

T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ



**ORTAOKUL 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN A-DİDAKTİK BİR
ORTAMDA GEOMETRİ KONULARINDA KULLANDIKLARI
KANIT ŞEMALARI**

NİYAZİ ÖNER ERCAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DOÇ. DR. İBRAHİM KEPCEOĞLU

HAZİRAN - 2020

KASTAMONU

TAAHHÜTNAME

Bu tezin tasarımı, hazırlanması, yürütülmesi, araştırmalarının yapılması ve bulgularının analizlerinde bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu; ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını, bilimsel etiğe uygun olarak kaynak gösterildiğini bildirir ve taahhüt ederim.

Niyazi Öner ERCAN



ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORTAOKUL 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN A-DİDAKTİK BİR ORTAMDA GEOMETRİ KONULARINDA KULLANDIKLARI KANIT ŞEMALARI

NİYZAZİ ÖNER ERCAN

KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ
DANIŞMAN:DOÇ. DR. İBRAHİM KEPCEOĞLU

Bu çalışmanın amacı, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin didaktik durumlar teorisine uygun olarak tasarlanmış a-didaktik bir sınıf ortamında belirlenen ortaokul matematik dersi kazanımları çerçevesinde karşılaştıkları problem durumlarına karşı öğrencilerin ortaya koydukları kanıtları Harel ve Sowder'in kanıt şemalarına göre incelemektir. Çalışmamızda grupların problem durumlarını ispatlama süreçleri ve bu süreçlerde yaşadıkları, didaktik durumlar teorisinin aşamalarına göre incelenmiş ve ortaya koydukları ispatlar kanıt şemaları içine yerleştirilmeye çalışılmıştır. Bu çalışmada nitel araştırma tekniklerinden durum çalışması yaklaşımı (case-study) kullanılmıştır. Durum çalışması yaklaşımıyla elde edilen veriler betimsel analiz tekniği ile analiz edilmiştir. Araştırma, Sinop'un Boyabat ilçe merkezindeki bir ortaokulda 2018-2019 eğitim-öğretim yılında gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya 7. sınıf öğrencisi on altı kişi katılmıştır. Araştırmaya dört hafta boyunca devam edilmiş ve her grubun ayrı ayrı ses kaydı alınmıştır. Her hafta yapılan uygulamaların sonunda öğrencilerin çalışma kağıtları veri toplama aracı olarak toplanmıştır. Öğrencilerin problem durumları hakkında neyi nasıl düşündüklerini daha detaylı anlamak için öğrencilerin uygulama sonrası etkinlik kağıtları incelenerek bazı öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda, oluşturulan a-didaktik ortamın doğasının ispat yapma süreçlerine olumlu katkı sağladığı görülmüştür. Ortaya çıkan kanıt şemalarına bakıldığında dört problem durumuna ait olan toplamda on yedi kanıt şeması öğrenciler tarafından ortaya konulmuştur. Bu on yedi kanıt şemasından %41'i otoriter kanıt şeması, %24' ü algısal kanıt şeması, %24'ü dönüştürülebilir kanıt şeması ve %11'i alışkanlık edinilmiş kanıt şeması şeklindedir. Sembolik kanıt şeması, örnek temelli kanıt şeması ve aksiyomatik kanıt şeması problem durumları ispatlanırken ortaya çıkmamıştır. Gruplar yaptıkları ispatlarda, kullanılan kanıt şemalarının %53'ünde başarısız, %30'unda başarılı ve %17'inde ise kısmen başarılı olmuştur.

ANAHTAR KELİMELEER:Didaktik durumlar teorisi, kanıt şemaları, öğrenme ortamları

Haziran 2020, 98 Sayfa
Bilim Dalı:101

ABSTRACT

MSC THESIS

PROOF SCHEMES USED BY 7 TH GRADE STUDENTS ON GEOMETRY SUBJECTS IN AN A-DIDACTIC ENVIRONMENT

NİYAZI ÖNER ERCAN

**KASTAMONU UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
DEPAERTMENT OF ENVIRONMENTAL ENGINEERING
MATHEMATICS EDUCATION
SUPERVISOR:ASSOC. PROF. DR. İBRAHİM KEPCEOĞLU**

The purpose of this study is to examine the proofs that middle school 7th grade students have revealed against the problem situations they encounter in the context of middle school mathematics lessons determined in an a-didactic classroom environment designed in accordance with the didactic situations theory according to Harel and Sowder's proof schemes. In our study, the processes of proving the problem situations of the groups and their experiences in these processes were examined according to the stages of the didactic states theory and the proofs they put forward have been tried to be placed in the proof schemes. In this study case-study approach ,one of the qualitative research techniques, was used. The data obtained with the case study approach were analyzed with the descriptive analysis technique. The research was carried out in the 2018-2019 academic year in a middle school in the center of Boyabat county of Sinop. Sixteen people, 7th grade student, attended in the research. The research was continued for four weeks and each group was recorded seperately. At the end of each week's doing practice students' worksheets were collected as data collection tools. After the activities, activity papers were examined and semi-structured interviews were conducted with some students in order to understand more detail about what students think how about their problem situations. As a result of the study, it was seen that the nature of the didactic environment provided contribution positively to the proof-making processes. Looking at the resulting proof schemes, a total of seventeen proof schemes belonging to four problem situations were put forward by the students . Of these seventeen evidence schemes, % 41 are authoritarian proof schemes, %24 are perceptual proof schemes, %24 are convertible proof schemes and %11 are habitual proof schemes. The symbolic proof scheme, sample-based proof scheme, and axiomatic proof scheme didn't appear when proving problem situations. In their proofs, the groups failed in % 53 of the proof schemes used, succeeded in % 30 and partially succeeded in %17.

KEYWORDS:Theory of didactical situations, proof schemes, learning environments

June 2020, 98 Pages
Science Code:101

TEŞEKKÜR

Tanıőtıđımız andan itibaren bana her zaman yardımcı olan, rehberlik eden, ilgi duyduğum alanda alıőmama destek olan, samimi ve sabırlı danıőmanım, değerli hocam sayın Do. Dr. İbrahim Kepceoğlu'na; yüksek lisans eğitimim boyunca akademik anlamda geliőimime katkı sağlayan tđm hocalarıma ve üzerimde fazlaca emeği olduğunu dđőündüđüm üniversite yıllarından hocam sayın Doç. Dr. Abdulkadir Erdoğan'a; bu günlere gelmemi sağlayan fedakar annem Pembe Ercan ve sevgili kardeőim őeyda Ercan'a çok teşekkür ederim.

Ve ailem...

Bana bu yolda desteğini hiç esirgemeyen ve beni her zaman motive eden yoldaőım, canım eőim Pınar ve ailemizin yeni üyesi canım oğlum Doruk, varlığınız için minnettirim.

NİYZAZİ ÖNER ERCAN
Kastamonu, 2020

İÇİNDEKİLER

Sayfa

TEZ ONAYI	ii
TAAHHÜTNAME	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ	x
RESİMLER DİZİNİ	xi
KISALTMALAR DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	13
1.1 Problem Durumu	13
1.2 Araştırmanın Amacı	15
1.3 Araştırma Problemi	16
1.3.1 Alt Problemler.....	16
1.4 Araştırmanın Önemi	16
1.5 Araştırmanın Varsayımları	18
1.6 Araştırmanın Sınırlılıkları	19
2. KURAMSAL ÇERÇEVE	20
2.1 Didaktik Durumlar Teorisi	20
2.2 Kanıt Şemaları	24
2.2.1 Dışsal Kanıt Şemaları	27
2.2.1.1 Otoriter kanıt şeması	27
2.2.1.2 Alışkanlık edinilmiş kanıt şeması	27
2.2.1.3 Sembolik kanıt şeması	28
2.2.2 Deneysel Kanıt Şemaları	28
2.2.2.1 Algısal kanıt şeması	29
2.2.2.2 Örnek temelli kanıt şeması.....	29
2.2.3 Analitik Kanıt Şemaları	29
2.2.3.1 Dönüştürülebilir kanıt şemaları	30
2.2.3.2 Aksiyomatik kanıt şemaları.....	30
2.3 Didaktik Durumlar Teorisi ile İlgili Yapılan Çalışmalar	30
2.4 Kanıt Şemaları ile İlgili Yapılan Çalışmalar	32
3. YÖNTEM	35
3.1 Araştırmanın Modeli	35
3.2 Çalışma Grubu.....	36
3.3 Veri Toplama Araçları.....	36
3.4 Uygulama Süreci	37
3.5 Verilerin Analizi.....	38
3.6 Geçerlik ve Güvenirlik	39
4. BULGULAR	41
4.1 Sorulardaki A-didaktik Ortam Aşamaları	41
4.1.1 Birinci Sorudaki A-didaktik Ortam Aşamaları	41
4.1.1.1 Sorumluluk devretme	41

4.1.1.2	Eylem	42
4.1.1.3	İfade etme.....	43
4.1.1.4	Doğrulama.....	46
4.1.1.5	Kurumsallaştırma	49
4.1.2	İkinci Sorudaki A-Didaktik Ortam Aşamaları.....	50
4.1.2.1	Sorumluluk devretme	50
4.1.2.2	Eylem	51
4.1.2.3	İfade etme.....	52
4.1.2.4	Doğrulama.....	53
4.1.2.5	Kurumsallaştırma	55
4.1.3	Üçüncü Sorudaki Sorudaki A-Didaktik Ortam Aşamaları	55
4.1.3.1	Sorumluluk devretme	55
4.1.3.2	Eylem	56
4.1.3.3	İfade etme.....	57
4.1.3.4	Doğrulama.....	58
4.1.3.5	Kurumsallaştırma	60
4.1.4	Dördüncü Sorudaki A-Didaktik Ortam Aşamaları	60
4.1.4.1	Sorumluluk devretme	60
4.1.4.2	Eylem	61
4.1.4.3	İfade etme.....	62
4.1.4.4	Doğrulama.....	64
4.1.4.5	Kurumsallaştırma	66
4.2	Öğrencilerin A-didaktik Ortamlarda Kullandıkları Kanıt Şemaları... 66	
4.2.1	Birinci Sorudaki Kanıt Şemaları.....	68
4.2.2	İkinci Sorudaki Kanıt Şemaları.....	70
4.2.3	Üçüncü Sorudaki Kanıt Şemaları	72
4.2.4	Dördüncü Sorudaki Kanıt Şemaları	72
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....		76
5.1	Sonuç ve Tartışma	76
5.1.1	Birinci Problem Durumuna Ait Sonuçlar	78
5.1.2	İkinci Problem Durumuna Ait Sonuçlar	79
5.1.3	Üçüncü Problem Durumuna Ait Sonuçlar	80
5.1.4	Dördüncü Problem Durumuna Ait Sonuçlar	80
5.1.5	Problem Durumlarındaki Kanıt Şemalarına Dair Genel Sonuçlar.....	81
5.2	Öneriler.....	83
6. KAYNAKLAR.....		85
7. EKLER.....		91
EK A 1.	Problem Durumunu Ait Etkinlik Kağıdı	91
EK B 2.	Problem Durumunu Ait Etkinlik Kağıdı	93
EK C 3.	Problem Durumunu Ait Etkinlik Kağıdı	94
EK D 4.	Problem Durumunu Ait Etkinlik Kağıdı	95
EK E	Pilot Uygulama-1.....	96
EK F	Pilot Uygulama-2.....	97
8. ÖZGEÇMİŞ.....		98

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 Kanıt şemaları ve alt şemaları.....	26



TABLULAR DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 4.1 Grupların birinci problem durumuna ait fikirleri ve yorumları	47
Tablo 4.2 Grupların ikinci problem durumuna ait fikirleri ve yorumları	53
Tablo 4.3 Grupların üçüncü problem durumuna ait fikirleri ve yorumları	58
Tablo 4.4 Grupların dördüncü problem durumuna ait fikirleri ve yorumları ...	64
Tablo 4.5 Öğrencilerin kullandıkları kanıt şemaları	67



RESİMLER DİZİNİ

Sayfa

Resim 3.1 İkinci grubun birinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı.....	39
Resim 4.1 Birinci grup sözcüsünün birinci problem durumuna ait çizimi	45
Resim 4.2 İkinci grup sözcüsünün birinci problem durumuna ait çizimi.	46
Resim 4.3 Birinci grup sözcüsünün ikinci problem durumuna ait çizimi.....	52
Resim 4.4 İkinci grup sözcüsünün ikinci problem durumuna ait çizimi.....	53
Resim 4.5 Birinci grup sözcüsünün dördüncü problem durumuna ait çizimi...	62
Resim 4.6 Üçüncü grubun dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı....	63
Resim 4.7 Dördüncü grubun dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı.	64
Resim 4.8 G1Ö1'in birinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı	68
Resim 4.9 G1Ö2'nin birinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı	68
Resim 4.10 G2Ö1'in birinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı	69
Resim 4.11 G2Ö3'ün birinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı	69
Resim 4.12 G3Ö1'in birinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı	70
Resim 4.13 G1Ö1'in ikinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı	71
Resim 4.14 G2Ö1'in ikinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı	71
Resim 4.15 G1Ö2'nin dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı	73
Resim 4.16 G2Ö2'nin dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı	73
Resim 4.17 G3Ö3'ün dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı	74
Resim 4.18 G4Ö2'nin dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı	75

