiş, M. G., Baş, S., & Erbaş, A. (2011). Students' reasoning in quadratic equations with one unknown. In *the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 479-489.

Dindyal, J. (2003). Algebraic thinking in geometry at high level school. Doctoral Dissertation, *Illinois Universitesi, Matematik Bölümü*.

Dominguez, A. (2002). College algebra students' understanding of the concept of variable. Syracuse University.

Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 61-85). Springer, Dordrecht.

Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10*. Heinemann, 361 Hanover Street, Portsmouth, NH 03801-3912.

Dufour-Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, 109-122.

English, L. D., & Warren, E. A. (1998). Introducing the variable through pattern exploration. *The mathematics teacher*, *91*(2), 166.

Erbaş, A. K. (2005). Çoklu gösterimlerle problem çözme ve teknolojinin rolü. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, *4*(4).

Erling, E., Ashmore, K., & Kapur, K. (2016). *Learning from Misconceptions: Algebraic Expressions*. TESS India.

Fensham, P. J., & Bellocchi, A. (2013). Higher order thinking in chemistry curriculum and its assessment. *Thinking Skills and Creativity*, *10*, 250-264.

Fırat, M., Kabakçı Yurdakul, I., ve Ersoy, A. (2014). Bir eğitim teknolojisi araştırmasına dayalı olarak karma yöntem araştırması deneyimi. *Journal of Qualitative Research in Education,* 2(1), 65-86.

Fox, J. (2005). Child-initiated mathematical patterning in the pre-compulsory years. *International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2,* 313-320.

Fraenkel, J. R., & Wallen, N., E. (2006). *How to design and evaluate research in Education* (6 th Ed.). McGraw-Hill International Edition.

Gagatsis, A., & Elia, I. (2004). The effects of different modes of representation on mathematical problem solving. *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 447–454).

Gezer, M., & İlhan, M. (2014). 8. Sınıf vatandaşlık ve demokrasi eğitimi dersi kazanımları ile değerlendirme sorularının SOLO taksonomisine göre incelenmesi. *Eastern Geographical Review, 19*(32), 193-207.

Gezer, M. & İlhan, M. (2015). Sosyal bilgiler dersi öğretim programı kazanımları ile ders kitabı değerlendirme sorularının SOLO taksonomisine göre incelenmesi. *Sakarya Itesniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* (29), 1-25.

Girit, D., & Akyüz, D. (2016). Algebraic thinking in middle school students at different grades: Conceptions about generalization of patterns. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED), 10*(2), 243-272.

Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. *Theories of Mathematical Learning* (pp. 397-430). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Greenes, C. E., & Findell, C. (1998). *Algebra: Puzzles & Problems*. Creative Publications.

Groth, R. E., & Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median and mode. *Mathematical Thinking and Learning, 8*(1), 37-63.

Gülpek, P. (2006). Ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, *Uludağ Üniversitesi*. Bursa.

Güner, P. (2017). High school students' achievement of solving quadratic equations. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 6*(2), 447.

Gürbüz, R., & Şahin, S. (2015). 8. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 23*(4), 1869-1888.

Hail, C. J. (2001). The effects of using multiple representations on students' knowledge and perspectives of basic algebraic concepts. Published PhD Dissertation, *University of Kentucky*. Lexington.

Haldar, L. C. (2014). Students' understandings of arithmetic generalizations. Doctoral Dissertation, *University of California*. Berkeley.

Harel, G., & Tall, D. (1991). The general, the abstract, and the generic in advanced mathematics. *For the learning of mathematics*, *11*(1), 38-42.

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D., & Threlfall, J. (1998). Children's strategies with number patterns. *Educational Studies*, *24*(3), 315-331.

Hattie, J. A. C., & Brown, G. T. L. (2004). Cognitive processes in as TTle: The SOLO taxonomy (as TTle Tech. Rep. # 43). *Auckland, New Zealand: University of Auckland/Ministry of Education*.

Hattie, J., Biggs, J., & Purdie, N. (1996). Effects of learning skills interventions on student learning: A meta-analysis. *Review of educational research*, *66*(2), 99-136.

Herbert, K., & Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, *3*, 340-345.

Hidayanto, E. (2014). Transisi dari berpikir aritmetis ke berpikir aljabaris. *Disertasi Dan Tesis Program Pascasarjana UM.*

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 65-97.

Hom, E. J. (2013). What is Mathematics. *Retrieved from What is Mathematics*. http://www.livescience.com/38936-mathematics.html,

Hwang, W. Y., Chen, N. S., Dung, J. J., & Yang, Y. L. (2007). Multiple representation skills and creativity effects on mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system. *Journal of Educational Technology & Society*, *10*(2), 191-212.

İncikabı, L., & Biber, A. Ç. (2016). Problems posed by prospective elementary mathematics teachers in the concept of functions: an analysis based on SOLO taxonomy. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *12*(3), 796-809.

İncikabı, L., & Sancar-Tokmak, H. (2012). Uzman bakışıyla öğretmen adaylarının eğitimsel yazılım değerlendirme süreci üzerine bir araştırma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(3), 939-954.

İspir, O. A., & Palabıyık, U. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(30), 111-123.

Janvier, C. E. A. (Ed). (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of Mathematics.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Janvier, C., Girardon, C., & Morand, J. (1993). Mathematical symbols and representations. *Research ideas for the classroom: High school mathematics*, 79-102.

Jimoyiannis, A. (2013). Using SOLO taxonomy to explore students' mental models of the programming variable and the assignment statement. *Themes in Science and Technology Education*, *4*(2), 53-74.

Jones, L. (1993). Algebra in the primary school. *Education 3-13*, *21*(2), 27-31.

Kabar, M. G. D. (2018). Secondary school students' conception of quadratic equations with one unknown. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1, 112-129.

Kaf'a, Y. (2007). Matematikte Model Kullanımının 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Erişilerine Etkisi. Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, *Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*. Ankara.

Kaput, J. J. (1992). Linking representations in the symbol systems of algebra. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*.

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 145-168). Routledge.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 235–272). New York, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. J., & Blanton, M. L. (2000). Algebraic reasoning in the context of elementary mathematics: Making it implementable on a massive scale. *Office of Educational Research and Improvement (ED)*, Washington, DC.

Karataş, I., & Güven, B. (2004). Fonksiyon kavramının farklı öğrenim düzeyinde olan öğrencilerdeki gelişimi. *Eurasian Journal of Educational Research (EJER)*, (16).

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In *D. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan Publishing Company.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, *8*(1), 139-151.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels In F. Lester. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics, 2*, 669-705.

Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Pre-algebra: The transition from arithmetic to algebra. *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics (179-198),* Reston, VA: NCTM.

Kılıç, H., Aslan-Tutak, F., & Ertaş, G. (2014). TIMSS merceğiyle ortaokul matematik öğretim programındaki değişiklikler. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 10(2).*

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics* (pp. 115-135). National research council (Ed.). Washington, DC: National Academy Press.

Kinzel, M. T. (2000). Characterizing ways of thinking that underlie college student's interpretation and use of algebraic notation. Doctoral Dissertation, *The Pennsylvania State University.*

Kinzel, M. T. (2001). Analyzing college calculus students' interpretation and use of algebraic notation. In *Proceedings of the 21st Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (1), 109-116.

Klein, F. (1924). *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint* (Translated from the third German Ed. by E.R. Hedrick and C.A. Noble). Dover Publications, New York

Knuth, E. J. (2000). Student understanding of the Cartesian connection: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 500-507.

Kohl, P. B., & Finkelstein, N. D. (2008). Patterns of multiple representation use by experts and novices during physics problem solving. *Physical Review Special Topics-Physics Education Research, 4*(1), 010111.

Konyalıhatipoğlu, M. E. (2016). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin analitik ve bütüncül düşünme stillerinin SOLO Taksonomisi ile incelenmesi. Doctoral Dissertation, *Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sınıf Eğitimi Anabilim Dalı.*

Kotsopoulos, D. (2007). Unravelling student challenges with quadratics: A cognitive approach. *Australian Mathematics Teacher, 63*(2), 19-24.

Kriegler, S. (2008). Just what is algebraic thinking? *UCLA: Department of Mathematics.* Retrieved from http://researchgate.net.

Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School, 7*(4), 23-26.

Küchemann, D. E. (1981). Algebra. In K. Hart, M. L. Brown, D. M. Kerslake, D. E. Küchemann, G. Ruddock, & M. McCartney (Eds.), *Children's understanding of mathematics: 11-16* (pp. 102-119). London: Athenaeum Press.

Kutluca, T., & Baki, A. (2013). Evaluation of student views about worksheets developed in quadratic functions. *Hacettepe University Journal of Education*, *28*(3), 319-331.

Lacampagne, C., Blair, W., & Kaput, J. (1995). Conceptual framework for the algebra initiative of the national institute on student achievement, curriculum, and assessment. In *The algebra initiative colloquium* (2), 237-242.

Lannin, J. K., Barker, D. D., & Townsend, B. E. (2006). Recursive and explicit rules: How can we build student algebraic understanding?. *The Journal of Mathematical Behaviour*, *25*(4), 299-317.

Lawrence, A., & Hennessy, C. (2002). *Lessons for algebraic thinking: Grades 6-8. math solutions*. Publications: Sausalito, CA

Lee, C., & Lee, S. Y. (2015). The process of pattern generalization and the pattern generalization strategies of the early 7th grade students in Korea. *Far East Journal of Mathematical Education*, *14*(2), 137.

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. In *Approaches to Algebra* (pp. 87-106). Springer, Dordrecht.

Lee, L., & Freiman, V. (2006). Developing algebraic thinking through pattern exploration. *Mathematics Teaching in The Middle School*, *11*(9), 428-433.

Lesh, R., Cramer, K. A., Doerr, H., Post, T., & Zawojewski, J. (2003). Model development sequences: Models and modeling perspectives on mathematics pr. Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics*. Lawrence Erlbaum.

Lew, H. C. (2004). Developing algebraic thinking in early grades: Case study of Korean elementary school mathematics. *The Mathematics Educator*, *8*(1), 88-106.

Lian, L. H., & Idris, N. (2006). Assessing algebraic solving ability of form four students. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *1*(1), 55-76.

Lian, L. H., & Yew, W. T. (2011). Developing pre-algebraic thinking in generalizing repeating pattern using SOLO model. *US-China Education Review*, 6, 774-780.

Lima, R. N. (2008). Procedural embodiment and quadratic equations. *Educational Studies in Mathematics*. Available online, Link to published version: http://dx.doi.org/ 10.1007/s10649-007-9086-0

Lin, F. L., Yang, K. L., & Chen, C. Y. (2004). The features and relationships of reasoning, proving, and understanding proof in number patterns. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *2*(2), 227-256.

Luo, F. (2004). Understanding students' cognitive processes in solving algebraic problems. Retrieved 23 December 2019 from www.icme-organisers.dk/tsg09/FenqjenLuo.pdf.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1996). Origins of students' interpretations of algebraic notation. In *PME Conference* (Vol. 3, pp. 3-297*). The Program Committee of the 18th PME Conference.*

MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11–15. *Educational studies in mathematics*, *33*(1), 1-19.

Makonye, J., & Nhlanhla, S. (2014). Exploring 'non-science' grade 11 learners' errors in solving quadratic equations. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, *5*(27 P2), 634.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. *In Approaches to algebra* (pp. 65-86). Springer, Dordrecht.

Mason, J., Burton, L., and Stacey, K. (1991). *Thinking Mathematically*. England, Addison- Wesley, and Wokingham.

Mason, J., Johnston-Wilder, S., & Graham, A. (2005). *Developing thinking in algebra*. London, UK: Sage.

McGarvey, L. M. (2012). What is a pattern?. Criteria used by teachers and young children. *Mathematical Thinking and Learning*, *14*(4), 310-337.