KISALTMALAR DİZİNİ

Kisaltmalar

DDT	: Didaktik Durumlar Teorisi
Ö	: Öğretmen
G1	: 1. Grup
G2	: 2. Grup
G3	: 3. Grup
G4	: 4. Grup
G1Ö1	: 1. Gruptaki 1. Öğrenci
G1Ö2	: 1. Gruptaki 2. Öğrenci
G1Ö3	: 1. Gruptaki 3. Öğrenci
G1Ö4	: 1. Gruptaki 4. Öğrenci
G2Ö1	: 2. Gruptaki 1. Öğrenci
G2Ö2	: 2. Gruptaki 2. Öğrenci
G2Ö3	: 2. Gruptaki 3. Öğrenci
G2Ö4	: 2. Gruptaki 4. Öğrenci
G3Ö1	: 3. Gruptaki 1. Öğrenci
G3Ö2	: 3. Gruptaki 2. Öğrenci
G3Ö3	: 3. Gruptaki 3. Öğrenci
G3Ö4	: 3. Gruptaki 4. Öğrenci
G4Ö1	: 4. Gruptaki 1. Öğrenci
G4Ö2	: 4. Gruptaki 2. Öğrenci
G4Ö3	: 4. Gruptaki 3. Öğrenci
G4Ö4	: 4. Gruptaki 4. Öğrenci

1. GİRİŞ

1.1 Problem Durumu

Eğitim-öğretim alanında 20. yy ortalarından günümüze kadar yapılan araştırmalar farklı öğretim kuramlarının ve modellerinin (örn., APOS Teorisi, Kolb'un Deneyimsel Öğrenme Modeli, 5E Modeli, Çoklu Zeka Teorisi) ortaya çıkmasına sebep olmuştur (Dubinsky, 1984; Kolb, 1984; Bybee, 1997; Gardner, 1999). Elbette ki bu araştırmalar sonucunda matematik öğretimi de bu sonuçlardan etkilenmiş ve ortaya çıkan yeni kuram ve modeller üzerine sayısız araştırmalar yapılmıştır. Bu kuramlardan biri de Fransız matematik eğitimcisi Guy Brousseau tarafından 1960'lı yıllarda ortaya atılan Didaktik Durumlar Teorisi'dir. Brousseau' nun "Matematik Eğitimi Olgularının Teorileştirilmesi" başlıklı doktora tezi ve öğretmenlik yaptığı süre boyunca ortaya koyduğu çalışmalar teorinin temellerini oluşturmuş ve ilerleyen yıllarda farklı araştırmacılar tarafından teorinin temel kavramları yorumlanmış ve böylece teorinin matematik eğitimi olgularına ışık tutma potansiyeli artmıştır (Erdoğan, 2016a).

Didaktik Durumlar Teorisi (DDT), sınıf içindeki öğrenme ortamlarının nasıl düzenlenmesi ve sürecin nasıl devam etmesi gerektiğini irdeleyen bir teoridir. Teorideki önemli kavramlar durum, oyun ve ortam kavramlarıdır. DDT'de didaktik durumlar, didaktik olmayan durumlar, a-didaktik durumlar ve temel durumlar olmak üzere dört farklı durum tanımlanmaktadır (Erdoğan, Didaktik Durumlar Teorisi, 2016a). Teorinin çıkış noktası a-didaktik durumlar olup bu durumda tasarlanan ortamlar a-didaktik ortamlardır (Gök & Erdoğan, 2017). Etkili matematik öğretimi, öğrencilerin neyi bildiğini ve öğrenmek için neye ihtiyaçları olduğunu ve onların daha iyi öğrenmeleri için nasıl bir desteğe ve çalışmaya gerek duyduklarını anlamayı gerektirmektedir (NCTM, 2000). A-didaktik durumlarda öğretmen öğretim amacını açıkça belli etmez ve öğrencilerin kendisinden bağımsız olarak hareket etmelerini sağlayacak şekilde ortamı bu bilinçle tasarlar (Brousseau, 1998; Warfield, 2014). A-didaktik ortamlarda öğrenciyi bilgi kaynaklarıyla etkileştirerek bilgiyi keşfetmeleri ve keşfettikleri bilgiyi içselleştirmeleri amaçlanmaktadır (Laborde & Perrin-Glorian,

2005). Öğrenmenin işlevselliği ve kalıcılığı bakımından verimli olabilmesi için öğrenci, kendi bilgisini oluşturma sürecinde aktif olmalıdır (Baki, 2018). A-didaktik ortamlarda öğrenciler kendi öğrenmelerini gerçekleştirmede aktif bir role sahiptirler.

Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan 1739 sayılı Millî Eğitim Temel Kanunu'nda belirlenmiş olan genel amaçlar ve temel ilkelere bakıldığında matematiksel kavramları anlayıp bu kavramları günlük hayatta kullanabilen, problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilen, matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklayıp paylaşmak için matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabilen, üstbilişsel bilgi ve becerilerini geliştirebilen öğrenciler yetiştirmek istendiği görülmektedir (MEB 2018). Programda bahsedilen amaçlara ulaşmak için gerekli öğretim ortamını DDT'de yer alan a-didaktik bir ortamda teorinin doğası gereği izlenilen matematiksel süreçlerle ulaşılabileceği söylenebilir. DDT ile ilgili ülkemizde yapılan çalışmalara bakıldığında yapılandırmacı yaklaşım çerçevesinde öğrencinin kendi öğrenmelerini gerçekleştirmesine fırsat veren ve kaliteli bir öğretim sürecinin gerçekleşmesine olanak sağlayan a-didaktik ortamların tasarlandığı çalışmalara az sayıda rastlanmaktadır (Erdoğan ve Özdemir Erdoğan, 2013; Erdoğan, Gök ve Bozkır, 2014; Şahin ve Şahin, Broutin, 2017; Erümit ve Erümit, Arslan, 2012; Atasay, 2018).

A-didaktik bir ortamda öğrenim gören bir öğrenci bilgiyi oluşturma sürecinde aktif olarak matematiksel düşünme ve akıl yürütmelere gereksinim duyar. Bilgiyi zihninde oluşturabilmesi ve anlamlandırabilmesi için çaba sarf eder ve elde ettiği bilginin doğruluğundan emin olmak için kendi içinde bir sorgulama başlatır. Buradaki sorgulamanın asıl sebebi öğrencinin bulduğu sonuçtan kendini ikna etme çabasıdır. Kendisini bir şekilde ikna eden öğrencinin aklına bu sefer de “ Öğretmenime ve arkadaşlarıma bulduğum sonucu nasıl açıklarım?”, “Onları nasıl ikna edebilirim?” gibi sorular gelir. Öğrenci bulduğu sonucun doğru olup olmadığını ve bunu nasıl ispatlayacağını düşünür ve zorlanır. Çünkü öğrencilerin çoğu; bir şeyi nasıl kanıtlanması gerektiğini, nereden başlayıp nasıl kanıtlayacağını, kanıtlama esnasında kullanması gereken matematiksel dili ve kavramları nasıl kullanacaklarını bilmemektedir (Weber, 2001). Bireylerin matematiksel kavramları anlaması, matematiksel tahmin yapabilmesi, mantıksal düşünme yolları geliştirebilmeleri

açısından ispat kavramı önemli bir yere sahiptir (NCTM, 2000). Öğrencilerin ortaya koydukları kanıtlar onların sahip oldukları matematiksel ve bilişsel gelişim düzeylerini yansıtır. Öğrencilerin bilişsel düzeyleri, sahip oldukları matematiksel gelişim düzeyleri ve bir problem karşısında oluşturdukları zihinsel aşamalar onları bu özelliklere göre sınıflandırılan kanıt şemalarına yönlendirir. Harel ve Sowder (1998) bireylerin matematiksel bir kanıt ortaya koymada kullandıkları farklı yolları sınıflandırırken bireylerin hatta bir topluluğun kullandığı kanıtları açıklamak için kanıt şeması terimini tanımlamışlardır (İskenderoğlu, 2016).

Teori olarak ilk kez Larry Sowder ve Guershon Harel tarafından 1998 yılında alana kazandırılan kanıt şemaları, bir bireyin matematiksel bir durumun neden doğru ya da yanlış olduğunu kanıtlama yardımıyla düşünmesidir. Bu yüzden de kanıt şemaları, sadece öğrencilerin kanıtlarının bir sınıflaması değil aynı zamanda da onların düşünme biçimleridir (Sowder ve Harel, 1998). Kanıt şemaları; dışsal, deneysel ve analitik kanıt şemaları olmak üzere üç ana şemadan ve bu şemaların toplamda yedi alt kanıt şemasından oluşmaktadır. Literatüre bakıldığında kanıt şemaları ile ilgili çalışma yapan araştırmacıların çoğunun farklı seviyelerdeki öğrencilerin hangi kanıt şemalarını kullandıklarını ortaya çıkarmayı hedefledikleri görülmektedir (Flores, 2002; İskenderoğlu, 2003, 2010; Çontay, 2017).

Bu çalışmada matematik eğitiminde öğrencilere farklı bir öğretim imkanı veren araştırmacı tarafından tasarlanmış a-didaktik ortamlarda karşılaşılan problem durumlarında öğrencilerin ne tür kanıt şemalarını kullanarak zihinlerinde matematiksel bilgiyi oluşturacakları ve bu bilgiyi aktarma süreçleri merak edilmiş ve bu bağlamda öğrencilerden elde edilecek dönütleri incelemek hedeflenmiştir.

1.2 Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı; ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin DDT' ye göre tasarlanmış a-didaktik bir sınıf ortamında belirlenen ortaokul matematik dersi kazanımları çerçevesinde karşılaştıkları problem durumlarına karşı ortaya koydukları kanıtları Harel ve Sowder'in kanıt şemalarına göre incelemektir.

1.3 Araştırma Problemi

Bu araştırmanın temel problemi şu şekilde oluşturulmuştur: “ Ortaokul 7. sınıf öğrencileri araştırmacı tarafından tasarlanan a-didaktik ortamlarda daha önce karşılaşmadıkları kazanımları içeren problem durumlarına karşı ortaya koydukları ispatlarda hangi kanıt şemalarını kullanırlar? ”

1.3.1 Alt Problemler

Araştırmacının amacı doğrultusunda aşağıda yer alan alt problemlere yanıt aranmıştır:

- 1) Öğrenciler a-didaktik ortam aşamalarında kanıtlama sürecini etkileyecek nasıl davranışlar sergilemişlerdir?
- 2) Öğrencilerin ispat sürecinde kullandıkları kanıtlar Harel ve Sowder’ın kanıt şemalarından hangilerine girer?

1.4 Araştırmanın Önemi

Matematik eğitimindeki öğretmenlere rehber niteliğinde olan ve matematiksel bilgi üzerinde en önemli referans kaynağı olarak görülen Okul Matematiği için İlkeler ve Standartlar (2000) 5 süreç standardı listelemiştir:

- a. Problem çözme
- b. Akıl yürütme ve ispat
- c. İletişim
- d. İlişkilendirme
- e. Temsil

Süreç standartları, matematik öğreniminin ve öğretiminin tamamlayıcı bileşenleri olarak değerlendirilmektedir. Bu süreç standartlarından biri olan akıl yürütme ve ispat, karar vermemize ve cevaplarımızı anlamlandırmamıza yardımcı olan mantıksal düşünmeyi vurgular. Öğrencilerin, her bir cevabın tamamlayıcı bir parçası olarak bir mantıksal gerekçe gösterme alışkanlığını geliştirmeye ihtiyaçları vardır. Öğrencilerin, mantıksal deliller yardımıyla ortaya koyulan fikirlerin kanıtlanmasının değerini öğrenmeleri önemlidir (Walle, 2012). Matematik öğreniminde ve öğretiminde önemli bir yere sahip olan ispat süreci birçok araştırmacı tarafından tanımlanmış ve önemine vurgu yapılmıştır (Tall 1998; Yeşildere ve Türnüklü 2007; Hanna 2008; Erdoğan ve Özdemir Erdoğan 2013).

Singapur, Hong Kong-Çin, Kore ve Yeni Zelanda gibi dünya ortalaması üzerinde başarısı sergileyen ülkelerin ve ülkemizin matematik öğretim programlarına bakıldığında programların genel amacının matematiği günlük hayatlarında uygulayabilen bireyler yetiştirmek olduğu görülürken, Türkiye'deki öğretim programından farklı olarak diğer ülkeler ispat, muhakeme ve problem çözme becerilerinin geliştirilmesi ile matematiğin günlük yaşamda kullanılmasına daha çok önem verdikleri görülmüştür (Duygu, 2013). Ülkemizde de son yıllarda ispat kavramının ve ispat süreçlerinin yaşatılmasının öğretime katkısı fark edilmiş ve pek çok araştırmacı tarafından çalışmalar yapılmıştır (İskenderoğlu, 2003; Bozdağ, 2012; Zaimoğlu, 2012; Sağır, 2013; Çontay, 2017; Barak, 2018; Kaya, 2018). Bu çalışmalar içinden Çontay ve İskenderoğlu öğrencilerin düşünme biçimlerini yansıttığını düşündükleri kanıt şemalarını kullanarak araştırmalarını bu çerçevede oluşturmuşlardır.

İskenderoğlu (2003) çalışmasında 5., 6., 7., 8., ve 9. sınıf öğrencilerinin karşılaştıkları matematik problemlerine karşı elde ettikleri sonuçlardan nasıl emin olduklarını araştırmıştır. Araştırmacının amacı öğrencilerin kanıta yaklaşımları ve karşılaştıkları matematik problemlerinde kullandıkları kanıt şemalarını ortaya çıkarmaktır. Veriler öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerle elde edilmiş ve verilerin analizinde nitel yöntemler kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin çoğunlukla dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandıkları, deneysel

şemaları kullananların temel örnekleri tercih ettiği ve analitik kanıt şemalarını diğerlerine nazaran daha az kullandıkları görülmüştür.