MEB (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8.* Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara

Memnun, D. S., Aydın, B., Dinç, E., Çoban, M., & Sevindik, F. (2015). Failures and inabilities of high school students about quadratic equations and functions. *Journal of Education and Training Studies*, *3*(6), 50-60.

Menini, C., & Van Oystaeyen, F. (2004). *Abstract Algebra: A Comprehensive Treatment*. CRC Press. ISBN 978-1-4822-5817-2.

Miles, M. B., Huberman, A. M., Huberman, M. A., & Huberman, M. (1994). *Qualitative Data Analysis: An Expanded Sourcebook*. Sage.

Ministry of National Education (MONE) (2018). *Matematik dersi öğretim programı.* Ankara, Turkey: MEB Yayınları.

Ministry of Education (MOE) (2018). *Mathematics: for the tenth grade of essential education.* Tripoli: Ministry of Education, Libya.

Mooney, E. S. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, *4*(1), 23-63.

Moseley, B., & Brenner, M. E. (1997). Using Multiple Representations for Conceptual Change in Pre-algebra: A Comparison of Variable Usage with Graphic and Text Based Problems. *SPONS AGENCY Office of Educational Research and Improvement* (ED), Washington, DC.

Mourad, N.M. (2005). Inductive Reasoning in The Algebra Classroom. Unpublished Doctoral Dissertation, *California, USA: San Jose State University*.

Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). Awareness of pattern and structure in early mathematical development. *Mathematics Education Research Journal*, *21*(2), 33-49.

Musan, M. S. (2012). Dinamik matematik yazılımı destekli ortamda 8. sınıf öğrencilerinin denklem ve eşitsizlikleri anlama seviyelerinin SOLO Taksonomisine göre incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.*

Muthmainnah, M., Priatna, N., & Priatna, B. A. (2017, September). Analysis of students' error in algebraic thinking test. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 895, No. 1, p. 012089). IOP Publishing.

Nakahara, T. (2008). Cultivating mathematical thinking through representation. In *APEC-Tsukuba International Conference III* (Vol. 9).

Nasibov, F., & Kaçar, A. (2005). Matematik ve matematik eğitimi hakkında. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 13 (2), 339-346.

NCTM. (1992). *Algebra for the twenty-first century. Proceedings of the August 1992 Conference*. Reston, VA: Author.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nilklad, L. (2004). College algebra students' understanding and algebraic thinking and reasoning with functions. Unpublished Doctoral Dissertation, *Oregon State University*.

Nor, N. M., & İdris, N. (2010). Assessing students' informal inferential reasoning using SOLO taxonomy-based framework. *Procardia-Social and Behavioural Sciences*, *2*(2), 4805-4809.

Nurhayati, D. M., Herman, T., & Suhendra, S. (2017). Analysis of secondary school students' algebraic thinking and math-talk learning community to help students learn. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 895, No. 1, p. 012054). IOP Publishing.

O'neill, G., & Murphy, F. (2010). Assessment: Guide to taxonomies of learning. *University College of Dublin Teaching and Learning Resources.*

Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2004*). Ilköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi.* Ankara: Anı Yayıncılık (3. Baskı).

Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartin, F. T., & Gülbağcı, H. (2009). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: İlköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim*, *34*(151).

Ontario Ministry of Education (2013). Paying attention to spatial reasoning k-12: Support document for paying attention to mathematics education. Toronto, ON: Queen's Printer for Ontario. Retrieved from http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/ PayingAttentiontoAlgebra.pdf.

Oxford University Press (2010). Oxford English Dictionary. Oxford, United Kingdom.

Özdemir, E., Dikici, R., & Kültür, M. N. (2015). Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri: 7. sinif örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(2), 523-548.

Özgün-Koca, S. A. (1998). Students' use of representations in mathematics education. *Paper presented at North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, NC: Raleigh.

Pape, S. J., & Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation (s) in developing mathematical understanding. *Theory into Practice*, *40*(2), 118-127.

Patton, M.Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park, Sage, pp.169-183.

Pegg, J., & Davey, G. (1998). A synthesis of two models: Interpreting student understanding in geometry. *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space*, 109-135.

Pegg, J., & Davey, G. (2007). Interpreting Student Understanding in Geometry: A Synthesis of Two Models. In *Steppingstone for the 21st Century* (pp. 83-111). Brill Sense.

Pegg, J., & Tall, D. (2005). The fundamental cycles of concept construction underlying various theoretical frameworks. *International Reviews on Mathematical Education*, *37*(6), 468- 475.

Philipp, R. A. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher*, *85*(7), 557-561.

Philipp, R. A. (1999). The many use of algebraic variables. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, grades*: 9-12 (pp.150-156). Readings from NCTM's School Based Journals and Other Publications, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Pimm, D. (2002). *Symbols and Meanings in School Mathematics*. Routledge.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. New York, Stanford University.

Potter, M. K., & Kustra, E. (2012). A primer on learning outcomes and the SOLO taxonomy. *Course Design for Constructive Alignment, (Winter 2012)*, 1-22.

Puig, L., & Rojano, T. (2004). The History of Algebra in Mathematics Education. In *the Future of the Teaching and Learning of Algebra The 12th ICMI Study* (pp. 187-223). Springer, Dordrecht.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM*, 40(1), 83-96.

Radford, L. (2012). Early Algebraic Thinking: Epistemological, Semiotic, And Developmental Issues. *Regular lecture presented at the 12th International Congress on Mathematical Education* 8 July–15 July 2012 (pp. 209-227). Seoul, and Korea.

Radford, L., & Peirce, C. S. (2006, November). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education, North American chapter* (Vol. 1, pp. 2-21).

Rahman, A., & Ahmar, A. (2016). Exploration of mathematics problem solving process based on the thinking level of students in junior high school. *International Journal of Environmental and Science Education*, *11*(14).

Reed, B. R. (2008). *Effects of virtual manipulative in algebraic thinking on preservice teacher mathematics courses* (pp. 1-120). Texas A&M University-Commerce.

Resnick, L. B. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract. Pittsburgh Univ., PA. *Learning Research and Development Centre*.

Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist M. M., & Smith. N. L. (1998). *Helping Children Learn Mathematics* (5th Ed.). Boston, MA: Allyn and Bacon.

Rider, R. L. (2004). The effects of multi-representational methods on students' knowledge of function concepts in developmental college mathematics. Doctoral Dissertation, *NC State University*.

Rooney, C. (2012). How am I using inquiry-based learning to improve my practice and to encourage higher order thinking among my students of mathematics?. *Educational Journal of Living Theories*, *5*(2).

Rosnick, P. (1999). Some misconceptions concerning the concept of variable. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking, grades* 9-12 (pp. 313-315). Readings from NCTM's School Based Journals and Other Publications, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Salkind, G. M. 2007. Mathematical Representations: Preparation and Professional Development of Mathematics Teachers. Retrieved 23December 2019 from http://mason.gmu.edu/~gsalkind/portfolio/products/857LitReview.pdf.

Sarwadi, H. R. H., & Shahrill, M. (2014). Understanding students' mathematical errors and misconceptions: The case of year 11 repeating students. *Mathematics Education Trends and Research*, *2014*(2014), 1-10.

Sasman, M., Linchevski, L., & Olivier, A. (1997). Reconceptualising school algebra, algebra rationale. Retrieved 20 October 2019 from http://academic.sun.ac.za/mathed/MALATI/Rational.pdf

Schoenfeld, A. H., & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *The mathematics teacher*, *81*(6), 420-427.

Sutherland, R., & Rojano, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. *The Journal of Mathematical Behaviour, 12*(4), 353–383.

Sert, Ö. (2007). *Eighth grade students' skills in translating among different representations of algebraic concepts*. Unpublished Master Thesis, *Middle East Technical University.* Ankara.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 1-36.

Sfard, A., & Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification—the case of algebra. In *Learning Mathematics* (pp. 87-124). Springer, Dordrecht.

Sherin, B. L. (2000). How students invent representations of motion: A genetic account. *The Journal of Mathematical Behaviour*, *19*(4), 399-441.

Şimşek, B., & Soylu, Y. (2018). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda yaptıkları hataların nedenlerinin incelenmesi. *Journal of International Social Research*, *11*(59).

Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Smith, S. S. (1997). *Early childhood mathematics.* Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.

Souviney, R. J. (1994). *Learning to teach mathematics* (2nd Ed.). New York, NY: Merrill

Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher, 90*(2), 110-113.

Stacey, K., & MacGregor, M. (1999). Learning the algebraic method of solving problems. *The Journal of Mathematical Behaviour, 18*(2), 149-167.

Steen, L. A. (1988). The science of patterns. *Science, 240*(4852), 611-616.

Suggate, J., Davis, A., and Goulding, M. (2006). *Mathematical knowledge for primary teachers* (3rd Ed.). London: David Fulton Publishers Ltd.

Sünkür, M. Ö., İlhan, M., & Kılıç, M. A. (2012). Analysis of the relationship between algebraic thinking levels and intelligence domains of seventh grade students. *Journal of Education Faculty*, *14*(2), 183-200.

Sutherland, R., & Rojano, T. (1993). A spreadsheet approach to solving algebra problems. *The Journal of Mathematical Behaviour*., *12*(4), 353–383.

Tall, D., & Thomas, M. (1991). Encouraging versatile thinking in algebra using the computer. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(2), 125-147.

Tall, D., Gray, E., Ali, M. B., Crowley, L., DeMarois, P., McGowen, M., ... & Yusof, Y. (2001). Symbols and the bifurcation between procedural and conceptual thinking. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, *1*(1), 81-104.

Tanışlı, D. (2008). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi. Doktora Tezi, *Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.* Eskişehir.

Tanışlı, D., & Özdaş, A. (2009). The strategies of using the generalizing patterns of the primary school 5th grade students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, *9*(3), 1485-1497.

Tarski, A., & Tarski, J. (1994). *Introduction to logic and to the methodology of the deductive sciences* (No. 24). Oxford University Press on Demand.

Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary year, in A. Orton (ed), *Pattern in the teaching and learning of mathematics.* London: Cassell, pp. 18-30.

Tuna, A. (2011). Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi. Published Doctoral Thesis, *Gazi University,* Ankara. Turkey.

Tuna, A. (2012). An examination of mathematical thinking skill levels of the prospective mathematics teachers according to the SOLO taxonomy. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies* 2012 Volume (issue) Special Issue: 957-963

Usiskin, Z. (1999). Conception of School Algebra and Uses of Variables Ed: B. *Moses, Algebraic Thinking, Grades*, 9-12 (pp. 7-13).

Vaiyavutjamai, P., & Clements, M. K. (2006). Effects of classroom instruction on students' understanding of quadratic equations. *Mathematics Education Research Journal*, *18*(1), 47-77.

Vaiyavutjamai, P., Ellerton, N. F., & Clements, M. A. (2005). Students' attempts to solve two elementary quadratic equations: A study in three nations. *Building Connections: Research, Theory and Practice*, 735-742.

Van De Walle, J., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim. *Çeviri Editörü Soner Durmuş, 7. Basımdan Çeviri, Nobel Akademik Yayıncılık.* Ankara.

Walkoe, J. D. K. (2013). Investigating teacher noticing of student algebraic thinking. Doctoral Dissertation, *Northwester University*.

Warren, E. A. (1996). Interactions between instructional approaches, students' reasoning processes, and their understanding of elementary algebra. Doctoral Dissertation, *Queensland University of Technology*.

Warren, E., & Cooper, T. (2008). Generalizing the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8-year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, *67*(2), 171-185.

Waters, J. (2004). Mathematical Patterning in Early Childhood Settings. In Putt, I, McLean, M, & Faragher, R (Eds.) *MERGA 27: Mathematics Education for the Third Millennium, Towards 2010.* MERGA Inc., Sydney, New South Wales, pp. 565-572.

Williams, S. (1997). Algebra: what students can learn? The nature and algebra in the K-14 curriculum. In *Proceedings of a National Symposium* (pp. 27-28).

Wilujeng, Hestu. (2016). Algebra readiness analysis of junior high school students class 7. Unissula Press.

Kamol, N. (2005). A framework in characterizing lower secondary school students' algebraic thinking. Unpublished Doctoral Dissertation, *Srinakharinwirot University*. Bangkok.

Yazıcı, N. (2013). Başarının ölçülmesinde SOLO Taksonomiye dayalı hazırlanan rubrik kullanımının etkisinin karşılaştırmalı olarak incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, *Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*.

Yenilmez, K., & Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programinin öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics, 49*(3), 379-402.

Zhang, J. (1997). The nature of external representations in problem solving. *Cognitive Science, 21*(2), 179-217.

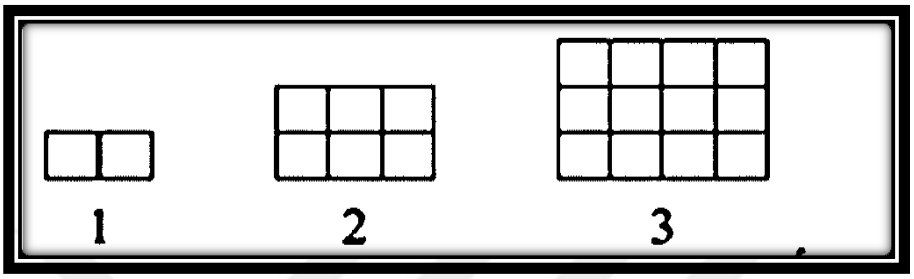
Zhang, J. (2000). External representations in complex information processing tasks. *Encyclopaedia of Library and Information Science, 68*, 164-180.

EKLER

EKLER

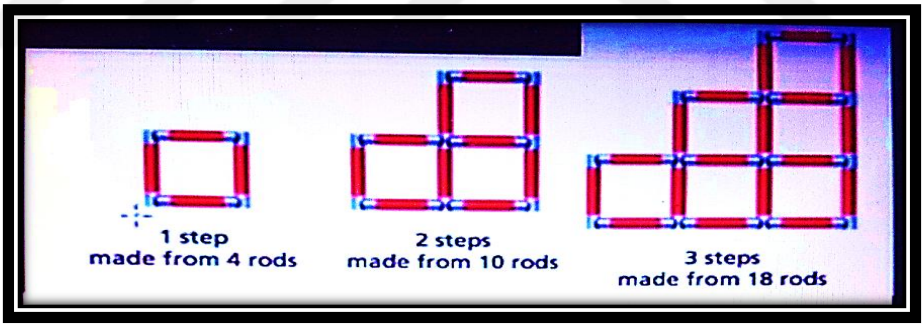
EK 1 Cebirsel Düşünme Becerileri Testi

(1) Örüntü numarasını blok (hücre) sayısıyla ilişkilendiren kuralı bulunuz ve örüntünün nasıl ilerlediğini belirleyiniz.



(2) Aşağıdaki formüllerden hangisi, adım numarası (n) ile çubuk sayısı (r) arasındaki ilişkiyi ifade eder?

r= $n^2 + 3\,n$, r = n (n+3), r = n^2 + 3, r = (n + 3) n



(3) Aşağıdaki tablodaki verileri kullanarak x ve y değişkenleri arasındaki ilişkiyi ifade eden ikinci dereceden denklemi yazınız.

x	0	1	2	3	4	5
Y	1	6	17	34	57	86

(4) f(x) = -x^2 + 8 fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

EK 1'in devamı

(5) Aşağıdaki tablo bir karenin kenar uzunluğu ve alanını göstermektedir. Karenin kenar uzunluğu = x.

Kenar uzunluğu	1	2	3	…..
Alan	1	4	9	64

(a) Tablodaki eksik değeri bulunuz.

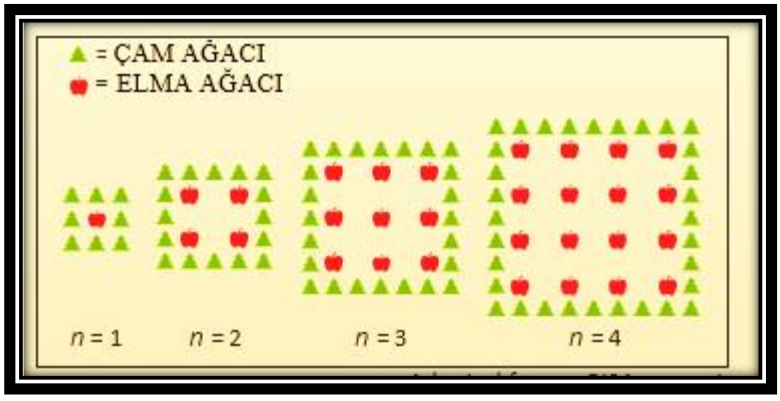
(b) Tabloda herhangi bir örüntü görüyor musunuz? Eğer varsa açıklayınız.

(c) Eğer örüntü varsa, örüntünün kuralı nedir?

(6) Bir dikdörtgenin uzunluğu genişliğinden 5 cm daha büyüktür. Alanın 36 cm^2'ye eşit olduğunu biliyorsak, dikdörtgenin uzunluğu ve genişliği nedir?

(7) Ardışık iki tek sayının çarpımı 15'tir. Bu sayılar nelerdir? Cevabı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

(8) Ali ve komşuları elma yetiştirmektedir. Her bir meyve bahçesine kare desenler şeklinde elma ağaçları dikmişlerdir. Ağaçları rüzgardan korumak için meyve bahçelerinin çevresine çam ağacı dikmişlerdir. Aşağıdaki diyagram, elma ağacı dizilişine göre bahçenin etrafında ne kadar çam ağacı dikildiğini göstermektedir.



EK 1'in devamı

(a) Diyagramda herhangi bir örüntü görüyor musunuz? Eğer varsa açıklayınız.

(b) n=6 olduğunda her bir ağaç türünden toplam kaç tane olur?

(c) Elma ağaçlarının sayısı çam ağaçlarının sayısına ne zaman eşit olur? Cevabınızın nedenini açıklayınız.

(d) Elma ağaçlarının sayısındaki artışla dayanıklı çam ağaçlarının sayısındaki artışı karşılaştırınız.

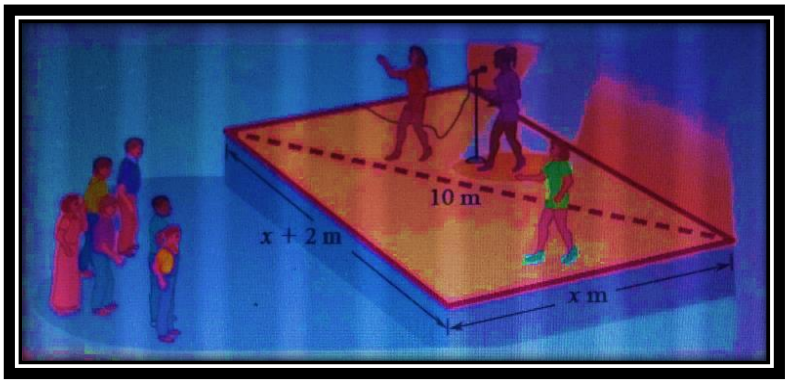
(**9**) Kenar uzunluğu (x+3) olan bir kare, uzunluğu (2x+3) ve genişliği (3x-5) olan dikdörtgen ile aynı alana sahiptir.

(a) x değişkenine bağlı denklemi bulunuz.

(b) Bulduğunuz denklemin çözümünü yapınız.

(c) Karenin alanını bulunuz.

(10) Dikdörtgen sahne: Dikdörtgen sahnenin bir kenarı diğer kenarından 2 metre daha uzundur. Köşegen uzunluğu 10 metre olduğuna göre kenar uzunluklarını bulunuz.



EK 1'in devamı

(**11**) Aşağıdaki tabloya göre:

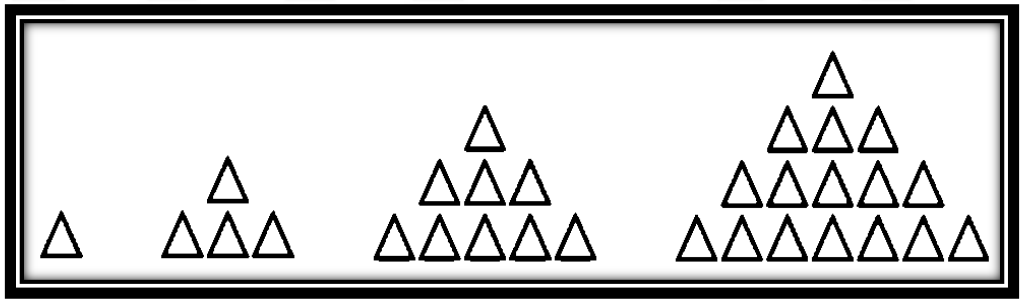
x	0	1	2	3	4	5
y	1	2	5	10	…..	…..

(a) Kuralı inceleyiniz ve tablodaki eksik değeri bulunuz.

(b) Tabloda herhangi bir örüntü görüyor musunuz? Eğer varsa açıklayınız.

(c) Yukarıdaki örüntüde yer alan sayılar bir kuralla oluşturulmuştur. Sayı örüntüsünün kuralını veren formülü bulunuz.

(**12**) Aşağıdaki diyagrama göre:



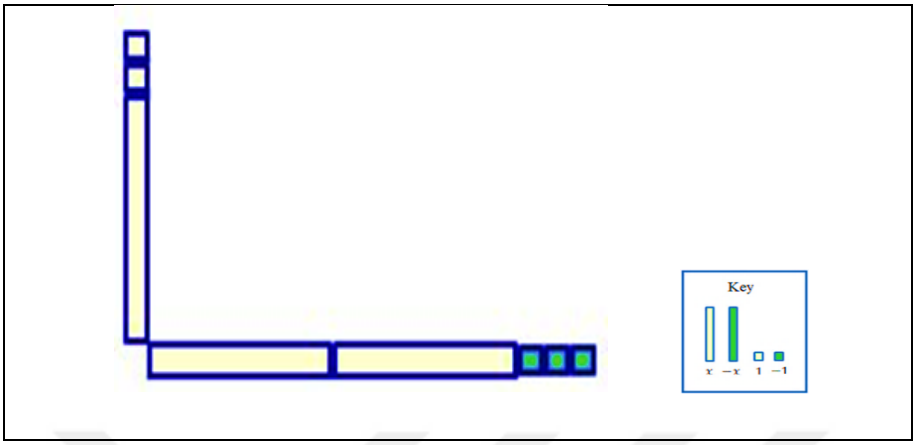
(a) Diyagramda herhangi bir örüntü görüyor musunuz? Eğer varsa açıklayınız.

(b) n = 5 için örüntüyü devam ettiriniz.

(c) (a) şıkkında açıkladığınız örüntünün cebirsel denklemini yazınız.

EK 1'in devamı

(**13**) Modelde gösterilen elemanları altlarına yazınız.



(**14**)Hangisi daha büyüktür? $n+n$ mi? $n+8$ mi? Neden? Açıklayınız.

(**15**)Ali bindiği taksinin taksimetresinin kaç TL ile açıldığına ve her kilometrede kaç TL arttığına bağlı olarak taksiciye ne kadar ödeme yapacağını belirlemiştir.

Yolculuk sonunda kaç TL ödeneceğini gösteren cebirsel ifade: 2,5+0,75.x (x=alınan yol)

Buna göre,

(**a**)Taksinin başlangıç ücreti kaç TL'dir?

(**b**)5 km yolculuk yapan Ali taksiciye kaç TL ödemiştir?

(**c**)Yolculuk sonunda taksiciye 40 TL ödeyen birinin yolculuğu kaç km sürmüştür?