Çontay (2017) çalışmasında ortaokul matematik öğretmeni adaylarının sayılar ile ilgili kullandıkları kanıt şemalarının hangileri olduğunun ve bu şemaları nasıl ortaya koyduklarını incelemiştir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde dışsal, deneysel ve analitik kanıt şemalarından her birini ve alt şemalarını da ortaya koydukları görülmüştür. Öğrencilerin verdikleri cevaplarda üç türden kanıt şemalarını barındıracak özellikler bulunduğu saptanmıştır. En yoğun olarak dışsal, daha sonra analitik ve en az yoğunlukta deneysel kanıt şemalarının kullanıldığı bulgusu ile karşılaşılmıştır.

Öğrencilerin ispatlama sürecinde düşüncelerini ortaya koyarken onları etkileyen en önemli faktörlerden biri de öğrenme ortamlarıdır. Öğrenme ortamlarının nasıl düzenlendiği bilgiyi oluşturma sürecinde öğrenciyi ciddi biçimde etkiler. Öğretmenin öğretim sürecinde baskın olmadığı ve öğrencinin bilgiyi zihninde keşfetmesine ve yapılandırabilmesine olanak sağlayan öğrenme ortamları ispatlama süreçleri için önemlidir. A-didaktik ortamlar öğretim amacının açık olarak öğretmen tarafından belirtilmediği ve öğrenciyi daha aktif hale getirerek öğretim imkanı sunan ortamlardır. Bu araştırmada da a-didaktik ortamların özellikleri düşünülerek öğrencilerin kanıtlama süreçlerinde daha aktif olacakları düşünülmüş ve bu ortamda kullandıkları kanıt şemaları incelenmiştir.

1.5 Araştırmanın Varsayımları

1) Bu araştırmaya katılan öğrencilerin problem durumlarında yer alan soruları içtenlikle, bireysel düşüncelerini birbirleriyle paylaşarak grup olarak cevaplandıkları varsayılmıştır.

2) Bu araştırmaya katılan öğrencilerin matematik ders başarılarının ölçülmesinde ve grupların oluşturulmasında kullanılan başarı testi sonuçlarının yeterli ve geçerli olduğu varsayılmıştır.

3) Araştırma kapsamında kullanılan kazanımların henüz sınıf seviyesinde işlenmemiş olmasına rağmen katılımcıların başka kaynaklardan bu kazanımları öğrenmedikleri varsayılmıştır.

1.6 Araştırmanın Sınırlılıkları

1) 2018-2019 eğitim-öğretim yılında gerçekleştirilen bu araştırma, Sinop ili Boyabat ilçesinde yer alan MEB'e bağlı Hamit Tekin Ortaokulu'nda öğrenim gören 7. sınıf öğrencisi olan ve matematik uygulamaları dersini alan on altı kişi ile sınırlıdır.

2) Araştırmada dört farklı problem durumu ile hazırlanan a-didaktik ortamlarda 4 haftalık bir süreçle sınırlı kalmıştır.

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde, öncelikle asıl mesleği sınıf öğretmenliği olan Fransız matematik eğitimcisi Guy Brousseau tarafından ortaya atılan Didaktik Durumlar Teorisi, daha sonra ise 1998 yılında yayınlanan bir makale ile Larry Sowder ve Guershon Harel tarafından alana kazandırılan bir teori olan kanıt şemaları tanıtılmıştır. Ardından didaktik durumlar teorisini içeren daha önce yapılmış çalışmalara yer verilmiştir. Son olarak kanıt şemalarına yönelik yapılan çalışmalar incelenmiştir.

2.1 Didaktik Durumlar Teorisi

Öğrencinin matematik öğrenmesine etki eden şüphesiz pek çok etken vardır. Bu etkenlerin başında gelen ve en önemlilerinden biri de öğrenme ortamlarının nasıl tasarlanacağıdır. Fransız matematik eğitimcisi Brousseau, bu bağlamdan yola çıkarak Didaktik Durumlar Teorisi'ni geliştirmiştir. Matematikte nelerin öğretilmesi gerektiğinin tartışıldığı ve yapılandırmacı yaklaşımın temellerinin atıldığı dönemde Brousseau çalışmalarına başlamıştır (Erdoğan, 2016a). Teori neyin ne şekilde öğretilmesi gerektiği tartışmalarının sonucunda ortaya çıkmıştır (Erdoğan, 2016a). Yapılandırmacı yaklaşıma göre her çocuk aynı şekilde öğrenmez ve kendi bilgisini kendisi içselleştirerek, diğer öğrenmeleriyle bağ kurarak öğrenir. Bu bakımdan teori matematikte kullanılan kavramların belli bir problem durumlarından ortaya çıktığını varsayar ve öğrenciler tarafından bazı matematiksel süreçlerin yaşanmasının sonucunda etkili öğrenmelerin gerçekleşebileceğini fikrini ortaya atar. Öğrenmenin gerçekleşeceği ortamların ne şekilde olması ve sürecin nasıl yürütülmesi gerektiğine odaklanır (Artigue, 2008).

Didaktik Durumlar Teorisi (DDT), sınıf içindeki öğrenme ortamlarının nasıl düzenlenmesi ve sürecin ne şekilde devam etmesi gerektiğini irdeleyen bir teoridir. Teorideki önemli kavramlar durum, oyun ve ortam kavramlarıdır. Teorideki durum kavramı, matematik ile ilgili olan bir bilginin kullanım bağlamıdır. Bu noktada teoride didaktik durumlar, didaktik olmayan durumlar ve a-didaktik durumlar tanımlanmıştır (Erdoğan, Didaktik Durumlar Teorisi, 2016a).

Didaktik durumlar: Açık bir öğretim amacı ve işlevi taşıyan durumlardır. Bu tür durumlar genellikle öğretmen tarafından oluşturulur ve süreç öğretmen tarafından yönetilir. Öğretmenin bir amacı vardır ve bu amaç sıklıkla öğrenci tarafından bilinir. Sunuş yoluyla anlatılan bir ders didaktik durumlara örnek olarak gösterilebilir.

Didaktik olmayan durumlar: Herhangi bir öğretim amacı içermeyen durumlardır fakat öğrenci örtük olarak böyle durumlarda da bir bilgiyi öğrenebilir. Öğrenme gerçekleşse bile öğretmen veya öğrenci tarafından herhangi bir çaba gösterilmez.

A-didaktik durumlar: Belirli bir öğretim amacı güden fakat öğretmen tarafından bu amacın belli edilmediği ve öğrencinin de bu amacı hemen fark edemediği durumlardır. A-didaktik durumlarda belirlenen amaca dolaylı yöntemlerle ulaşılmaya çalışılmakta, bunun için de belirlenen didaktik amaç belirli bir süreliğine dahi olsa öğrenciyle açıkça paylaşılmamaktadır. A-didaktik durumların temel amaçlarından biri öğrencinin bir öğrenim konusu veya görevini klasik bir konu veya öğrenci görevi olarak algılamasının önüne geçmek ve bu konuyu/görevi doğal bir durum olarak yaşamasını sağlamaktır.

Didaktik durumlar teorisi, çıkış noktası olarak a-didaktik durumları ele almaktadır (Erdoğan, Didaktik Durumlar Teorisi, 2016a). DDT’de amaç, öğrencileri daha önce tanımadıkları bir bilgiyi kazanmaları için önceden tasarlanmış problem durumlarıyla karşı karşıya getirmektir. Bu problem durumları gerekli öğrenmelerin gerçekleşebilmesi için öğrencinin adaptasyonunu gerektiren bir ortamın (milieu) parçalarıdır (Ligozat & Schubauer-Leoni, 2009). Dolayısıyla ortam (milieu) kavramı DDT’nin diğer önemli bir kavramıdır. Ortam kavramı teoride, eylem durumundaki bir öğrencinin etki ettiği şeyler ve eylem durumundaki bir öğrenciye etki eden şeyler olarak tanımlanır (Brousseau, 1997). Teorinin çıkış noktası olan a-didaktik durumlarda tasarlanan ortamlar a-didaktik ortamlardır (Gök & Erdoğan, 2017). A-didaktik ortamlarda klasik olarak öğretmen-öğrenci etkileşiminden daha çok, öğrenciyi bilgi kaynaklarıyla etkileştirerek bilgiyi keşfetmeleri ve keşfettikleri bilgiyi içselleştirmeleri amaçlanmaktadır (Laborde & Perrin-Glorian, 2005). A-didaktik ortamların öğrencilere bazı çözüm yaklaşımları ve stratejileri önermesi gerekliliği olduğundan bu ortamların titizlikle tasarlanması lazımdır (Erdoğan, Didaktik

Durumlar Teorisi, 2016a). Buradan hareketle a-didaktik bir durumda kullanılan problemler özenle seçilmelidir ve ortamın dinamiklerinin dikkatli belirlenmesi elzemdir (Erdoğan & Özdemir, 2013). Bu sebeplerden dolayı DDT’de oyun bağlamından yararlanılmaktadır ve teorinin bir diğer önemli kavramı ise oyun kavramıdır. Oyun kavramıyla öğrencilere klasik bir ders ortamından daha fazlası sunulmaktadır ve öğrenci-öğretmen arasındaki ilişki de buna göre yeniden ve daha farklı şekillenmektedir. Oyun kavramı burada öğrencilere kazandırılması istenilen davranışları örtük bir şekilde sunma olanağı taşımaktadır. Bütün bu sebepler öğrencilerin daha iyi motive olmasını sağlamaktadır. Bunlarla birlikte oyun kavramının kullanılmasının asıl sebebi kazanma ve kaybetme durumlarını içeriyor olmasıdır (Erdoğan, 2016a). Brousseau (2002) oyun kavramını; popüler manada oyun ile öğrenme şeklinde değil, belli bir çerçevede özenle hazırlanmış oyunlar olarak incelemiş ve ele almıştır (Erdoğan, 2016a).

DDT’nin kullandığı a-didaktik durumları var etmek için kullanılan oyun veya problemler öğrencilere bir fikir vermeli fakat öğrenciler bu oyun ve problemlerdeki ilişkileri kolayca fark edememelidirler. Bu bağlamda öğrenci yaratılan atmosfer yani ortam ile etkileşerek problemi çözmeli veya oyunu kazanmalı, çözüme giden yolu bulmalı veya oyunu kendisinin kazanmasını sağlayan bilgilere ulaşmalıdır (Brousseau, 2002; Erdoğan, 2016a).

Brousseau (1997, 2002) durum, ortam (milieu) ve oyun kavramlarıyla birlikte a-didaktik ortamın merkezde olduğu sürecin uygulanması için sırasıyla; sorumluluk devretme, eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma aşamalarından geçilerek sürecin gerçekleştirileceğini belirtmektedir. Sorumluluk devretme ve kurumsallaştırma aşamaları öğretmenin aktif olduğu aşamalardır. Eylem, ifade etme, doğrulama aşamaları ise öğrencinin aktif olduğu ve matematiksel süreçleri yaşadığı aşamalardır.

Sorumluluk devretme (dévolution) aşaması: Teorideki dévolution oyun veya problem üzerinde çalışma, gerekli çözümleri üretme sorumluluğunun ve görevinin öğrenciye devredilmesi anlamı taşımaktadır. Bu aşamada öğretmen oyunu veya problem durumunu öğrencilere tanıtır, anladıklarından emin olur ve üzerindeki sorumluluğu

öğrencilere aktarmış olur (Erdoğan, 2016a). Öğrencinin aktif olduğu eylem, ifade etme ve doğrulama durumlarına geçilebilmesi ve bu süreçlerin sağlıklı işlemesi için sorumluluk devretme aşaması büyük önem taşımaktadır. Sorumluluk devretme aşamasının istenilen ve etkili şekilde gerçekleşebilmesi, öğrenci ile öğretmen arasındaki bazı sorumluluk ve beklentileri ortaya koyan didaktik sözleşme (didactic contract) kavramına dayanmaktadır. Bu kavram öğrenme ortamına ilişkin karşılıklı görev ve sorumlulukları içeren, koşulların değişmesinden etkilenen dinamik bir süreçtir ve sorumluluk devretme aşaması böyle bir didaktik sözleşmeyi içeren aşamadır (Erdoğan, 2016b).

Eylem (action) aşaması: Öğrencinin ortamdaki problem durumu veya oyun ile ilk defa karşı karşıya bırakıldığı aşamadır. Bu aşamada öğrenci, bazı deneme-yanılma uygulamaları ve ortamdaki aldığı geri bildirimlerle probleme veya oyuna dair bazı çözüm stratejileri geliştirebilmektedir (Erdoğan, 2016a). Öğrenciler problemi çözmek veya oyunu kazanmak için girişimde bulunurlar ve sürecin sonunda da bazı davranışlara örtük olarak ulaşırlar (Gök & Erdoğan, 2017). Bu aşamada öğrenciler tek veya grup şeklinde çalışabilirler.

İfade etme (formulation) aşaması: Eylem aşamasında problemin çözümüne dair veya oyunu kazanma stratejilerine dair geliştirilen fikirler aynı ortamı paylaştıkları, etkileştikleri öğrencilere sözlü, yazılı veya uygun bir matematik dili ile ifade edilir (Erdoğan, 2016a). Süreç sonundaki -problemi çözme yolundaki veya oyunu kazanmak için- ortaya konan sezgisel stratejilerin hangisinin ne kadar geçerli olduğu tam olarak bilinmemektedir (Gök & Erdoğan, 2017).