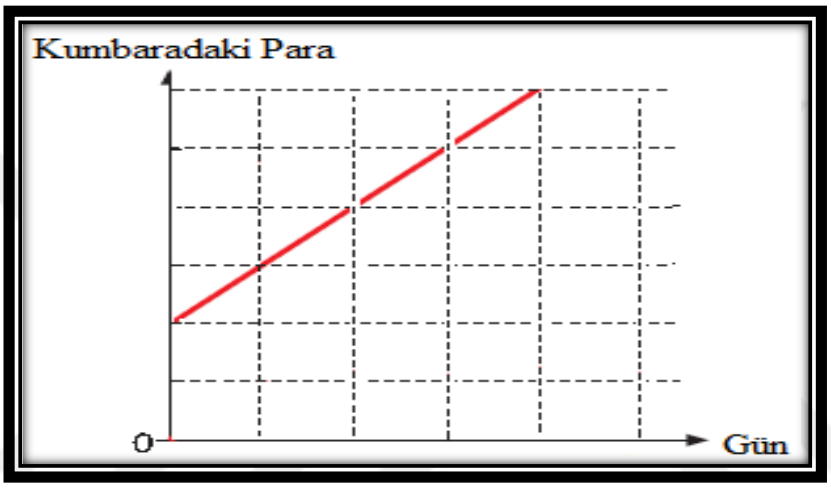
EK 1'in devamı

(**16**)Ali para biriktirmeye karar vermiş ve kumbarasına başlangıç olarak 10 TL atmış, ondan sonraki her gün için de 5 TL atacağını söylemiştir.

Bu durumu gösteren cebirsel ifade,
Kumbaradaki para (P) = 10 TL + 5 TL. Gün(G)
Yani P= 10 + 5.G şeklindedir.

Buna göre;

(a) Verilen bilgilere göre grafiği tamamlayınız.



(b) 3 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.

(c) 12 gün sonunda Ali'nin kumbarasında toplam kaç TL olur? Hesaplayınız.

(d) 100 TL biriktirdiğinde kendisine taraftar forması alacak olan Ali'nin kaç gün para biriktirmesi gerekir?

EK 2 Cebirsel Düşünme Becerileri Testi Sorularının Değerlendirilmesine İlişkin Kriterler

Soru 1

Düşünme düzeyleri	Genel özellikler	Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrenciler sorunun anlaşılmasında güçlük çekerler ve anlamdan kaynaklanmayan işlemsel hatalar yapabilirler. -Öğrenciler soruyu cevaplayamaz, çünkü örüntüleri anlamak için yeterli bilgi ve beceriye sahip değildir. - Öğrenciler kuralı bulmak için yeterli bilgi ve beceriye sahip değildir, cebirsel kuralı yazmaya çalışırlar, ancak ifadeleri yanlış yazarlar ve cevapları önemsizdir.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler çizim kullanarak bir sonraki aşamaya geçebilirler. -Öğrenciler aritmetik yöntemler kullanarak tüm basamakları tahmin edebilirler. Örneğin, öğrenciler bir sonraki adımı bulmak için her bir adımda sayma ve ekleme gibi yöntemleri kullanırlar, ancak aritmetik işlemler yaparak sonuca ulaşamazlar. -Öğrenciler aritmetik yöntemleri kullanmaya çalışırlar, ancak adımlar tutarlı değildir, ortak farkı bilmelerine rağmen doğru şekilde kullanamazlar. -Öğrenciler örüntünün nasıl büyüyeceğini bilseler de cebirsel kurala ulaşamazlar. -Öğrenciler cebirsel yöntemleri kullanamazlar. Cebirsel yöntemleri kullanmaya çalışsalar bile cebirsel kurala ulaşamazlar.

EK 2'nin devamı

Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Öğrenciler aritmetik yöntemleri düzgün kullanarak örüntüdeki herhangi bir aşamaya ulaşabilir. -Öğrenciler örüntüyü doğru şekilde nasıl geliştireceklerini bilirler ve cebirsel yöntemleri kullanmaya çalışırlar, ancak cebirsel kurallara veya genellemeye ulaşmazlar.
İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	-Bu seviyede öğrenciler cebirsel dil kullanır, öğrenciler örüntülerin, değişkenin, katsayının ve sabitlerin anlamını anlarlar. -Öğrenciler cebirsel ifadeler kullanarak örüntüyü genelleştirebilir ve bu genellemeleri herhangi bir adıma ulaşmak için kullanabilirler. -Öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilir ve bir kural koyabilir ve örüntü numarasını blok sayısı ile ilişkilendiren kuralı bulabilir ve örüntünün nasıl büyüdüğünü belirleyebilirler.

EK 2'nin devamı

Soru 2

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrenciler soruyu anlamakta güçlük çekerler. -Öğrenciler soruda neyin gerekli olduğunu tam olarak anlamazlar ve aritmetik işlemlerden faydalanmaya çalışırlar ancak faydasızdır. -Öğrenciler soruda verilen ilişkileri anlayamazlar ve ellerindeki bilgileri nasıl kullanacaklarını bilmezler. -Öğrenciler hangi formüllerin adım sayısı (**n**) ile çubuk sayısı (**r**) arasındaki ilişkiyi temsil ettiğini bilemezler.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	Soruda verilen ilişkileri anlayabilir; aritmetik işlemlerden yararlanmaya çalışırlar. Burada, adım sayısı (**n**) ile çubuk sayısı (**r**) arasındaki ilişkiyi bulmak için verilen formüllerde (**n**) değerlerini yerine koyarak sonuca ulaşmaya çalışabilirler, ayrıca değişkenlerin ve sembollerin anlamını anlarlar, Ancak, öğrenciler tüm formülleri doğrulayamadı.
Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	Öğrenciler soruda verilen ilişkileri anlayabilir, aritmetik işlemleri kullanmaya çalışabilir ve adım sayısı (**n**) ile çubuk sayısı (**r**) arasındaki ilişkiyi bulmak için verilen formüllerde değerleri (**n**) yerine koyarak sonuca ulaşmaya çalışabilirler, Ancak, öğrenciler tüm formülleri doğrulayamadı.
İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	Öğrenciler soruda verilen ilişkileri anlayabilir, adım sayısı (**n**) ile çubuk sayısı (**r**) arasındaki ilişkileri kontrol edebilir, hangi formüllerin adım sayısı (**n**) ve sayı arasındaki ilişkiyi temsil ettiğini belirleyebilir çubuklar (**r**) ve çözüm için ne yapılacağı konusunda net bir fikirleri vardır.

EK 2'nin devamı

Soru 3

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	- Öğrenciler soruda verilen bilgileri anlayamazlar ve ikinci dereceden denklemi bulmak için ellerindeki bilgileri nasıl kullanacaklarını bilmezler. - Öğrenciler soruyu çözmek için tablo bilgilerinin nasıl kullanılacağını bilmezler. -Öğrenciler ikinci dereceden denklemi bulmak için tablo bilgilerine odaklanır, sistematik bir yaklaşım olmadan bir çözüm bulmaya çalışırlar ve yanlış yazarlar ve yanıtları önemsizdir.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	Öğrenciler soruyu çözmek için tablo bilgilerini kullanırlar; ikinci dereceden denklemi bulmak için aritmetik yöntemleri kullanmaya çalışırlar. Ancak, öğrenciler sorunun tüm yönlerini anlayamadıkları için bu süreç tamamlanmamıştır.
Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Öğrenciler denklemi bulmak için aritmetik yöntemleri kullanır. -Öğrenciler soruda verilen bilgileri anlayabilir ve ikinci dereceden denklemi bulmak için ellerindeki bilgileri nasıl kullanacaklarını bilebilirler, öğrencilerin attığı adımlar doğrudur. Ancak, genel çözümü yapamazlar ve ikinci dereceden denklemi bulamazlar.
İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	-Öğrenciler ikinci dereceden denkleme aritmetik yöntemleri kullanarak ulaşabilirler, bu da genel çözümü bulabildikleri ve değişken, katsayı ve sabitlerin ne demek olduklarını anladıkları anlamına gelir.

EK 2'nin devamı

Soru 4

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrenciler bu soruya cevap veremezler. -Öğrenciler ikinci dereceden denklemin grafik temsilunda yeterli bilgi ve beceriye sahip değildir. -Öğrenciler ikinci dereceden denklemin grafik gösterimi için hangi yöntemlerin doğru olduğunu anlamazlar.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler ikinci dereceden denklemin grafiğini nasıl çizeceklerini bilirler, ancak bilgileri çok sınırlıdır. -Öğrenciler grafik temsilini tamamlayamazlar ve grafik temsil bilgilerinin bir kısmını bulabilirler.
Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Öğrenciler daha karmaşık bir ilişki kurabilirler. -Öğrenciler grafik gösterimle ilgili tüm bilgileri bulabilir, cevabı düşünürler ve ikinci dereceden denklemi çizecek bilgileri belirlerler ve grafik hakkında bilgi sahibi gibi görünürler, ancak çizimi tamamlayamazlar. Böylece sonuca ulaşamazlar ve ikinci dereceden denklemin grafik gösterimlerine doğru bir şekilde ulaşamazlar.
İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	İkinci dereceden denklem grafiğinin uygun çizim yöntemlerini kullanır. Böylece öğrenciler sonuca ulaşır.

EK 2'nin devamı

Soru 5

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	- Öğrenciler tablodaki eksik değeri bulamazlar, çünkü soruyu anlamazlar, örüntüyü tanımlayamazlar ve tabloda eksik değeri bulmak için yeterli bilgi ve beceriye sahip değillerdir. - Öğrenciler örüntüyü tanımlamak için aritmetik ve cebirsel yöntemi kullanmaya çalışırlar, ancak adımlar tutarlı değildir ve yanlıştır Böylece, örüntüyü tanımlamakta başarısız olurlar. -Öğrenciler sayı örüntüsünün kural formülünü yazmaya çalışırlar, ancak değişkenlerin anlamını bilmedikleri için ifadeleri yanlıştır. -Öğrencinin (**a**) paragrafında eksik değeri bulamaması, (**b**) ve (**c**) paragrafını da cevaplayamadıkları anlamına gelir.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	Örüntünün ortak bilgisini ve örüntünün nasıl büyüdüğünü kullanarak, bu seviyede sonraki adımları tahmin edebilir: -Aritmetik yöntemler, tahmin ve matematik kanunları tabloda eksik değerleri bulmak için doğru bir şekilde kullanılabilir. -Öğrenciler örüntüyü tanımlayabilir ancak genelleme yapamazlar. -Öğrenciler örüntüdeki sayıların oluşum kuralını bulmak için cebirsel yöntemleri kullanamazlar.

EK 2'nin devamı

Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Cebirsel işlemleri kullanarak cevaba ulaşmak yerine bazı öğrenciler aritmetik yöntemlerle cevap bulmaya çalışırlar. -Öğrencilerin eksik olan değeri bulması, (**b**) ve (**c**) bölümlerine cevap verebilecekleri anlamına gelir. -Öğrenciler, örüntüyü tanımlamak için aritmetik ve cebirsel yöntemler kullanmaya çalışırlar, ancak adımları tutarlı değildir ve örüntülerdeki sayı oluşum kuralını bulamamışladır.
İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	-Öğrenciler eksik değeri bulabilir, bu da (**b**) ve (**c**) bölümlerini cevaplayabilecekleri anlamına gelir. -Öğrenciler cebirsel ifadeler kullanarak örüntüyü genelleştirebilir ve bu genellemeleri herhangi bir değeri kontrol etmek için kullanabilirler. Bu nedenle, öğrenciler sayı örüntüsünün kural formülünü bulabilirler.