Doğrulama (validation) aşaması: İfade etme durumunda ortaya çıkan problemin çözümüne dair fikirler veya oyunu kazanmak için ortaya konulan fikirler bu aşamada bütün sınıfın katıldığı bir tartışma ortamıyla sebep gösterilerek kanıtlanmakta veya çürütülmektedir (Gök & Erdoğan, 2017). Brousseau, doğrulama durumunun karmaşık bir süreç olduğundan bahsetmektedir. Bu aşamada öğrencinin yanlış ispatlar verebileceğini fakat ortam (milieu) ile etkileşerek fikirlerinde ve ispatlarında gelişebileceğinden bahsetmektedir (Brousseau, 1997).

Kurumsallaştırma (institutionalization) aşaması: Şu ana kadarki sorumluluk devretme, eylem, ifade etme ve doğrulama aşamalarında elde edilen bilgiler istendik bilgilerdir veya olmalıdır ancak kurumsal bir statü kazanmamıştır. Elde edilen bilgilerin ne ile ilişkili olduğu gerekli açıklamalarla genişletilerek sınıfın bilgisine bu aşamada sunulur (Erdoğan, 2016a).

A-didaktik aşamalar olan eylem, ifade etme ve doğrulama aşamalarında öğretmen bir rehber konumundadır ve grup tartışmasını veya sınıf içi tartışmayı yönetmekle sorumludur (Erdoğan, 2016a). Böylece öğrencinin kendi bilgisinin kendisinin oluşturulmasına ve ortam ile etkileşmesine olanak tanınmaktadır.

2.2 Kanıt Şemaları

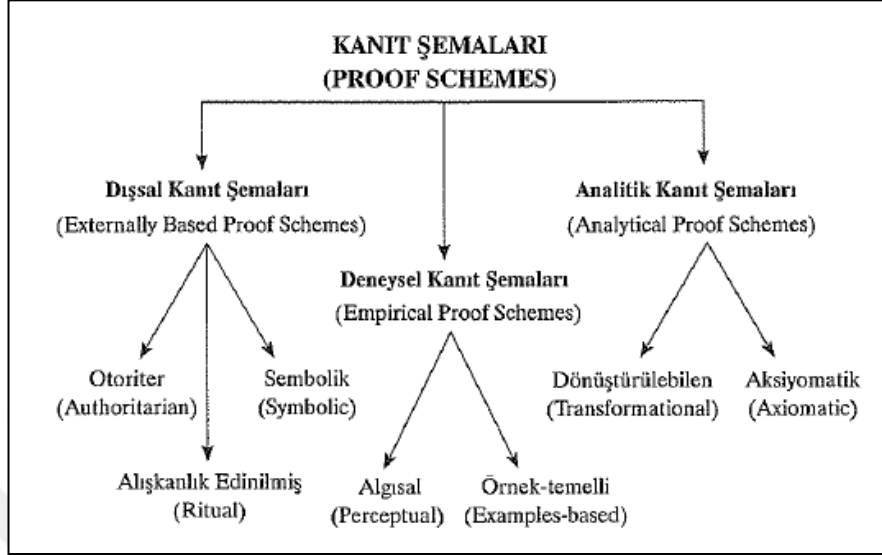
Matematikteki kullandığımız yapıları fark edebilme, ilişkileri algılayabilme, tahmin becerisini kullanma, kanıtlama (ispatlama), uygulama ve genellemelerin hepsi çok değerlidir ve birbirleriyle iç içedir (Schoenfeld, 1994). Şüphesiz ki buradaki kanıtın (ispatın) matematik alanındaki önemi yadsınamayacak derecededir. Kanıt, düşüncelerin (önergelerin) ilişkisine dayanan akıl yürütme ile yapılan mantıksal bir çıkarımdır (Yıldırım, 1988). Başka bir anlatımla kanıt; matematik yapmak, matematik diliyle iletişim kurmak ve ortaya dökülen bu mantıksal ilişkiler ağını kaydetmektir (Schoenfeld, 1994). Ayrıca kanıt matematik biliminde önceden bilinen sonuçların doğru olduğunun gösterilmesinde ve öğrencilere bir matematiksel durumun doğruluğunu veya yanlışlığını göstermede (ikna etmede) kullanılır (Knuth, 2002). Bu sebepten dolayı matematikteki temel yapıtaşlarından birisi kanıttır. Kanıtlama sürecinde tanımlar, teoremler, aksiyomlar, kabuller, postulatlar kullanılır. Matematikle uğraşan kimseler için bu araçları kullanmak matematiği anlama düzeylerine, akıl yürütme becerilerine, matematiksel düşüncelerini savunmaya katkı sağlamaktadır. Bütün bunlara rağmen öğrenciler kanıt yapmaktan ve kanıtı algılamaktan uzaktırlar. Çünkü öğrencilerin birçoğu nasıl kanıt yapacağını, kanıtlamaya nereden başlayacağını ve kanıt yaparken hangi araçları kullanacağını tam olarak bilmemektedir (Weber, 2001). Bu sebeplerden ötürü öğrenciler kanıt yapma sürecinde çok farklı ve yanlış bazı yaklaşımlar sergileyebilmektedir. Kanıtlama süreci ile ilgili çok farklı düşünceler olsa da matematikçilerin genel

amacı, mantıksal tutarlılığı ve geçerliliği olan bir kanıt ve kanıtlama süreci ortaya koymaktır (İskenderoğlu, 2016). Fakat, kanıtlama sürecindeki bireylerin konu hakkındaki genel bilgileri ve kanıtlama süreci ile ilgili bilgileri aynı olmadığından kanıt yaparken kullandıkları yollar da farklılaşmaktadır (İskenderoğlu, 2016). Sowder ve Harel (1998) bu alanda kullanılan kanıtları açıklamak için kanıt şeması terimini kullanmışlardır. Kanıt yapma süreci ve bu süreçte kullanılan kanıt şemaları bireyin düşünme sürecinin bir ürünüdür. Bu sebeple kanıt şemaları, sadece öğrencilerin yaptıkları kanıtların bir sınıflaması değil öğrencilerin nasıl düşündüklerini gösteren bir düşünme biçimidir (Sowder & Harel, 1998).

Her öğrencinin düşünme biçimi de farklı olduğundan herkesin yaptığı kanıtlar da birbirinden farklıdır. Kanıt şemaları bireylere veya bir topluluğa özgü olabilir. Kanıt şemaları bir noktada bireyin bir şeyden emin olma yolunu ve başka bir kişiyi o konuya nasıl inandırmaya çalıştığını göstermektedir. Bu ikna etmeye etki eden bazı bilişsel süreçler, matematiksel, sosyal ve epistemolojik faktörler etkili olmuştur. Kanıt şemaları kendi içinde bir önem sırası göstermemektedir. Öğrenci veya birey farklı içeriklerde çok farklı kanıt şemaları gösteriyor olabilir (İskenderoğlu, 2016). Bu nedenle kanıt şemaları konudan konuya, kişiden kişiye, topluluktan topluluğa farklılık göstermektedir (Sowder & Harel, 1998). Kanıtlama sürecinde kişilerin düşünceleri ve bu düşüncelerden yola çıkılarak geliştirilen kanıtları her durumda doğru olmayabilir. Çünkü bireyin matematiksel bilgisi, o konu hakkındaki şemaları, kavram yanlışları buna etki etmektedir (İskenderoğlu, 2016). Yukarıda saydığımız sebeplerden ötürü kanıt şemaları sınıflandırmalarında bireylerin açıklamalarının veya yaptıkları kanıtların yanlış veya doğru olmasına bakılmaz. Bireyler kanıtlama sürecinde yanlış düşünüp yanlış kanıt da yapabilirler fakat yaptıkları bu yanlışlar da kanıt şeması olarak değerlendirilmektedir. Böylece bireyler kanıt yaparken matematiksel olarak neyi nasıl düşündükleri de ortaya çıkmaktadır ve kanıt şemaları öğrencilerin düşüncelerini inceleme olanağı da tanımaktadır (İskenderoğlu, 2016).

Öğrencilerin neyi nasıl ve ne şekilde düşündüklerini gösteren kanıt şemaları hakkında birçok araştırmacı çalışmıştır ve bunun sonunda kanıt şemaları dışsal, deneysel ve analitik olmak üzere üç ana başlığa ayrılmıştır. Bu üç ana başlık da kendi

alt başlıklarına ayrılmıştır. Kanıt şemalarının tamamı öğrenciler ile yapılan çalışmalardan ortaya çıkmıştır.



Şekil 2.1 Kanıt şemaları ve alt şemaları (Sowder ve Harel, 1998)

Sowder ve Harel 1998 yılında üniversite öğrencilerinin matematik problemleri karşısında ortaya koydukları çözümleri değerlendirirken şemaları dışsal, deneysel ve analitik olmak üzere üç ana başlığa ve bu ana şemaları da alt şemalara ayırmışlardır. Kanıt şemalarındaki sınıflamalardan her biri öğrencilerin zihinsel olarak hangi aşamalardan geçtiklerini, matematiksel olarak ilerlemelerini ve biliş düzeylerini göstermektedir. Kanıt şemaları ve alt şemaları öğrencilerin eylemlerinden türetilmiştir. Kanıt şemalarının sınıflandırması yapılırken öğrencilerin şimdiye kadar kendileri olarak getirdiklerine (inançları, kuşkuları, doğruları, değerleri vs.) dikkat edilmiştir (Sowder & Harel, 1998).

Kanıt yapmanın matematik eğitiminde farklı işlevleri bulunmaktadır (Villiers, 1999) ve bunlar kanıt şemaları ile ilişkilidir. Bu işlevler doğrulama, açıklama, keşfetme, sistemleştirme, zihinsel meydan okuma ve iletişimdir. Yukarıda bahsettiğimiz işlevlerden de anlaşılacağı üzere matematikte kanıtın temel bir işlevi vardır. Kanıt işlevleri, kanıt şemaları ile açıklanmaktadır (İskenderoğlu, 2016). Üç ana kola ve alt kollara ayrılan kanıt şemalarının tamamı birey tarafından kullanılmayabilir, kanıtlanacak şeyin özelliğine göre değişebilir veya birey kanıt yaparken aynı anda

birden fazla şemayı da kullanabilir. Şimdi kanıt ve kanıt şemalarını kısaca açıklayalım.

2.2.1 Dışsal Kanıt Şemaları

Bu kanıt şemasına göre önce öğrencinin kendisi ikna olmalıdır ve daha sonra da diğerlerini ikna etmelidir. Bunu yaparken bazı kaynakları kullanmaktadır (Sowder & Harel, 1998). İkna için kullandığı kaynaklar genellikle öğretmen, kitap, otorite olarak gördüğü bazı kişiler gibi dışarıdaki etmenlerdir. Öğrenciler bu noktada birine veya bir şeye güvenerek açıklama yapmaktadırlar. Güvendikleri insanların söyledikleri şeyleri sorgusuz kabul etmektedirler. Çünkü öğrenciler öğrendikleri çoğu şeyi çevrenin etkisiyle öğrenmektedirler (Flores, 2002). Dışsal kanıt şemaları otoriter, alışkanlık edinilmiş ve sembolik olmak üzere üç alt başlıktan oluşmaktadır.

2.2.1.1 Otoriter kanıt şeması

Otoriter kanıt şemasında öğrenciler bir kitaba, öğretmenine veya kendisinden daha bilgili gördüğü birine güvenip ona inanırlar (Sowder & Harel, 1998). Öğrenciler yaptıkları kanıtlardaki sonuçları anlamadan ezberledikleri veya öğrendikleri kurallara da dayandırmaktadırlar (Harel, 2001). Bu kanıt şemasını sıklıkla kullanan öğrenciler matematik öğrenirken kendi şemalarını oluşturmakta zorlanmaktadırlar (İskenderoğlu, 2003). Örneğin; $10+10+10=30$ olduğunu bilen bir ilkokul öğrencisine bunu nasıl öğrendiği konusunda soru sorulduğunda annesinden öğrendiğini belirtmesi (Flores, 2002).

2.2.1.2 Alışkanlık edinilmiş kanıt şeması

Bu kanıt şemasında bireyler bir durumu kanıtlarken veya açıklama yaparken akıl yürütmeyi kullanmak yerine daha önceden öğrendikleri bir doğruyu kullanmayı tercih ederler. Burada öğrenciler matematiksel bir durumun doğruluğuna dair açıklama yaparlarken kanıtın doğru olmasından ziyade biçimine bakarak ikna süreçlerine girerler. Bu sebeple öğrenciler yaptıkları kanıt yanlış olsa bile biçiminden dolayı doğru olarak kabul etmektedirler (Martin & Harel, 1989). Sadece biçime bakarak karar vermek matematik eğitiminde kanıtlama sürecinde,

matematiksel düşünmede, anlama gibi bazı durumlarda sıkıntılara neden olmaktadır (Sowder & Harel, 1998). Örneğin; ilköğretim matematik öğretmenliğine devam eden bir öğrenciye fonksiyonlarla ilgili soru sorulduğunda çözümü için “biz bunu öğrenirken tek yoldan öğrendik, başka yol aklıma gelmiyor.” açıklamasını yaparak çözümün doğru olma nedenini çözüm biçimine dayandırması (İskenderoğlu, 2010).