EK 2'nin devamı

Soru 6

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrenciler soruyu anlamazlaralar ve soru hakkında hiçbir fikirleri yoktur. -Öğrenciler sembol ve cebirsel ilişki kullanma becerisine sahip değildir. -Öğrencilerin sözlü ifadeleri cebirsel nütasyonlara dönüştürme ve cebirsel yöntemleri kullanma becerisi yoktur. -Öğrenciler herhangi bir ilişki kuramazlar ve cebirsel gösterimde yeterli kavrama becerileri yoktur.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler sözlü ifadeleri cebirsel nütasyonlara dönüştürme konusunda basit bir yeteneğe sahiptir. -Öğrenciler ilişki kurabilir, ancak çok sınırlıdır, örneğin, öğrenciler verileri (**x**) değişkeninde bir cebirsel denklem şeklinde ifade edebilirler, fakat kullanılan harf (**x**)' in bir değişken olduğunu ve farklı değerlere sahip olabileceğini fark etmezler.
Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	- Öğrenciler, sözlü ifadeleri cebirsel nütasyonlara dönüştürme yeteneğine ve cebirsel nütasyon hakkında yeterli bilgiye sahiptirler. - Öğrenciler verileri (**x**) değişkenindeki bir cebirsel denklem şeklinde ifade edebilir, kullanılan (**x**) değişkeninin bir değişken olduğunu ve farklı değerlere sahip olabileceğini bilirler. Ancak, öğrenciler bu değişkenin değerlerini bulamamaktadır.

EK 2'nin devamı

İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	-Öğrencilerin sözlü ifadeleri cebirsel nütasyonlara dönüştürme becerisi yüksektir ve cebirsel nütasyon konusunda yeterli kavrayışa sahiptirler. -Öğrenciler cebirsel işlemler hakkında kavramsal ve işlemsel bilgilere sahiptir, öğrenciler denklemi cebirsel olarak ifade edilen (**x**) değişkeninde bulabilirler. - Öğrenciler değişkenin tüm değerleri hakkında düşünebilir ve dikdörtgenin uzunluğunun ve genişliğinin negatif olmayacağının farkındadır ve bu nedenle bu değişkenin değerlerini doğru bir şekilde bulabilirler.

EK 2'nin devamı

Soru 7

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	- Soruyu anlamak zordur. -Öğrenciler herhangi bir ilişki kuramazlar. - Öğrenciler ardışık iki tek sayının ne olduğunu bilmezler. Çünkü soruda verilen ve istenen durumu tam olarak anlamamışlardır ve matematik kavramları hakkında bilgi eksiklikleri vardır. - Öğrencilerin düşünme seviyeleri istenen seviyenin çok altındadır ve öğrenciler sözlü ifadeleri cebirsel simgelere dönüştürme ve cebirsel yöntemleri kullanmada zorluk çekerler. Bu nedenle, herhangi bir sonuca ulaşamazlar.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler ardışık iki tek sayının farkındadır. -Öğrencilerin sözlü ifadeleri cebirsel nütasyonlara dönüştürme becerisi vardır ve cebirsel nütasyon hakkında bilgi sahibidirler. -Öğrenciler ilişki kurabilir, ancak çok sınırlıdır, örneğin, Öğrenciler bilgileri (**x**) değişkenindeki bir cebirsel denklem şeklinde ifade edebilirler, ancak kullanılan (**x**) harfinin bir değişken olduğunu ve farklı değerlere sahip olabileceğini fark etmezler.
Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Öğrenciler cebirsel gösterimde yeterli kavrama becerisine sahiptir. -Öğrenciler verilen bilgileri (**x**) değişkeninde bir cebirsel denklem şeklinde ifade edebilirler ve kullanılan değişken (**x**)' in bir değişken olduğunu ve farklı değerlere sahip olabileceğini bilirler. Ancak, öğrenciler bu değişkenin değerlerini bulamamaktadır. -Öğrenciler soruyu birçok yönden düşünürler ama sorunun cevabına ulaşamazlar.

EK 2’nin devamı

İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	- Öğrenciler sayıların sırası ve cebirsel işlemler hakkında tam kavramsal bilgiye sahip olur. -Öğrenciler denklemi cebirsel olarak ifade edilen (**x**) değişkeninde bulabilirler. -Öğrenciler değişkenin tüm değerleri hakkında düşünür ve öğrenciler ardışık iki tek sayıdan ve çarpma sonucunun **15**'e eşit olduğundan ve negatif olamayacağından haberdar olurlar. Bu nedenle, öğrenciler bu değişkenin değerlerini doğru bir şekilde bulabilirler. -Öğrenciler birden fazla yolla cevap verebilirler.

EK 2'nin devamı

Soru 8

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrenciler örüntünün nasıl büyüdüğünü anlamazlar. -Öğrenciler örüntüyü tanımlamak için aritmetik ve cebirsel yöntemler kullanmaya çalışırlar, ancak adımları tutarlı değildir ve örüntüyü tanımlayamazlar. -Öğrenciler elma ağaçlarının sayısının çam ağaçları sayısına eşit olduğunu bilmezler, çünkü örüntüleri aritmetik veya cebirsel yöntemlerle tanımlayamazlar. -Öğrenciler örüntüyü tanımlayamazlar, bu da elma ağaçlarının sayısının büyümesi ile çam ağaçlarının sayısının nasıl karşılaştırılacağına yol açar. -Öğrenciler (**a**), (**b**) ve (**c**) 'ye cevap veremezler, bu da onların cevap (d)' de başarısız olmasına yol açar.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler çizimi kullanarak örüntüleri tahmin etmeye çalışırlar. -Öğrenciler aritmetik yöntemleri kullanarak sonraki adımları tahmin edebilirler. Örneğin, öğrenciler bir sonraki adımı bulmak için her bir adımda sayma ve ekleme gibi yöntemleri kullanırlar, ancak bazı öğrenciler aritmetik işlemler yaparak sonuca bazen ulaşamazlar. -Öğrenciler aritmetik yöntemleri kullanmaya çalışır, ancak süreç adımları tutarlı değildir, ortak farkı bilmelerine rağmen doğru şekilde kullanamazlar. -Öğrenciler örüntüyü nasıl büyüteceklerini bilseler bile, cebirsel kurala ulaşamazlar. -Öğrenciler cebirsel yöntemleri kullanmaya çalışırlarsa bile, cebirsel kurala ulaşamazlar. -Öğrenciler (**a**) bölümünü yanıtlayamaz, bu durum (**b**), (**c**) ve (**d**) bölümlerinde de başarısızlığa yol açar.

EK 2'nin devamı

Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	- Öğrenciler, aritmetik yöntemleri doğru kullanarak örüntünün herhangi bir adımına ulaşabilir -Öğrenciler örüntüyü doğru şekilde nasıl geliştireceklerini bilirler ve cebirsel yöntemleri kullanmaya çalışırlar, ancak cebirsel kurallara veya genellemeye ulaşmazlar. -Öğrenciler bir örüntünün nasıl geliştiğini bilseler bile, cebirsel kurala ulaşamazlar. -Öğrenciler aritmetik yöntemlerle **n** = **6** olduğunda her türden kaç ağaç olduğunu bilebilirler.
İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	Bu seviyede Öğrenciler örüntüyü tanımlamak için değişkenler gibi cebirsel bir dil kullanırlar. - Öğrenciler örüntüyü cebirsel yöntemler kullanarak genelleştirebilirler ve cebirsel kurala ulaşırlar. - Öğrenciler, elma ağaçlarının sayısının cebirsel ifadeleri kullanarak çam ağaçlarının sayısına eşit olduğunu anlayabilirler. -Öğrenciler bu cebirsel ifadeyi (**b**), (**c**) ve (**d**) maddelerine cevap olarak kullanabilir.

EK 2'nin devamı

Soru 9

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	- Soruyu anlamak zordur. -Öğrenciler matematiksel kavramlar hakkında bilgi sahibi değildir. -Öğrenciler matematikte kavramsal ve işlemsel bilgi eksikliğine sahiptir. - Değişken kavramı hakkında bir fikirleri yoktur ve öğrencilerin düşünme seviyeleri istenenin çok altındadır. -Öğrenciler (**x**) harfinin bir değişken olduğunu ve farklı değerler alabileceğini bilmezler. -Öğrenciler (**a**) bölümünde başarısız olursa, (**b**) ve (**c**) bölümlerinde sonuç elde edemezler.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	- Öğrencilerin matematikte kavramsal ve işlemsel bilgi eksikliği vardır. - Öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdırlar, örneğin, denklemi (**x**) değişkeninde cebirsel olarak ifade edilebilir ve öğrenciler kullanılan (**x**) harfinin değişken olduğunu ve farklı değerler alabileceğini bilirler, ancak bu seviyede öğrenciler (**x**) değişkenini bulamamaktadır. -Öğrenciler (**a**) bölümünde başarısız olursa, (**b**) ve (**c**) bölümlerinde sonuç elde edemezler.

EK 2'nin devamı

Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Öğrenciler matematikte kavramsal ve işlemsel bilgiye sahiptir. - Öğrenciler değişken, katsayı, sabit terim ve denklem gibi kavramları kullanırlar. -Denklem (**x**) değişkeninde cebirsel olarak ifade edilir ve öğrenciler kullanılan (**x**) harfinin bir değişken olduğunu ve farklı değerler alabileceğini bilir. -Öğrenciler sorunun **b** kısmında değişkenin alabileceği tüm değerleri düşünürler. -Öğrenciler, karenin kenarlarının uzunluğunun ve dikdörtgenin uzunluğunun ve genişliğinin negatif olmayacağının farkındadır ve öğrenciler (**x**) değişkeninin ve kare alanının doğru değerini bulabilir.

EK 2'nin devamı

Soru 10

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrencilerin soruyu anlaması zordur. -Öğrenciler matematikte kavramsal ve işlemsel bilgi eksikliğine sahiptir. -Öğrencilerin dikdörtgen hakkında hiçbir fikri yoktur, Pisagor teorisi hakkında fikirleri yoktur ve düşünme düzeyleri istenen seviyenin çok altındadır. -Öğrenciler (**x**) harfinin bir değişken olduğunu ve farklı değerler alabileceğini fark edemezler ve öğrencilerin bu seviyedeki başarısızlığı sonuca ulaşamamalarına ve böylece dikdörtgenin kenarlarının uzunluklarını bulamamalarına neden olur.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır, örneğin, söz konusu sorudaki bilgiler Pisagor teorisini kullanarak (**x**) değişkenindeki bir cebirsel denklem olarak ifade edilebilir, ancak Öğrenciler kullanılan (**x**) harfinin bir değişken olduğunu ve farklı değerler alabileceğini fark edemezler -Öğrenciler bu seviyede başarısız olursa, sonuca ulaşamazlar ve dikdörtgenin kenarlarının uzunluklarını bulamazlar.
Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Öğrenciler sözlü ifadeleri cebirsel nütasyonlara dönüştürme becerisine sahiptir ve cebirsel nütasyon konusunda yeterli kavrayışa sahiptirler. -Öğrenciler cebirsel işlemler hakkında kavramsal ve işlemsel bilgilere sahiptir; denklemi (**x**) değişkeninde bulabilirler. -Öğrenciler değişkenin tüm değerleri hakkında düşünebilirler, ancak öğrenciler bu seviyede (**x**) değişkenini bulmada başarısız olurlar ve böylece üçgen uzunluklarını bulamazlar.

EK 2'nin devamı

İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	-Öğrenciler sözlü ifadeleri cebirsel nütasyonlara dönüştürme becerisine sahiptir ve cebirsel nütasyon konusunda yeterli kavrayışa sahiptirler. -Öğrenciler cebirsel işlemler hakkında kavramsal ve işlemsel bilgilere sahiptir; (**x**) değişkeninde denklemi bulabilirler. -Öğrenciler değişkenin tüm değerleri hakkında düşünebilir, tüm değişkenleri (**x**) bulabilir ve böylece üçgen uzunluklarını bulabilirler.