2.2.1.3 Sembolik kanıt şeması

Sembolik kanıt şemasında semboller anlatılan durumla ilişkisi yokmuş gibi veya kendi başlarına bir anlamları varmış gibi kullanılırlar (İskenderoğlu, 2016). Bu şemada kanıtlama sürecinde sembolik akıl yürütme kullanılır. Sembolik akıl yürütme sembolün işlevini düşünmeden veya ilişkisini görmeden sadece sembol üzerinden yapılan bir akıl yürütmedir. Bu akıl yürütme türü, öğrencilerin ilkokul yıllarından başlayarak liseye hatta üniversiteye kadar giden süreçte kullandıkları zihinsel bir alışkanlıktır ve bundan vazgeçmek öğrenciler için epeyce zordur (Sowder & Harel, 1998). Örneğin; 7. sınıfa giden bir öğrenciye “bir sayının $\frac{1}{2}$ ile çarpılması sayının 2'ye bölünmesiyle aynı şey midir ?” sorusu yöneltildiğinde gerekli açıklamaları yapıp “çünkü paylar çarpılıp paya, paydalar çarpılıp paydaya yazılır.” şeklinde açıklama yapması sembolik kanıt şemalarını kullandığını gösterir. Çünkü öğrenci burada $\frac{1}{2}$ ile çarpma ve 2'ye bölmenin anlamları üzerinde durmamış sadece kesirlerde çarpmanın nasıl yapıldığını açıklamış ve sembolleri kullanarak işlem yapmıştır (İskenderoğlu, 2010).

2.2.2 Deneysel Kanıt Şemaları

Deneysel kanıt şemasında genellikle örnekler kullanılır ve kanıtlar yapılırken örneklere dayandırılmaktadır (Flores, 2002). İnsanlar kavramları öğrenirken genellikle örnekler üzerinden öğrenirler ve öğrenciler de bu alışkanlıktan hareketle bildiklerini örneklerle anlatmaya çalışırlar (Flores, 2002). Deneysel kanıt şemaları algısal kanıt şemaları ve örnek temelli kanıt şemaları olmak üzere ikiye ayrılırlar.

2.2.2.1 Algısal kanıt şeması

Bu kanıt şemasında öğrenci matematiksel durumun doğruluğunu yaptığı basit çizimlere veya kendi sezgisine dayandırmaktadır (Flores, 2002; Harel ve Sowder, 1998). Bunun yanı sıra öğrenciler apaçık doğru olarak gördüklerini iddia ettikleri ilişkileri net bir şekilde açıklayamamaktadırlar. Örneğin; anaokuluna giden bir öğrenciye iki üçgen çizilip gösterildiğinde birini üçgen olarak kabul edip diğerini üçgen kabul etmemesi ve birinin diğerine benzemediğini iddia etmesi. Burada öğrenci için birinin diğerine benzememesi üçgen olmaması için yeterlidir (İskenderoğlu, 2010).

2.2.2.2 Örnek temelli kanıt şeması

Örnekleri temele alan bu kanıt şemasında, bireyler kavramları öğrenirken genellikle örneklerden yola çıkarak algılamaya ve durumu anlamaya çalışırlar. Bu nedenle de öğrenciler matematiksel bir durumun doğruluğunu kontrol etmede veya kanıtlama sürecinde örnekleri yoğunlukla kullanırlar (İskenderoğlu, 2016). Bu kanıt şeması kanıtlama sürecine yeni adım atanlar için gayet anlaşılır bir kanıt şemasıdır (Hanna & Villiers, 2008). Örneğin; 10. sınıfa giden bir öğrenciye çarpmanın toplama üzerine dağılma özelliği ile ilgili $a.(b+c)=a.b+a.c$ ifadesinin doğruluğunu göstermesi istendiğinde “doğrudur çünkü a, b ve c yerine hangi sayıyı verirsem vereyim eşitliği sağlıyor.” demesi gibi (İskenderoğlu, 2010).

2.2.3 Analitik Kanıt Şemaları

Bu kanıt şemasında öğrenciler matematiksel bir durumun neden doğru olduğunu gösterirken tahminler, örnekler, varsayımlar gibi araçlardan ziyade mantıksal tümdengelim kullanılmaktadır (İskenderoğlu, 2016). Bu açıklamaları yaparken matematiksel ilişkileri akıl yürütme yoluyla elde ederler (Flores, 2002). Analitik kanıt şemaları dönüştürülebilir ve aksiyomatik olmak üzere iki alt başlığa ayrılır.

2.2.3.1 Dönüştürülebilir kanıt şemaları

Öğrenciler bu kanıt şemasında özel bir durumdan yola çıkarak genel bir durumun varlığına akıl yürütme kullanarak ulaşırlar (Sowder & Harel, 1998). Bu şemada öğrenci kendini veya başkasını belli çıkarımlar yaparak ikna eder. Bu süreçte öğrenci genellemeleri sık kullanır, amaca yönelik zihinsel süreçler yaşar, teoremler, şekiller ve tanımlar arasında sürekli geçişler yapar. Dönüştürülebilir şemaların en temel özelliği, bir durumun akıl yürütme kullanılarak genellenmesidir (İskenderoğlu, 2016). Örneğin; birler basamağında 5 olan sayıların karelerini bulmak için kısa yol bulması istenen öğrencinin akıl yürüterek $(10n+5)^2$ ifadesini bulması gibi (İskenderoğlu, 2016).

2.2.3.2 Aksiyomatik kanıt şemaları

Aksiyomatik kanıt şeması tanımları, teoremleri, aksiyomları, tanımsız terimleri ve neden-sonuç ilişkisini içinde barındırmaktadır. Eğer bir öğrenci bir sistemin içinde rahat çalışabiliyorsa aksiyomatik kanıt şemasını kullanıyordur. Daha önce deneyimleri olmayan öğrenciler aksiyomatik kanıt süreçlerinde zorlanmaktadırlar (Sowder & Harel, 1998). Analitik şemalar kanıt şemaları içinde bilişsel olarak en tepede olanıdır. Çünkü bu şemalarda öğrenciler kanıtlama yaparken akıl yürütmenin yardımıyla önceki bilgileriyle yenileri arasında bağ kurarlar (Sowder & Harel, 1998). Örneğin; 5. sınıf öğrencisi kendisine yöneltilen $408:102=?$ işleminin açıklamasını yaparken bölme işlemini çarpma işleminin tersi olarak açıklamış ve ayrıca bölme işleminin doğruluğunu çarpma işleminden başka toplama işlemi yaparak da gösterilebileceğini anlatmıştır (İskenderoğlu, 2003).

2.3 Didaktik Durumlar Teorisi ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Literatür taraması yapıldığında DDT ile ilgili yapılan çalışmalarda yoğunlukla ortaokul öğrencileriyle çalışıldığı görülmüştür. Arslan, Baran ve Okumuş (2011) ve Erdoğan, Gök ve Bozkır (2014) tasarlanmış bir a-didaktik bir ortamda sınıf davranışlarını DDT'nin aşamalarına göre analiz etmişlerdir. Yavuz, Arslan ve Kepceoğlu (2011) çalışmalarında ise araştırmacılara ve öğrencilere DDT'nin temel kavramlarından didaktik sözleşme kavramını tanıtmışlar ve değerler öğretimine

yansımalarını incelemişlerdir. Erdoğan ve Özdemir Erdoğan (2013) ise çalışmalarında DDT ve matematiksel süreçler kavramlarını ilişkilendirmeye çalışmışlardır. Çalışmalara kısaca değinecek olursak;

Arslan, Baran ve Okumuş (2011) çalışmalarında, 8. sınıf öğrencilerine üçgenin ağırlık merkezini bulma etkinliği ile ilgili bir a-didaktik ortam tasarlamışlar ve sınıf içi öğrenci etkinliklerini DDT'nin beş evresine göre gözlemlemişlerdir. Bu çalışmada öğrencilerin buldukları evreden önceki evrelere geri yöneldikleri ve buldukları evreden daha ileriki evrelere geçtikleri yani evreler arasında geçiş yaptıkları gözlemlenmiştir. Diğer önemli sonuçlardan biri de evreler arasında sıra olmadığıdır yani hiyerarşik bir durum söz konusu değildir. Öğrenci yanlışının farkına varırsa, fikrinden vazgeçerse vs. başka evrelere geçişler yapabilmektedir.

Yavuz, Arslan ve Kepceoğlu (2011) araştırmalarında DDT'nin temel kavramlarından biri olan didaktik sözleşme kavramını Türk Eğitim Sistemi'ne tanıtmayı ve bu kavramın öğretime yansımalarını analiz etmeyi hedeflemişlerdir. İki bölümden oluşan çalışmada didaktik sözleşme kavramının tanıtımı için doküman analizi ve bu kavram bağlamında öğretmen adaylarının öğretim sürecinde oluşturdukları antlaşma maddeleri ve nedenlerini incelemek için de nitel analiz yöntemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda matematik eğitimi araştırmalarına farklı bir bakış açısı kazandırılmaya çalışılmıştır.

Erdoğan ve Özdemir Erdoğan (2013) yaptıkları çalışmada matematiksel süreçler kavramına açıklık getirmeyi ve ilköğretim öğrencilerine bahsedilen süreçlerin nasıl yaşatılabileceği konusunda teori ve öneri geliştirebilmeyi amaçlamışlardır. Bu amaçla DDT'nin prensiplerini baz alarak tasarlanan bir etkinlik öğrencilere uygulanmış ve analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda DDT'nin ilköğretim öğrencilerinin matematiksel süreçlerin merkezinde olmaları için uygun araçları sunduğu görülmüştür.

Erdoğan, Gök, Bozkır (2014) ortaokul 6. sınıf düzeyinde orantı kavramının öğretime giriş için DDT'ye göre tasarlanmış bir a-didaktik ortam geliştirmiş ve bu ortamda öğrencilerin sergiledikleri yaklaşımları incelemeyi amaçlamışlardır. Nitel

araştırma yöntemi kullanılan bu çalışmada veriler öğrencilerin yazılı çözümleri, gözlem ve sınıf içi etkileşimin kayıt edilmesi ile elde edilmiştir. Verilerin analizleri incelendiğinde a-didaktik bir ortamda öğrencilere orantı kavramının farklı bir girişle verilebileceği görülmüştür.

2.4 Kanıt Şemaları ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Yapılan çalışmalar incelendiğinde İskenderoğlu (2003 ve 2010), Çontay (2017) ve Flores (2006) çeşitli okul seviyesinden öğrencilerin hangi kanıt şemalarını kullandıklarını ortaya çıkarmayı amaçlamışlardır. Pektaş ve Bilgici (2019) çalışmasında ise Kolb öğrenme stiline göre kullanılan kanıt şemaları arasındaki değişimi incelemiştir.

İskenderoğlu (2003) çalışmasında 5., 6., 7., 8., ve 9. sınıf öğrencilerinin karşılaştıkları matematik problemlerine karşı elde ettikleri sonuçlardan nasıl emin olduklarını araştırmıştır. Araştırmacının amacı öğrencilerin kanıt yaklaşımları ve karşılaştıkları matematik problemlerinde kullandıkları kanıt şemalarını ortaya çıkarmaktır. Veriler öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerle elde edilmiş ve verilerin analizinde nitel yöntemler kullanılmıştır. Araştırma sonucunda öğrencilerin çoğunlukla dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandıkları, deneysel şemaları kullananların temel örnekleri tercih ettiği ve analitik kanıt şemalarını diğerlerine nazaran daha az kullandıkları görülmüştür.

İskenderoğlu (2010), ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyonlar konusunda hangi kanıt şemalarını kullandıklarını tespit etmek, matematiksel kanıt yönelik görüşlerini belirlemek ve matematiksel kanıt yönelik görüşleri ile fonksiyonlar konusunda kullandıkları şemalar arasında paralellik olup olmadığını araştırmaya yönelik bir çalışma yürütmüştür. Öğrencilerin bu süreçte kullandıkları kanıt şemaları ve matematiksel kanıt yapmaya yönelik görüşlerini incelemiştir. Araştırmacı ayrıca öğretmen adaylarının kanıt şemalarını kullanımında ve kanıt şemaları hakkındaki görüşlerinde farklı sınıf seviyelerine göre oluşan değişimi ortaya koymayı amaçlamıştır. Çalışmanın verileri yazılı sınav ve klinik görüşmelerle elde edilmiş ve gelişimci araştırma yöntemi benimsenmiştir. Öğretmen adaylarının kanıt

yönelik olumlu bakış açılarının olduğu görülen araştırma sonucunda sınıf seviyesindeki artış ile kullanılan kanıt şemalarındaki üst düzey şemalarının kullanımının arttığı görülmüştür. Ayrıca kanıta yönelik görüşleri tespit etmek için geliştirilen ölçekteki bir takım faktörler ile şemalar arasında paralellik olduğu ortaya çıkmıştır.

Pektaş ve Bilgici (2019) araştırmalarında, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının trigonometri konusunda kullandıkları kanıt şemalarının öğrenme stillerine göre değişimini tespit etmeyi amaçlamışlardır. Tarama yönteminin kullanıldığı çalışmada veriler Kolb öğrenme stili envanteri ve trigonometri ispat envanteri ile toplanmıştır. Öğrencilerin öğrenme stillerine göre kullandıkları kanıt şemaları betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrenciler arasında en çok rastlanılan öğrenme stilinin özümseyen öğrenme stili olduğu, öğrenme stillerinin cinsiyete ve sınıf düzeyine göre farklılık göstermediği görülmüştür. Ayrıca öğrenciler çoğunlukla analitik kanıt şemalarını kullanmışlar ve bu şemalar öğrenme stillerine göre farklılaşmamışlardır.

Çontay (2017) çalışmasında ortaokul matematik öğretmeni adaylarının sayılar ile ilgili kullandıkları kanıt şemalarının hangileri olduğunun ve bu şemaları nasıl ortaya koyduklarını incelemiştir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde dışsal, deneysel ve analitik kanıt şemalarından her birini ve alt şemalarını da ortaya koydukları görülmüştür. Öğrencilerin verdikleri cevaplarda üç türden kanıt şemalarını barındıracak özellikler bulunduğu saptanmıştır. En yoğun olarak dışsal, daha sonra analitik ve en az yoğunlukta deneysel kanıt şemalarının kullanıldığı bulgusu ile karşılaşılmıştır.

Flores (2006) çalışmasının amacı öğrencilerin matematikte öğrendiklerinin ve bildiklerinin neden doğru olduğunu incelemek ve kullandıkları kanıt şemalarını saptamaktır. Çalışmada 70 ortaokul ve lise öğrencisine sorular yöneltilmiştir. Bu sorulara verilen cevaplara araştırmacılar tarafından bu cevaplardan nasıl emin oldukları sorusu yöneltilmiştir. Verilen cevaplar Harel ve Sowder (1998)'in kanıt şemalarına göre incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrenciler çoğunlukla otorite olarak ders kitaplarını ve öğretmenlerini göstermişlerdir. Bu çalışmada alt sınıf

öğrencileri genellikle sembolik kanıtlar sunmuşlardır ve durumlar arasında sağlam ilişkiler kurmaktan ziyade sayılarla hesaplama yolunu tercih ettikleri görülmüştür.



3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmada kullanılan model, çalışma grubu, veri toplama araçları, uygulama süreci, verilerin analizi ve geçerlik gvenirlikten bahsedilecektir.

3.1 Araştırmanın Modeli

Bu alışma, a-didaktik bir ortamda 7. sınıf ğrencilerinin geometri bilgilerine dönük kullandıkları kanıt şemalarını ortaya çıkarmayı amaçlamıştır. Dolayısıyla bu çalışmada nitel araştırma tekniklerinden durum çalışması yaklaşımı (case-study) kullanılması uygun görülmüştür. Durum alışması; bir olguyu kendi yaşam içeriğinde araştıran, olgu ve olgunun içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin hatlarıyla belirgin olmadığı, birden fazla kanıt veya veri kaynağının bulunduğu durumlarda kullanılan, yaşantılar ve denemeler yoluyla elde edilen bir araştırma yöntemidir (şimşek & Yıldırım, 2011). Durum çalışmasının amacı, hakkında detaylı bilgiye sahip olunmayan bir olguyu keşfetmek ya da bir şeyi detaylıca tanımlamaktır. Durum alışmaları, basit bir şekilde “ne” sorusu yerine özel bir “niçin” ve “nasıl” sorularını cevaplama yeteneğine ve dolayısıyla değerlendirme ve açıklama potansiyeline sahiptirler (Yin, 2009). Ashley (2017)’e göre durum çalışması araştırması gücünü araştırmacının durumu yoğun bir şekilde araştırmasından, derinlemesine incelemesinden ve özetten detaya çıkıp durumun karmaşıklığını anlamasını mümkün kılmasından alır. Bu çalışmanın araştırma soruları ve çalışma kapsamında belirlenen amaçları çerçevesinde nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışmasına uygun olduğu düşünülmektedir.

Bu çalışmada incelenen durum, a-didaktik bir ortamda 7. sınıf ğrencilerinin daha önce karşılaşmadıkları -geometri ile ilgili- problem durumlarına çözüm olarak bir model sunmalarıdır. Dört haftalık süreç (her hafta bir etkinlik olmak üzere) boyunca problem durumlarına grupların sundukları çözümler kanıt ve kanıt şemaları çevresinde incelenmiş ve değerlendirilmiştir. Etkinlik boyunca araştırmacı a-didaktik ortama zarar verebilecek, grupları etkileyecek herhangi bir müdahalede bulunmamıştır. Araştırmacının bu noktadaki işlevi etkinliğin yürütülmesinden sorumlu olmasıyla sınırlıdır. Öğrencilere gereken sorumluluğun aktarılmasının

ardından araştırmacı artık daha pasif bir konuma geçmiştir. Dört hafta süren etkinlikler boyunca ortaya çıkan veriler didaktik durumlar teorisinin aşamalarına göre incelenmiş ve grupların problem durumlarına yaptıkları kanıtlar, kanıt şemaları içine yerleştirilmeye çalışılmıştır. Ayrıca dört haftalık etkinlik öncesinde iki adet pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Bu pilot uygulamalarda grupların a-didaktik ortamlara uyum sağlamaları amaçlanmıştır.

3.2 Çalışma Grubu

Araştırma, Sinop'un Boyabat ilçesinin merkezindeki bir ortaokulda 2018-2019 eğitim-öğretim yılında gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya 7. sınıf öğrencisi olan ve Matematik Uygulamaları dersini alan on altı kişi katılmıştır. On altı öğrenci ile dörderli dört grup oluşturulmuştur. Araştırma dört hafta boyunca devam etmiştir. Her hafta gruplar bir problem durumuyla karşı karşıya bırakılmışlardır. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Gruplar oluşturulurken öğrencilerin matematik dersi 2. dönem 1. yazılı notları dikkate alınmıştır. Ayrıca iletişim açısından birbirini etkileyecek, a-didaktik ortamı destekleyecek nitelikteki öğrencilerin dengeli bir şekilde gruplara ayrılmasına özen gösterilmiştir.

3.3 Veri Toplama Araçları

Dört haftalık etkinlik boyunca gruplara yöneltilen ve çözüm bulmaları istenen problem durumları 7. sınıf matematik dersi kazanımları arasından seçilmiştir. Öğrencilerin daha önce öğrenmediği bu kazanımlar birer problem bağlamında ve a-didaktik bir ortamda öğrencilere sunulmuştur ve araştırmacı tarafından hazırlanan problemlere yönelik iki uzman görüşü alınmıştır.

Uygulama boyunca veri kaybının önüne geçmek, her bir öğrenciyi ve grubu daha yakından incelemek, ortamın dinamiklerini anlamak, sınıf ortamındaki grup içi konuşmaların anlaşılabilirliğini artırmak amacıyla her bir grubun ses kaydı alınmıştır. Araştırmacı etkinlikler boyunca sınıf ortamındaki önemli gördüğü durumları ve etkinliklerin genel değerlendirmesini etkinlik sonlarında not tutmuştur. Etkinlik sonlarında öğrencilerin etkinlik kağıtları toplanmıştır. Öğrencilerin ne

düşündüklerini daha detaylı anlamak için etkinliklerden sonra etkinlik kağıtları incelenerek bazı öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır.

3.4 Uygulama Süreci

Esas uygulamada oluşabilecek sorunları önceden fark etmek ve gerekli önlemleri almak, öğrencileri a-didaktik ortama alıştırmak amacıyla esas uygulama öncesinde iki adet pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Bu pilot uygulamaların; öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları problem durumları içeren, rutin çözümler dışında daha farklı çözüm yolları üretebilmelerini gerektiren, esnek düşünceleri istenen ve a-didaktik ortamın doğasına uygun problem durumları olmasına özen gösterilmiştir.

İlk pilot uygulama Yapboz Problemi (Brousseau, 1997)'dir. Bu problem durumuyla amaçlanan öğrencilere orantı kavramını tanıtmaktır. Etkinliğin süresi bir ders saatidir (40 dk). Etkinlik on altı kişiyle gerçekleştirilmiştir. Etkinlikte kalem, kağıt, cetvel, makas, her grup için model yapboz ve renkli kalemler kullanılmıştır. Gruplar oluşturulurken grupların akademik yönden dengeli olmasına özen gösterilmiştir ve bu bağlamda 2. dönem 1. yazılı notları dikkate alınmıştır. Dörderli dört grup oluşturulmuştur. İlk pilot uygulama sonunda bazı gruplardaki öğrencilerin başka gruptaki arkadaşlarıyla yer değiştirilmesi kararı alınmıştır. Böylece ikinci pilot uygulama ve esas uygulama için daha üretken bir ortam oluşması beklenmiştir. İlk pilot uygulamanın çalışma kağıdı EK-1'de sunulmuştur.

İkinci pilot uygulama ise dik üçgende metrik (uzaklık) bağıntıları ile ilgilidir. Bu problem durumuyla amaçlanan öğrencilerin 8. sınıfta görecekları benzerlik konusuna zemin hazırlamaktır. Etkinliğin süresi iki ders saati olarak belirlenmiştir. Etkinlikte kalem, kağıt, cetvel ve gönye kullanılmıştır. İlk pilot uygulamada gruplar arasında yapılan değişikliklerin sürece olumlu katkısı görülmüştür. Öğrenciler arasındaki iletişimin etkilenmemesi ve öğrencilerin esas uygulamada daha rahat hareket edecekleri düşüncesinden yola çıkarak iki pilot uygulama sonunda şekillenen gruplar bozulmadan esas uygulama grupları olarak alınmıştır.

Esas uygulama dört hafta boyunca sürmüştür. Her hafta gruplar bir problem durumuyla karşı karşıya bırakılmıştır. Yapılan etkinlikler iki ders saati sürecek

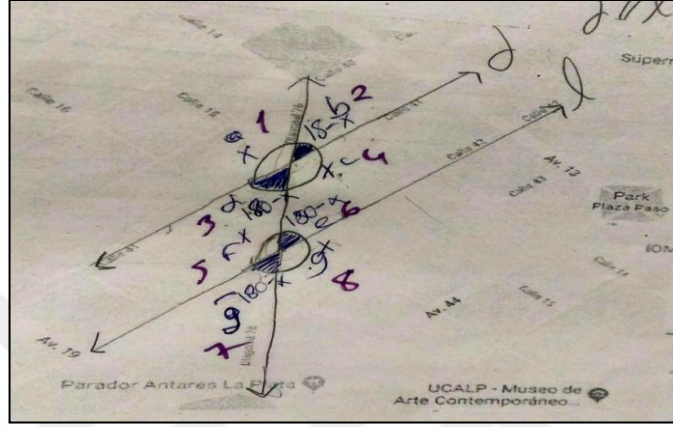
şekilde tasarlanmıştır. Etkinliklerde DDT'nin aşamaları olan sorumluluk devretme için on dakika, eylem için yirmi dakika, ifade etme için on beş dakika, doğrulama için yirmi dakika ve kurumsallaştırma aşaması için ise on dakika yaklaşık olarak zaman ayrılarak süreç yürütülmüştür. Her hafta yapılan etkinliğin sonunda öğrencilerin etkinlik kağıtları incelenerek ve o hafta etkinlik boyunca öğrencilerin durumları gözetilerek bazı öğrencilerle klinik görüşme yapılmıştır. Uygulama sürecindeki ortam, a-didaktik ortamın doğasına zarar vermeyecek şekilde araştırmacı tarafından tasarlanmıştır. Ortamın oluşturulmasındaki araştırmacının rolü, gruplar arası etkileşim, etkinlikte kullanılacak materyallerin varlığı, öğrencilerin ilgisinin etkinlik boyunca diri tutulması gibi noktalara etkinlik boyunca dikkat edilmiştir.

3.5 Verilerin Analizi

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yaklaşımı kullanılmıştır. Durum çalışması yaklaşımıyla elde edilen veriler betimsel analiz tekniği ile analiz edilmiştir. Betimsel analiz, verilerin kendi has formuna sadık kalınarak doğrudan alıntılarla okuyucunun önüne getirilmesi ve anlayışına sunulması olarak açıklanabilir (Walcott, 1994). Başka bir ifadeyle betimsel analiz; sınırları belli olan bir çerçeveye bağlı kalınarak verilerin işlenmesi, bulguların tarif edilmesi ve tarif edilen bu bulguların yorumlanması adımlarını içeren bir analiz yaklaşımıdır (Şimşek & Yıldırım, 2011). Bu yaklaşımda amaç; elde edilen verileri daha iyi anlamlandırabilmek, ilişkileri yakalamak ve ortaya çıkan sonuçları daha işler hale getirebilmektir.

A-didaktik bir ortamda gruplara sorulan problem durumlarında öğrencilerin yaptıkları ispatlar Harel ve Sowder'ın (1998) ortaya attığı teorideki kanıt ve kanıt şemalarına göre sınıflandırılmıştır. Kanıt şemaları Harel ve Sowder tarafından üç ana şema ve alt şemaları etrafında toplanmıştır. Harel ve Sowder üç ana şemayı dışsal, deneysel ve analitik başlıkları ve alt başlıkları altında incelemiştir. Araştırmacı tarafından a-didaktik bir ortamda gruplara sunulan problem durumlarına grupların yaptıkları ispatlar belirlenen şemalara göre analiz edilmiştir. Örneğin, 1. problem durumuna ait 2. grubun yaptığı ispatta mantıksal çıkarımlarda bulunularak bir ispata gittikleri görülmüş ve bu ispatın da dönüştürülebilir kanıt şemalarına uyduğu

gözlemlenmiştir. Grubun ifade etme sürecindeki “açılardan herhangi birine x dersek bunun bütünleri $180-x$ olur.” ve “caddelerin kesişim noktasında bütünler açısı özelliğinden diğer açılar da x cinsinden yazılabilir.” gibi söylemlerinden hareketle bir genelleme yoluna gittikleri görülmüştür. 2. grubun etkinlik kağıdı Resim 3.1’de gösterilmektedir.