EK 2'nin devamı

Soru 11

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrenciler örüntünün nasıl geliştiğini anlamazlar. -Öğrenciler sonuca ulaşmaya çalışır, ancak cevapları önemsizdir -Öğrenciler tablodaki eksik değerleri bulamaz, çünkü örüntüyü anlamazlar ve sayı örüntüsünün kural formülünü bulamazlar. -Öğrenciler örüntüyü tanımlamak için aritmetik ve cebirsel yöntemler kullanırlar, ancak adımları tutarlı değildir ve örüntüyü tanımlayamazlar. -Öğrenciler kuralı cebirsel olarak yazmaya çalışırlar (sayı örüntüsünün kural formülü), ancak ifadeleri yanlıştır, çünkü katsayıların, değişkenlerin ve işaretlerin anlamını bilmezler.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	Bu seviyede öğrenciler örüntün nasıl büyüdüğü hakkındaki genel bilgiyi kullanarak, bir sonraki adımları tahmin edebilirler: -Aritmetik yöntemler, tahmin ve matematik kanunları tablodaki eksik değerleri bulmak için doğru bir şekilde kullanılabilir. -Öğrenciler örüntüyü tanımlayabilir ancak genelleme yapamazlar. -Öğrenciler sayı örüntüsünün kural oluşumunu bulmak için cebirsel yöntemleri kullanamazlar.

EK 2'nin devamı

Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Öğrenciler tablodaki tüm eksik değerleri bulmak için aritmetik yöntemleri düzgün bir şekilde kullanabilirler. -Öğrenciler örüntüyü tanımlamak için aritmetik ve cebirsel yöntemleri kullanmaya çalışırlar, ancak adımlar tutarlı değildir ve sayı örüntüsünün oluşum kuralını bulamamıştır.
İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	-Öğrenciler değişkenler, katsayılar ve sabitler gibi cebirsel dilleri kullanabilirler. - Öğrenciler cebirsel ifadeleri kullanarak örüntüyü genelleştirebilir, bu genellemeleri tablodaki herhangi bir değerden kontrol etmek için, kullanabilirler ve sayı örüntüsünün kural formülünü bulabilirler.

EK 2'nin devamı

Soru 12

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrenciler örüntüyü ve örüntünün nasıl geliştiğini tam olarak anlamazlar. -Öğrenciler sonuca ulaşmaya çalışırlar, ancak cevapları birbiriyle ilişkisizdir. - Öğrenciler örüntüyü anlamadıkları ve (**a**) ölümünde örüntüyü tanımlayamadıkları için **5**. adıma geçemezler. -Öğrenciler aritmetik, açıklayıcı yöntemler ve çizim kullanmaya çalışırlar, ancak adımları tutarlı değildir ve örüntüyü tanımlayamazlar. -Öğrenciler denklemi cebirsel olarak yazmaya çalışırlar, ancak ifadeleri yanlıştır, çünkü katsayıların, değişkenlerin ve işaretlerin anlamını bilmiyorlar.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler aritmetik ve betimleyici yöntemleri uygun şekilde kullanabilirler ve örüntüleri tanımlayabilirler, ancak genelleştiremezler. -Öğrenciler örüntüyü anladıkları ve (**a**) bölümündeki örüntüyü tanımlayabildikleri için (**5**). Adıma geçebilirler -Öğrenciler cebirsel yöntemleri kullanamazlar.
Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Öğrenciler örüntünün herhangi bir adımına ulaşmak için aritmetik yöntemleri düzgün bir şekilde kullanabilirler. -Öğrenciler cevaba cebirsel işlemlerle ulaşmak yerine, aritmetik yöntemlerden yararlanarak cevabı bulurlar, ancak örüntünün cebirsel denklemini bulamazlar.

EK 2'nin devamı

İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	-Öğrenciler, örüntüyü ve örüntünün nasıl büyüdüğünü tam olarak anlar ve bilir -Öğrenciler, örüntünün herhangi bir adımına ulaşmak için aritmetik ve cebirsel yöntemleri doğru şekilde kullanabilirler. -Öğrenciler değişkenler gibi cebirsel dilleri kullanırlar. -Öğrenciler bir örüntünün cebirsel denklemini yazabilir.

EK 2'nin devamı

Soru 13

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrencilerin soruyu anlaması zordur. -Öğrenciler modelleri tam olarak anlayamazlar. -Öğrenciler bu sorunun modelinde faktörlerin nasıl yazıldığını bilmezler. -Öğrenciler sonuca ulaşmaya çalışır, ancak cevapları ilgisizdir. -Öğrenciler soruyu düşünür ama cevapları yanlıştır çünkü bu soruyu anlamamışlardır.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	Öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır. Örneğin, öğrenciler modeldeki değişkenleri ve sabitleri bilir, ancak modelde gösterilen faktörleri yazamazlar.
Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	Öğrenciler daha karmaşık bir ilişki kurabilirler. Örneğin, öğrenciler modelde gösterilen faktörleri bilirler.

EK 2'nin devamı

Soru 14

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	-Öğrencilerin soruyu anlamaları zordur. -Öğrenciler değişken kavramı hakkında fikir sahibi değildir veya düşünme düzeyleri istenen seviyenin çok altındadır. -Öğrencilerin yanıtları önemsizdir.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler değişken kavramının farkındadır ve değişkene değer vererek sonuca ulaşmaya çalışırlar, ancak durumun bir yönüyle ilgilendikleri için birden fazla değer vererek genellemeyi düşünemezler. -Cebirsel işlemlerde küçük hatalar vardır, ancak en azından benzer terimleri ayırt etmek için yeterlidir.
Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	- Değişken birden fazla değer verilerek yorumlanabilir, ancak (**n**) değerleri için farklı durumların (**n**) değerinden daha büyük ve daha küçük olduğunu tahmin edemezler.
İlişkilendirilmiş Yapı Düzeyde (İYD)	Öğrenciler sorunun cevabıyla ilgili tüm yönlerini anlarlar, bu yönleri birbirine bağlayabilirler. Böylece öğrenciler ilişkiyi genelleştirebilirler.	-Öğrenciler bir sorudaki tüm olası durumları inceleyebilir. -Değişken, birden fazla değer verilerek yorumlanır ve öğrenciler (**n**) 'nin alabileceği tüm farklı değerleri bilir. Örneğin, **n** = **8** veya **8**'den büyük ve 8'den az.

EK 2'nin devamı

Soru 15

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	- Öğrencilerin soruyu anlaması zordur. -Öğrenciler cebirsel ifadeyi yorumlayamaz ve anlayamaz. -Öğrenciler için sonuçlar varsa bile, onu nasıl bulduğuna dair mantıklı bir açıklama yoktur.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler cebirsel ifadeyi yorumlayabilir ve anlayabilir. -Öğrenciler genellikle cevabı cebirsel ifadede değişkene değer vererek bulmaya çalışırlar. -Öğrenciler,(**a**) bölümündeki değişkene değer vererek cevabı bulabilirler. -Öğrenciler (**b**) bölümündeki değişkenine değer verebilir, matematiksel aritmetik işlem yapabilir, ancak matematiksel aritmetikte bazı hatalar görülebilir. -Bazı öğrenciler değişkenlere değer vermek veya aritmetik yöntemler kullanmak yerine, genellikle cevabı tek tek toplayarak bulurlar. -Bölüm (**c**) 'de öğrencilerden bilinmeyen bir denklem çözmeleri beklenmemektedir.

EK 2'nin devamı

Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	Öğrenciler cebirsel ifadeyi yorumlayabilir ve anlayabilir. - Öğrenciler değişkene cebirsel ifadede değer vererek cevabı bulabilir ve hesaplamaları doğru şekilde yapabilirler. - (a) bölümünde öğrenciler, değişkene değer vererek cevabı bulabilirler. - (b) bölümünde öğrenciler değişkene değer verebilir, matematiksel aritmetiği doğru şekilde yapabilir; Hesaplamalar yapılarak bir cevap bulunabilir. **0,75 5** ile çarpılır, ardından **2,5** eklenir, cevap **x = 6,25** - Öğrenciler (c) bölümünde bilinmeyen bir denklemi doğru bir şekilde çözebilir; Hesaplamalar yapılarak cevabı bulabilir. **2,5 + 0,75 x** = **40** veya **40 - 2,5 = 37,5** = **0,75x**, bir cevap **x = 50**

EK 2'nin devamı

Soru 16

Düşünme düzeyleri	**Genel özellikler**	**Sorunun nasıl değerlendirileceğine ilişkin açıklamalar**
Yapı Öncesi Düzeyde (YÖD)	Öğrencilerin cevapları konu veya soru ile ilgili olmaktan uzaktır ve öğrencilerin cevapları yeterli değildir.	- Öğrencilerin soruyu anlaması zordur. -Öğrenciler cebirsel ifadeyi yorumlayamaz ve anlayamaz. -Öğrenciler grafikteki (**G**) 'nin bir değişken olduğunu bilmezler. -Öğrenciler grafiği doğru şekilde dolduramazlar. - Öğrenciler grafiği doğru okumak için yeterli bilgi ve beceriye sahip değildirler. -Öğrenciler (**a**), (**b**), (**c**) ve (**d**) maddeleri için makul cevaplar veremezler. -Öğrenciler için sonuçlar varsa bile, nasıl bulduklarının mantıklı bir açıklaması yoktur.
Tek Yönlü Yapı Düzeyde (TYYD)	Öğrenciler genellikle sorunun bir yönüne odaklanırlar ve öğrenciler bir ilişki kurabilirler ancak çok sınırlıdır.	-Öğrenciler cebirsel ifadeyi yorumlayabilir ve anlayabilir. -Öğrenciler tüm soruları doğru cevaplayamazlar. - Öğrenciler grafiği doldurabilir, grafiği okumak için bilgi ve becerilere sahiptir, ancak grafiği doldururken hata yapabilirler. - Öğrenciler, (**b**), (**c**) ve (**d**) bölümünde değişkene değer vererek cevabı bulurlar, ancak problemin tüm maddelerine doğru cevap veremezler ve işlemsel hatalar yapabilirler.

EK 2'nin devamı

Çok Yönlü Yapı Düzeyde (ÇYYD)	Öğrenciler sorunun birden fazla yönünü kullanırlar ve öğrenciler sorunun farklı yönleriyle ilgilenebilirler ancak bu yönleri birbirine bağlayamazlar.	-Öğrenciler cebirsel ifadeyi yorumlayabilir ve anlayabilir. -Öğrenciler grafiği doldurabilir ve grafiği okumak için yeterli bilgi ve beceriye sahiptir. -Öğrenciler aritmetik işlemler yaparak doğru cevabı bulabilirler. -Öğrenciler soruya cevap verecek kavramsal ve işlemsel bilgiye sahiptir. -Öğrenciler, cebirsel ifadede (**G**) 'ye değer vererek (**b**) ve (**c**) maddelerindeki cevabı bulabilir ve hesaplamaları doğru şekilde yapabilirler. -Öğrenciler cebirsel ifadede (**P**) 'ye değer vererek (**d**)' deki cevabı bulabilir ve hesaplamaları doğru yapabilir. Hesaplamalar yapılarak bir cevap bulunabilir**. 100 = 10 + 5. G**, **90 = 5.G, G = 18**

EK 3 İzin Belgesi - Libya



دولة ليبيا
حكومة الوفاق الوطني
الرقم الاشاري :.....

وزارة التعليم
مراقبة تعليم طرابلس المركز
التاريخ : / / 14 هـ
الموافق : / / 20 م

مكتب التعليم الثانوي

السيد/ مدير مدرسة طرابلس الثانوية بنين

تحية و بعد ...

نفيدكم علما بأن الأستاذة/

عواطف أحمد خميس العزابي

كانت قد تقدمت إلينا بطلب لمساعدتها في استكمال دراستها للحصول علي درجة الدكتوراه.