Resim 3.1 İkinci grubun birinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı

3.6 Geçerlik ve Güvenirlik

Bilimsel bir araştırmada sonuçların inandırıcı olması en önemli ölçütlerden biri olarak gösterilmektedir. Geçerlik ve güvenirlik bu bağlamda ele alınan iki önemli kriterdir. Nitel araştırmalardaki geçerlik-güvenirlik, nicel araştırmalardakilerden farklı olarak ele alınır (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Krefting (1991)’e göre, nitel araştırmalarda nicel araştırmalardan farklı olarak inanırılık, araştırmacının deneyimi ve sonuçların doğruluğundan bahsetmek önem arz eder. Nitel çalışmalarda araştırmacının geçerliğini etkileyen önemli unsurlardan birisi de araştırmacının bu alandaki eğitimi ve sürece ne kadar müdahale ettiği (Patton, 2014). Araştırmacı, esas uygulama öncesinde yapılan iki adet pilot çalışma esnasında didaktik durumlar teorisinin aşamalarına uygun biçimde rehber olma yolunda önemli tecrübeler elde etmiştir ve dört hafta süren çalışmalar boyunca a-didaktik ortamın doğasına zarar vermeyecek şekilde grupları yönlendirerek süreci yönetmiştir. Veriler analiz edildikten sonra bulguları çeşitli yönlerden desteklemek için ses kayıtları sonucu elde edilen sınıf içi diyaloglar, araştırmacının uygulamalar esnasında aldığı notlar, klinik görüşme sonucu ortaya çıkan öğrenci düşünceleri, sınıf içindeki öğrenci

diyaloglarından birebir alıntılar birbirini destekleyecek şekilde ve birbiriyle ilişkili olacak biçimde sunulmuştur. Böylece farklı veri toplama yöntemlerinin sonuçları birbirleriyle karşılaştırılmıştır ve üçgenleme tekniğinden faydalanılmıştır. Bulgular sunulurken araştırma sürecinin daha net anlaşılması için yoğun betimlemelerden faydalanılmıştır.

Guba ve Lincoln (1982), nitel çalışmalarda inandırıcılığın çok önemli olduğuna dikkat çekmişler ve inandırıcılık kriterlerini inanılabilirlik, güvenilebilirlik, onaylanabilirlik ve aktarılabilirlik başlıkları altında toplamışlardır (Başkale, 2016). Bu çalışmada araştırmanın inanılabilirliğini artırmak için öğrencilerle uzun sayılabilecek bir süre (dört hafta) boyunca etkileşimde bulunulmuştur ve her uygulamanın sonrasında öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Uygulama öncesinde de aynı grupla iki adet pilot çalışma yapılmıştır. Ayrıca uygulama soruları araştırmacının kendisi tarafından hazırlanmıştır ve uzman görüşüne sunulmuştur. Güvenilebilirlik kriterinin sağlanması için üçgenleme tekniğinden yararlanılmıştır. Onaylanabilirlik için çalışmada ham verilere yer verilmiş, veriler analiz edilmiş, çalışma süreci net bir şekilde anlatılmış, çalışmanın hedefi, amacı ve beklentileri ortaya konmuştur. Çalışmanın onaylanabilir olduğunu göstermek için alıntılar büyük önem arz etmektedir (Lincoln ve Guba, 1985). Bu sebepten dolayı bulgular ortaya konulurken araştırmacının etkisi olmadan katılımcıların kendi ifadelerine yer verilmesine özen gösterilmiştir. Bir çalışmanın sonuçları eğer benzer katılımcı ve durumlardaki ortamlara aktarılabiliriyorsa çalışmanın uygunluğundan (aktarılabilirliğinden) bahsedilebilir (Houser, 2015; Streubert ve Carpenter, 2011). Nitel çalışmaların genelleme ihtiyacı yoktur ve nitel çalışmalar bireylerin durumunu anlamaya odaklanır. Fakat çalışma esnasında katılımcıların yaşadıkları deneyimlerin tamamı ayrıntılı bir şekilde anlatılmalıdır. Çalışmayı okuyanlar sonuçları kendi çalışmalarında da uygulayabilir olmalıdır (Sharts-Hopko, 2002). Bu sebeple bu çalışmada da aktarılabilirliği göstermek için örneklemin nasıl oluşturulduğu, katılımcıların özellikleri ve çalışma ortamı açıkça anlatılmıştır.

4. BULGULAR

Bu çalışmada didaktik durumlar teorisine uygun olarak tasarlanmış sınıf ortamında, seçmeli matematik uygulamaları dersini alan 7. sınıf öğrencilerine MEB ortaokul matematik dersi öğretim programında yer alan dört kazanım doğrultusunda hazırlanan sorular uygulanmıştır. Uygulanan sorularda öğrencilerin kullandıkları kanıt şemaları a-didaktik ortam etkisi altında incelenmiştir.

4.1 Sorulardaki A-didaktik Ortam Aşamaları

4.1.1 Birinci Sorudaki A-didaktik Ortam Aşamaları

1. sorudan elde edilen bulgular a-didaktik ortam aşamaları çerçevesinde analiz edilmiştir.

4.1.1.1 Sorumluluk devretme

Uygulama öğretmenin dersin amacını ve yapılacakları anlatması ile başlamıştır. On altı öğrenci dörderli gruplar şeklinde dört sıra etrafına oturtulmuştur.

Ö: Evet arkadaşlar, etkinliğimize başlıyoruz. Etkinliğimiz iki ders saati sürecektir. Benim yönlendirmelerim ile belli aşamalardan geçip etkinlikte yer alan probleme bir çözüm bulacağız ve bu çözüm doğrultusunda da bir ispat oluşturacaksınız. Şimdi herkesin problemi dikkatlice okuyup anlamasını istiyorum.

Öğrenciler problemi okuduktan sonra öğretmen yüksek sesle problemi tekrar okuyup akıllı tahta üzerinden Google Maps programını açıp Arjantin' in başkenti Buenos Aires' in merkezi olan La Plata bölgesini bulmuştur. Daha sonra bu bölgedeki (problemi ilgilendiren) Calle 41, Calle 42 ve Diagonal 76 caddeleri öğrencilere uygulama üzerinde gösterilmiş ve etkinlik kağıtlarıyla karşılaştırmaları sağlanmıştır. Öğrencilere “*bu caddelerin birbirlerine göre durumları hakkında ne düşünüyorsunuz?*” şeklinde öğretmen tarafından bir soru yöneltilmiştir. Bu aşamada öğrencilerle öğretmen arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

Ö: *Evet, ne düşünüyorsunuz?*

G1Ö1: *Hocam bunlar şey...paralel.*

Ö: *Hepsi mi paralel?*

G1Ö1: *Yok hocam. Calle 41 ve Calle 42 paralel.*

Ö: *Peki Diagonal 76 caddesi?*

G3Ö2: *(araya başka bir gruptan öğrenci girerek) Diğerlerini kesiyor öğretmenim.*

Öğretmen tarafından sorulan sorunun cevabı aslında etkinlik kağıdında problemin yönergesinde bulunmasına rağmen öğrencilerin büyük bir kısmından hemen cevap gelmemiştir. Sorumluluk devretme aşamasına devam eden öğretmen ve öğrenciler arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.

Ö: *Sizden istenilen öncelikle Diagonal 76 caddesinin, Calle 41 ve Calle 42 caddelerini kestiği noktalardaki açıları bulmanız.*

G3Ö4: *Hocam biz burada caddeleri doğru gibi çizebiliriz.*

Ö: *Evet, çizebilirsiniz tabi ki. Ama şunu unutmayın sizden esas olarak istenilen oluşan açıların hangilerinin birbirine eşit olduklarını bulmanız ve neden eşit olduklarını ispatlamanızdır.*

Bu konuşmalardan sonra problem durumunun yeterince anlaşıldığı öğretmen tarafından gözlemlenmiş ve diğer aşamaya geçiş sağlanmıştır.

4.1.1.2 Eylem

Sorumluluk devretme aşamasından sonra grup içi dinamiklerin daha etkili bir hale geldiği ve grup içi etkileşimin arttığı eylem aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada öğretmen geri plana çekilip problem durumu ile öğrencileri baş başa bırakmıştır.

Yaklaşık on beş dakika sonra öğretmen grupları dolaşarak etkileşimin ne düzeyde olduğunu gözlemlemiştir.

Araştırmacı grupları dolaştıktan sonra 1. , 2. ve 3. grupların geçmiş bilgilerini kullanarak (paralellik, komşu bütünler açılar, açıölçer kullanma vb.) problemi anlamlandırabildikleri ve grup içindeki tartışmalar sonucunda kendi ispatlarına ulaştıkları (bazı gruplar kısmen ispat yapmıştır.) görülmüştür. Örneğin 1. grup arasında eylem sürecinde problemin ispatı yapılırken şu konuşma gerçekleşmiştir:

G1Ö2: *Bence Calle 41 ve Calle 42 düz ya, bak şimdi caddeyi bir doğru gibi yapalım. Diğerine doğru hareket ettirelim tam kapatır. Açılar yani.*

G1Ö4: *Eşit olduğunu nasıl anladık peki?*

G1Ö2: *Tam üstüne geldi ya ondan, kapattı yani.*

G1Ö4: *Hımm.. Tamam.*

4. grup ise ispat noktasında problem durumuna dair yeterli düzeyde ilerleme kaydedememiştir. 4. grup üyelerinden biri “geçen seneden hocanın dediklerini hatırlıyorum sanki her zaman eşit olur demişti.” şeklinde bir ifade kullanarak mantıklı bir sebep sunamadığı ve problem durumuyla ilişkilendirme yapamadıkları görülmüştür.

4.1.1.3 İfade etme

Bu süreçte öğretmen her bir gruptan bir sözcü belirlenmesini istemiş ve bu öğrencilerin tahtaya gelip grup içinde oluşturdukları ispata dair fikirlerini sunmalarını söylemiştir. Bu aşamanın hemen ardından öğretmenin sınıftaki diğer öğrencileri de yapılan sunuma dahil eden bir tartışma ortamı yaratmasıyla doğrulama aşamasına geçiş olmuştur. Buradan da anlaşılacağı üzere ifade etme aşaması ve doğrulama aşaması birbirini takip eden ve hatta bazı zamanlarda iç içe geçen süreçlerdir.

1. gruptan bir öğrencinin tahtaya gelmesiyle ifade etme süreci başlamıştır. Öğrenci öncelikle Calle 41 ve Calle 42 caddelerini sırasıyla d ve l doğruları diye isimlendirerek tahtaya çizmiştir. Daha sonra Diagonal 76 caddesini de m doğrusu diye isimlendirerek d ve l'yi kesen bir doğru olarak tahtada aktarmıştır. d ve l doğrularının m ile kesiştiği noktalardaki açıları 1'den 8'e kadar numaralandırmıştır. Öğrenci ile öğretmen arasında şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir:

Ö: *Nasıl açıklarsın bakalım problemdeki senden istenilen durumu?*

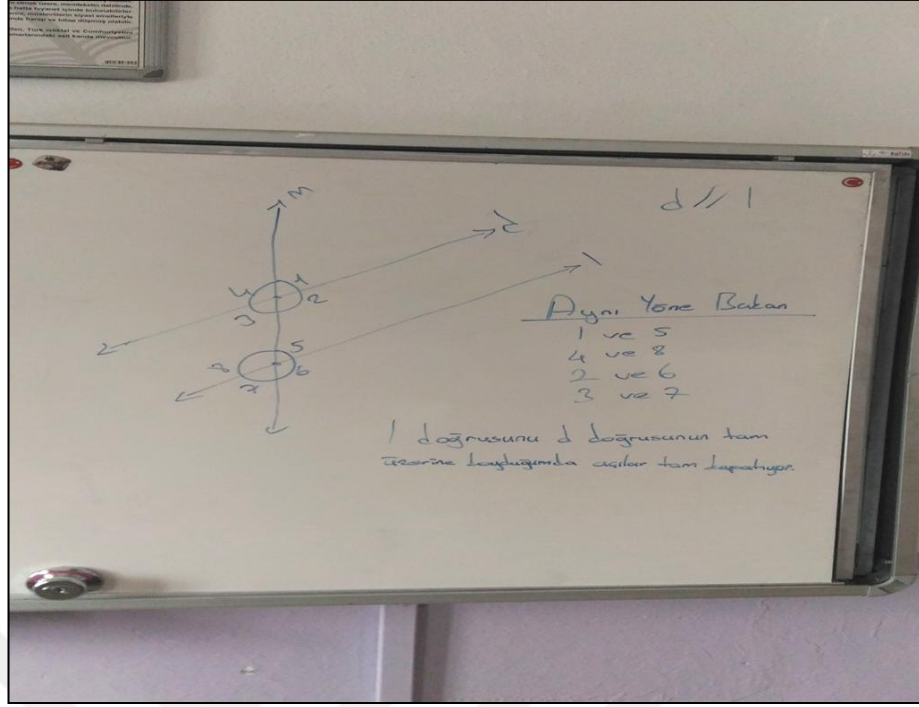
G1Ö4: *Hocam biz şunu düşündük, doğrulardan birini diğerinin üzerine doğru kaydırsak bazı açılar birbirini tam kapatıyor. Açıölçerle ölçtüğümüzde de birbirine yakın çıktı. Yani eşit dedik ve bu açıların aynı yöne baktığını fark ettik.*