لهذا

نأمل منكم التفضل مشكورين بمساعدتها في استكمال دراستها و التي تشمل توزيع أسئلة خاصة بالطالبات علي أن لا يقل عددهم علي مئة طالبة.

تفضلوا بقبول فائق الشكر و الاحترام

والسلام عليكم

تم استكمال إجراءات المطلوبة
إلا بإذن يوم الاحد الرابع

أ/ حسام الدين الحجاجي
مدير مكتب التعليم الثانوي
بمراقبة التعليم ببلدية طرابلس المركز

صورة منه إلى :

EK 3'ün devamı



دولة ليبيا
حكومة الوفاق الوطني
الرقم الاشاري :.....

وزارة التعليم
شؤون تعليم طرابلس المركز
التاريخ : / / 14 هـ
الموافق : / / 20 م

مكتب التعليم الثانوي

السيد/ مدير مدرسة النصر الثانوية بنات

تحية و بعد ...

نفيدكم علما بأن الأستاذة/

عواطف أحمد خميس العزابي

كانت قد تقدمت إلينا بطلب لمساعدتها في استكمال دراستها للحصول علي درجة الدكتوراه.

لهذا

نأمل منكم التفضل مشكورين بمساعدتها في استكمال دراستها و التي تشمل توزيع أسئلة خاصة بالطالبات علي أن لا يقل عددهم علي مئة طالبة.

تفضلوا بقبول فائق الشكر و الاحترام

والسلام عليكم

أ/ حسام الدين الحجاجي
مدير مكتب التعليم الثانوي
بمراقبة التعليم ببلدية طرابلس المركز

صورة منه إلى :

EK 3'ün devamı



دولة ليبيا
حكومة الوفاق الوطني
الرقم الاشاري : .....

وزارة التعليم
مراقبة تعليم طرابلس المركز
التاريخ : / / 14 هـ
الموافق : / / 20 م

مكتب التعليم الثانوي

السيدة/ مدير مدرسة المنار الثانوية بنات

تحية و بعد ...

نفيدكم علما بأن الأستاذة/

عواطف أحمد خميس العزابي

كانت قد تقدمت إلينا بطلب لمساعدتها في استكمال دراستها للحصول علي درجة الدكتوراه.

لهذا

نأمل منكم التفضل مشكورين بمساعدتها في استكمال دراستها و التي تشمل توزيع أسئلة خاصة بالطالبات علي أن لا يقل عددهم علي مئة طالبة.

تفضلوا بقبول فائق الشكر و الاحترام

والسلام عليكم

أ/ حسام الدين الحجاجي
مدير مكتب التعليم الثانوي
بمراقبة التعليم ببلدية طرابلس المركز

نفيدكم بأن الفتيات قد أجرت القياس الشار إليه خلال الفترة من 18 إلى 25/10/2018

دولة ليبيا
حكومة الوفاق الوطني
وزارة التعليم
شؤون تعليم طرابلس المركز
ثانوية المنار للبنات

EK 3'ün devamı



Libya Büyükelçiliği
Ankara / Türkiye
Akademik Ataşeliği

سفارة ليبيا لدى تركيا
أنقرة
الملحقية الأكاديمية

TARİH :
REF :

التاريخ:
الموافق: 2018.09.13
الرقم الإشاري د/2018/272

إلى من يهمه الأمر...

تهديكم... بأن السيدة/ عواطف أحمد خميس العزابي، أحد الطلبة الموفدين على حساب الدولة الليبية لتحضير درجة الدكتوراه في مجال الرياضيات.

وعليه... تأمل تفضلكم مشكورين باتخاذ مايلزم من إجراء بشأن تمكينها من الحصول على البيانات والمعلومات اللازمة لاستكمال دراستها الأكاديمية والمتعلقة بأطروحة الدكتوراه بعنوان:

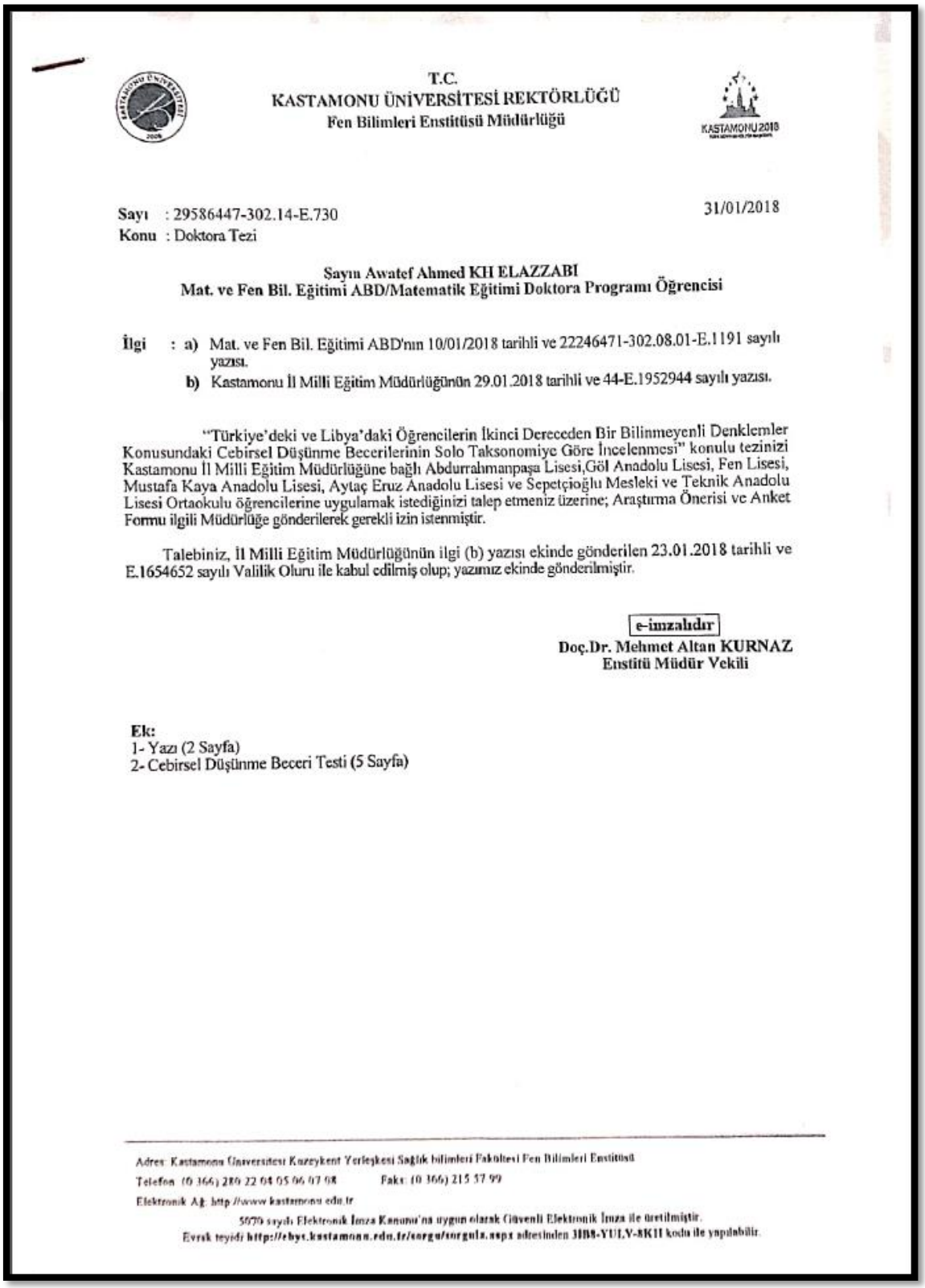
" التحقق من مهارات التفكير الجبري في المعادلات التربيعية ذات مجهول واحد للطلبة الليبيين والأتراك وفق تصنيف سولو "

شاكرين حسن تعاونكم
وتفضلوا بقبول فائق الاحترام والتقدير

د. عبداللطيف مفتاح لطيف
الملحق الأكاديمي

E-mail: ogrenciislerileiyahoo.com: بريد الكتروني Faks: +90 312 438 16 63 : بريد محمور Faks: +90 312 442 70 35 : بريد محمور

EK 4 İzin Belgesi - Türkiye



T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Sayı : 29586447-302.14-E.730 31/01/2018
Konu : Doktora Tezi

Sayın Awatef Ahmed KH ELAZZABİ
Mat. ve Fen Bil. Eğitimi ABD/Matematik Eğitimi Doktora Programı Öğrencisi

İlgi : a) Mat. ve Fen Bil. Eğitimi ABD'nın 10/01/2018 tarihli ve 22246471-302.08.01-E.1191 sayılı yazısı.
b) Kastamonu İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 29.01.2018 tarihli ve 44-E.1952944 sayılı yazısı.

"Türkiye'deki ve Libya'daki Öğrencilerin İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusundaki Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomiye Göre İncelenmesi" konulu tezinizi Kastamonu İl Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı Abdurrahmanpaşa Lisesi,Göl Anadolu Lisesi, Fen Lisesi, Mustafa Kaya Anadolu Lisesi, Aytaç Eruz Anadolu Lisesi ve Şepetçioğlu Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi Ortaokulu öğrencilerine uygulamak istediğinizi talep etmeniz üzerine; Araştırma Önerisi ve Anket Formu ilgili Müdürlüğe gönderilerek gerekli izin istenmiştir.

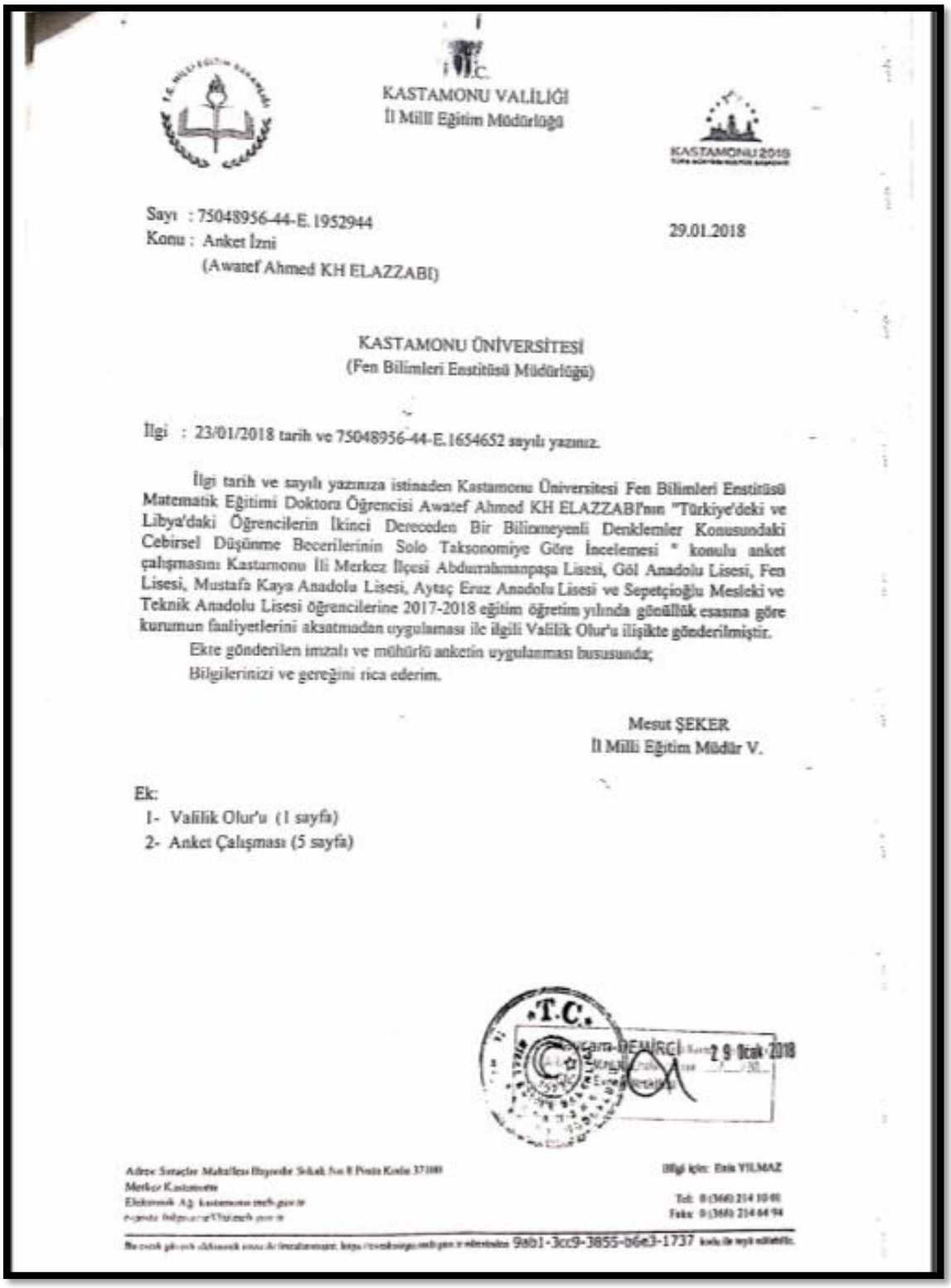
Talebiniz, İl Milli Eğitim Müdürlüğünün ilgi (b) yazısı ekinde gönderilen 23.01.2018 tarihli ve E.1654652 sayılı Valilik Oluru ile kabul edilmiş olup; yazımız ekinde gönderilmiştir.

e-imzalıdır
Doç.Dr. Mehmet Altan KURNAZ
Enstitü Müdür Vekili

Ek:
1- Yazı (2 Sayfa)
2- Cebirsel Düşünme Beceri Testi (5 Sayfa)

Adres: Kastamonu Üniversitesi Kuzeykent Yerleşkesi Sağlık bilimleri Fakültesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Telefon (0 366) 280 22 08 05 06 07 08 Faks: (0 366) 215 57 99
Elektronik Ağ: http://www.kastamonu.edu.tr
5070 sayılı Elektronik İmza Kanunu'na uygun olarak Güvenli Elektronik İmza ile üretilmiştir.
Evrak teyidi https://ebys.kastamonu.edu.tr/sorgu/sorgula.aspx adresinden 3BB8-YULV-8K1I kodu ile yapılabilir.

EK 4'ün devamı



T.C.
KASTAMONU VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

KASTAMONU 2019

Sayı : 75048956-44-E.1952944
Konu : Anket İzni
(Awatef Ahmed KH ELAZZABI)

29.01.2018

KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
(Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : 23/01/2018 tarih ve 75048956-44-E.1654652 sayılı yazınız.

İlgi tarih ve sayılı yazınıza istinaden Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora Öğrencisi Awatef Ahmed KH ELAZZABI'nın "Türkiye'deki ve Libya'daki Öğrencilerin İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusundaki Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomiye Göre İncelemesi " konulu anket çalışmasını Kastamonu İli Merkez İlçesi Abdurrahmanpaşa Lisesi, Göl Anadolu Lisesi, Fen Lisesi, Mustafa Kaya Anadolu Lisesi, Aytaç Eruz Anadolu Lisesi ve Sepetçioğlu Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi öğrencilerine 2017-2018 eğitim öğretim yılında gönüllük esasına göre kurumun faaliyetlerini aksatmadan uygulaması ile ilgili Valilik Olur'u ilişikte gönderilmiştir.

Ekte gönderilen imzalı ve mühürlü anketin uygulanması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Mesut ŞEKER
İl Milli Eğitim Müdür V.

Ek:
1- Valilik Olur'u (1 sayfa)
2- Anket Çalışması (5 sayfa)

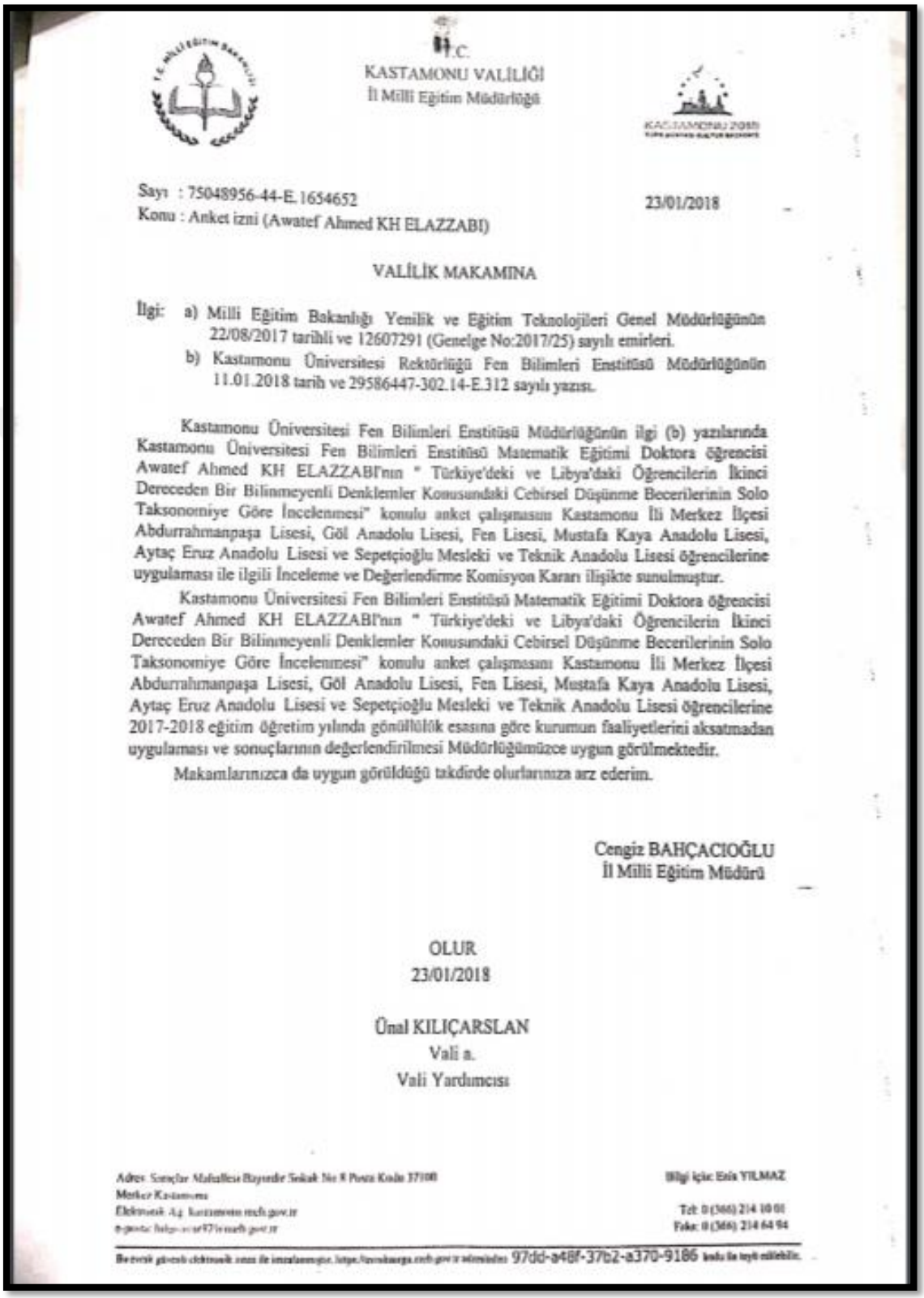
T.C.
29 Ocak 2018

Adres: Saraçlar Mahallesi Ilgaz Sokak No 8 Posta Kodu 37100
Merkez/Kastamonu
Elektronik Ağ: kastamonu.meb.gov.tr

Bilgi için: Emin YILMAZ
Tel: 0 (366) 214 10 00
Faks: 0 (366) 214 64 94

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 9ab1-3cc9-3855-b6e3-1737 kodu ile teyit edilebilir.

EK 4'ün devamı



T.C.
KASTAMONU VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : 75048956-44-E.1654652
Konu : Anket izni (Awatef Ahmed KH ELAZZABI)

23/01/2018

VALİLİK MAKAMINA

İlgi: a) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 22/08/2017 tarihli ve 12607291 (Genelge No:2017/25) sayılı emirleri.
b) Kastamonu Üniversitesi Rektörlüğü Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün 11.01.2018 tarih ve 29586447-302.14-E.312 sayılı yazısı.

Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün ilgi (b) yazılarında Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora öğrencisi Awatef Ahmed KH ELAZZABI'nın " Türkiye'deki ve Libya'daki Öğrencilerin İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusundaki Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomiye Göre İncelenmesi" konulu anket çalışmasını Kastamonu İli Merkez İlçesi Abdurrahmanpaşa Lisesi, Göl Anadolu Lisesi, Fen Lisesi, Mustafa Kaya Anadolu Lisesi, Aytaç Eruz Anadolu Lisesi ve Sepetçioğlu Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi öğrencilerine uygulaması ile ilgili İnceleme ve Değerlendirme Komisyon Kararı ilişikte sunulmuştur.

Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Doktora öğrencisi Awatef Ahmed KH ELAZZABI'nın " Türkiye'deki ve Libya'daki Öğrencilerin İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler Konusundaki Cebirsel Düşünme Becerilerinin Solo Taksonomiye Göre İncelenmesi" konulu anket çalışmasını Kastamonu İli Merkez İlçesi Abdurrahmanpaşa Lisesi, Göl Anadolu Lisesi, Fen Lisesi, Mustafa Kaya Anadolu Lisesi, Aytaç Eruz Anadolu Lisesi ve Sepetçioğlu Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi öğrencilerine 2017-2018 eğitim öğretim yılında gönüllülük esasına göre kurumun faaliyetlerini aksatmadan uygulaması ve sonuçlarının değerlendirilmesi Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Cengiz BAHÇACIOĞLU
İl Milli Eğitim Müdürü

OLUR
23/01/2018

Ünal KILIÇARSLAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres: Sanayi Mahallesi Bayındır Sokak No 8 Posta Kodu 37100 Merkez Kastamonu
Elektronik Ağ: kastamonu.meb.gov.tr

Bilgi için: Enis YILMAZ
Tel: 0 (366) 214 10 01
Faks: 0 (366) 214 64 94

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 97dd-a48f-37b2-a370-9186 kodu ile teyit edilebilir.

ÖZGEÇMİŞ



Adı Soyadı : AWATEF AHMED KH ELAZZABI

Doğum Yeri ve Yılı : Libya - Trablus, 1976

Medeni Hali : Evli

Yabancı Dili : İngilizce

E-posta : alazzabiawatef@yahoo.com

Eğitim Durumu

Lise : Soha Bishara Lisesi, 1995

Lisans : Libya - Trablus Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 2000.

Yüksek lisans : Libya - Trablus Üniversitesi, Fen Fakültesi, Matematik Bölümü, 2008.

Mesleki Deneyim

İş Yeri : Draa Al-Fateh Lisesi, 2001-2008.

İş Yeri : Libya - Trablus Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Bölümü, 2008 – Devam ediyor.

Yayınlanmış Makalelerim:

Elazzabi, A. A. K., & Kaçar, A. (2018). A comparative analysis of ratio and proportion problems in Libyan and Turkish Mathematics Textbooks. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, *5*(4), 132-139.

Elazzabi, A. A. K., & Kaçar, A. (2020). Investigation of Libyan and Turkish students' thinking levels in solving quadratic word problems based on SOLO Taxonomy. *Pegem Eğitim Ve Öğretim Dergisi*, *10*(1), 283-316.