Ö: *Sadece aynı yöne bakanlar mı eşit peki?*

G1Ö4: *Evet hocam.*

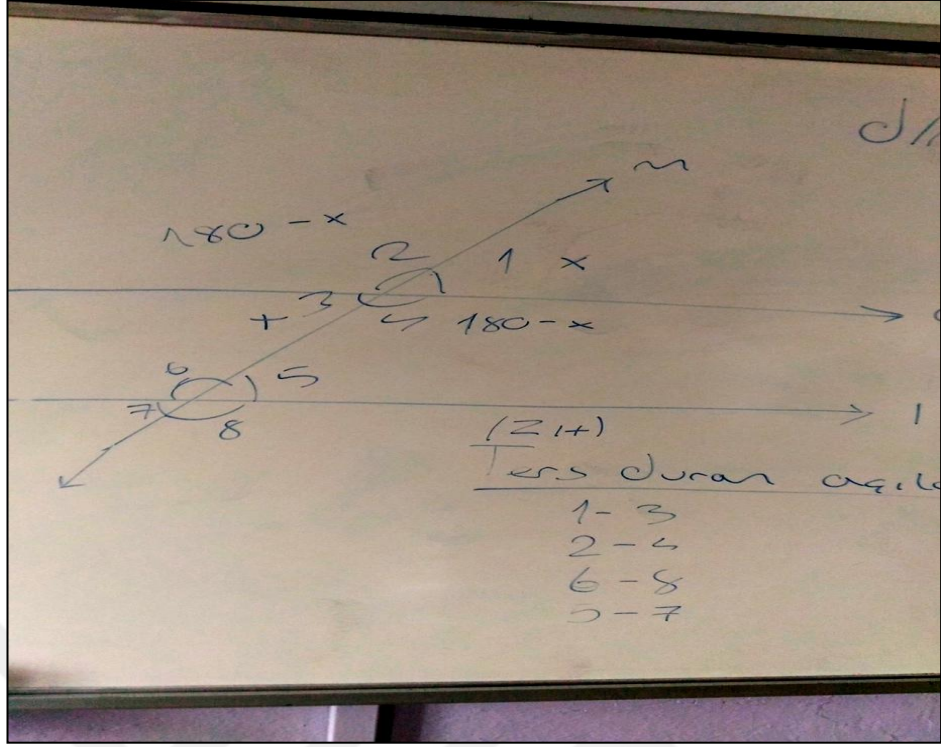
Ö: *Tamam teşekkürler.*

1. grubun sözcüsünün ifadelerine bakıldığında, grup içerisindeki çalışmalarında yöndeş açılara “*aynı yöne bakan açılar diyerek*” bu açıların ölçülerinin eşit olduğunu ölçerek keşfettiklerini ve doğrulardan birini diğerinin üzerine kaydırarak bir ilişkilendirme yaptıkları görülmektedir. Grup açıklamalarından hareketle sadece yöndeş açılar keşfettikleri, ters açılar hakkında bir fikir öne süremedikleri görülmüştür. 1. grup sözcüsünün bu aşamada problem durumuna ait çizimleri Resim 4.1'deki gibidir.



Resim 4.1 Birinci grup sözcüsünün birinci problem durumuna ait çizimi

İfade etme süreci 2. grubun sözcüsünün tahtaya çıkmasıyla devam etmiştir. Öğrenci tahtaya Calle 41 ve Calle 42'yi temsil eden d ve l doğruları ile Diagonal 76 caddesini temsil eden m doğrusunu çizdikten sonra “her doğru açının 180 derece olduğu için bir doğru üzerinde iki açı olduğu zaman birine x dediğimizde toplamı 180 derece olması için diğerine 180-x dememiz lazım.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Bu grubun açıklamasına bakıldığında 1. gruptan farklı olarak hem cebirsel ifade kullandıkları hem de doğru açının ölçüsünün 180 derece olduğu bilgisini kullandıkları görülmüştür. Öğrencinin tahtadaki çizimleri Resim 4.2’de gösterilmektedir.



Resim 4.2 İkinci grup sözcüsünün birinci problem durumuna ait çizimi

Grup sözcüsü, ters açı kavramı için bu aşamada “*ters duran açılar*” ifadesini kullanmış ve önceki bilgilerinden hareketle bu açıların eşit olduğunu söylemiştir. Daha sonra açıklamalarına devam eden öğrenci l doğrusunu d doğrusunun üzerine kaydırduğumuzda 5, 6, 7 ve 8 numaralı açılarla sırasıyla 1, 2, 3 ve 4 numaralı açılarla çakıştığını ifade ederek eşleştirme kurmuştur.

3. grubun sözcüsü ise açıölçer kullandıklarını ve açıölçer yardımıyla tüm açıları ölçtüklerini söylemiştir. Daha sonra açılarla ölçülerine bakarak ölçüleri eşit olan açılarla belirlediklerini dile getirmiştir.

4. gruptan herhangi bir öğrenci tahtaya çıkmak istememiş ve problem durumunun ispatına dair bir fikir yürütemediklerini ifade etmişlerdir.

4.1.1.4 Doğrulama

Her bir grup sözcüsünün açıklamasından sonra dile getirilen fikirler öğretmen tarafından sınıf içi tartışmasına dönüştürülerek doğrulama aşaması

gerçekleştirilmiştir. Gruplardan problem durumunun ispatına yönelik fikirler Tablo 4.1’de toplanmıştır.

Tablo 4.1 Grupların birinci problem durumuna ait fikirleri ve yorumları

Grupların ispat için öne sürdüğü fikirler	Sınıf içi tartışma ortamında öne sürülen fikirler için yapılan yorumlar
<p>G1Ö4: <i>d doğrusu l doğrusunun üzerine kaydırıldığında aynı yöne bakan açılar birbirini tam kapattığı için açıların ölçüleri birbirine eşittir.</i></p>	<p>G2Ö3: <i>Evet hocam, biz de öyle düşündük grup olarak katılıyoruz.</i></p> <p>G2Ö1: <i>Çünkü doğrular paralel.</i></p> <p>G3Ö1: <i>Bizim aklımıza kaydırma fikri gelmemişti ama şimdi grup içinde konuştuğumuzda bu fikri biz de doğru bulduk.</i></p>
<p>G3Ö4: <i>Açıölçer kullanıldığında hangi açılar ölçülerinin eşit olduğunu anlayabiliriz.</i></p>	<p>G1Ö2: <i>Biz de açıölçer kullanarak yaptık.</i></p> <p>G4Ö1: <i>Açıölçer kullanabiliyor muyduk hocam?</i></p> <p>G2Ö1: <i>Biz açıölçere ihtiyaç duymadan ispatımızı yaptık hocam fakat bu da olur tabi.</i></p>
<p>G1Ö4: <i>Sadece aynı yöne bakan açılar ölçüleri birbirine eşittir.</i></p>	<p>G3Ö2: <i>Sadece aynı yöne bakanlar diyemeyiz hocam. Çünkü açıölçerle ölçtüğümüzde zıt duran açılar ölçülerini de eşit bulduk.</i></p> <p>G2Ö1: <i>Şimdi aklıma geldi hocam. Ya açılardan biri 90 derece olursa? O zaman hepsi birbirine eşit olmaz mı?</i></p>
<p>G2Ö1: <i>Aynı yöne bakan açılar eşittir.</i></p>	<p>G1Ö2: <i>Katılıyoruz, zaten biz de böyle bi ifade kullanmıştık.</i></p> <p>G3Ö2: <i>Hayır siz sadece aynı yöne bakan dediniz, bunu az önce konuşmuştuk. Bu grubun ifadesi daha doğru bizce.</i></p> <p>G4Ö4: <i>Açılara baktığımızda bizce de aynı yöne bakanlar eşit gibi duruyor.</i></p>

Tablo 4.1'in devamı

G2Ö1: Açılardan herhangi birine x dersek bunun bütünleri $180-x$ olur.	G4Ö3: x 'li bilmiyorum da hocam, önceden mesela 30 derece olduğunda diğeri 150 derece oluyordu açının biri.
G2Ö1: Caddelerin kesişim noktasında bütünler açılı özelliğinden diğeri açılar da x cinsinden yazılabilir.	Diğeri gruplardan bu fikre dair yorum gelmemiştir.
G2Ö1: Ters duran açılar eşittir.	G3Ö2: Evet hocam biz ölçtüğümüzde eşit bulduk.

1. grubun ispata dair öne sürdüğü fikirlerin sınıf içindeki etkisine bakıldığında, “*d doğrusu l doğrusunun üzerine kaydırıldığında aynı yöne bakan açılar birbirini tam kapattığı için açılarının ölçüleri birbirine eşittir.*” fikrinin 2. grup tarafından - kendilerinin de öyle düşündüğü için- onaylanıp G2Ö1'in “*çünkü doğrular paralel*” açıklamasıyla güçlendirildiği görüldü. Öte yandan 3. grup sadece açıölçer kullanıp açılarının ölçülerinin kendilerince ispatına gitmelerine rağmen 1. grubun sözcüsü grubun fikrini dile getirdikten sonra bu iddianın kendilerine de mantıklı gelerek iddiayı kabul ettikleri görülmüştür. 4. grubun sınıf içi tartışmaya katılmayıp sessiz kaldığı gözlemlenmiştir.

G1Ö4 tarafından beyan edilen “*sadece aynı yöne bakan açılarının ölçüleri birbirine eşittir.*” fikri 3. gruptan bir öğrencinin “*sadece aynı yöne bakanlar değil, zıt duran açılar da eşit çıktı.*” açıklamasıyla genişletilmiştir. Kendilerinin açıölçer kullanarak “*zıt duran*” açılarının da ölçülerinin birbirine eşit olduğunu söylemişlerdir. Öte yandan 1. grubun fikrine karşılık 2. gruptan bir öğrenci “*şimdi aklıma geldi hocam. ya açılardan biri 90 derece olursa? o zaman hepsi birbirine eşit olmaz mı?*” diyerek 1. grubun fikrine farklı bir bakış açısı geliştirmiştir ama gruplardan bu fikri anlamlandırabilecek herhangi bir açıklama gelmemiştir.

Öte yandan 3. grup açıölçer kullanarak bir ispatlama yoluna gittiklerinden “*açıölçer kullanıldığında, hangi açılarının ölçülerinin eşit olduğunu anlayabiliriz.*” fikrini öne

sürmüşlerdir ve 1. grup da problemi ispatlama aşamasında açıölçer kullandığından bu fikri kabul etmiş, 2. grup ise açıölçer kullanmamasına rağmen bunun uygulanabilir olduğuna kanaat getirip fikri benimsemiştir. 2. grubun “*aynı yöne bakan açılar eşittir.*” fikrine 1. grup katıldığını ifade etmiş ancak 1. gruba 3. grup karşı çıkarak 2. grubun ifadesiyle kendilerinin (1. grubun) ifadesi arasında fark olduğunu dile getirmiştir. 3. grup, “*hayır siz sadece aynı yöne bakan dediniz, bunu az önce konuşmuştuk. bu grubun ifadesi daha doğru bizce.*” diyerek 1. grubun “*sadece aynı yöne bakan açılarının ölçüleri birbirine eşittir.*” beyanında başka açıların eşit olamayacağı anlamı çıktığına dikkat çekip 2. grubun fikrinin daha doğru olduğunu kabul etmişlerdir.

2. grup “*açılardan herhangi birine x dersek bunun bütünleri $180-x$ olur.*” fikrini sınıf ortamına sunduğunda, etkinlik boyunca pasif olan 4. gruptan bir öğrenci 2. grubun beyanını tam kavrayamasa da “ *x 'li bilmiyorum da hocam, önceden mesela 30 derece olduğunda diğeri 150 derece oluyordu açının biri.*” diyerek önceki bilgilerini hatırlamaya çalışmış ve bağ kurma çabasına girmiştir. Yine 2. grubun “*caddelerin kesişim noktasında bütünler açısı özelliğinden diğer açılar da x cinsinden yazılabilir.*” fikrine diğer gruplardan herhangi bir doğrulama gelmemiştir. Burada dikkat çeken nokta 2. grubun bilinmeyen kullanıp ortaya sunduğu fikirlere diğer gruplardan kayda değer bir yorum yapılamaması olmuştur. “*ters duran açılar eşittir.*” fikri 2. grup tarafından ortaya atılmış, 3. grup ölçme sonuçlarıyla ispata gittiği için bu fikre destek vermiştir.

4.1.1.5 Kurumsallaştırma

Gruplar tarafından ortaya konulan fikirler sınıfın ortak bilgisi haline dönüştürülüp kabul edildikten sonra bu bilgilere daha formel bir yapı kazandırmak için öğretmenin öncülüğünde kurumsallaştırma aşamasına geçilmiştir. Öğretmen Calle 42'yi Calle 41'in üzerine paralellliğini bozmadan kaydırarak açıların çakıştığını göstermiştir. Daha sonra gruplar tarafından isimlendirilen “*aynı yöne bakan*” ifadesinin yerine literatürdeki ismi “*yöndeş*”, “*ters duran açılar*” yerine “*ters açısı*”, “*içerde ters olan açılar*” yerine “*iç ters açısı*” ve “*dışarıda ters olan açılar*” yerine de “*dış ters açısı*”

kavramları kullanılmıştır. (Öğrenciler iki doğrunun arasına *içeri* anlamı yüklemişlerdir.) Bu aşamadan sonra kurumsallaştırma aşaması tamamlanmıştır.

4.1.2 İkinci Sorudaki A-Didaktik Ortam Aşamaları

2. sorudan elde edilen bulgular a-didaktik ortam aşamaları çerçevesinde analiz edilmiştir.

4.1.2.1 Sorumluluk devretme

Uygulama öğretmenin dersin amacını ve yapılacakları anlatması ile başlamıştır. On altı öğrenci dörderli gruplar şeklinde dört sıra etrafına oturtulmuştur.

Ö: *Arkadaşlar şimdi beni iyi dinleyin. Geçen haftaki gibi yine bir etkinlik yapacağız ve iki ders saati sürececek bir etkinlik bu. Soru önünüzde. Şimdi herkesten öncelikle şunu istiyorum, soruyu güzelce okusun ve anlamaya çalışsın. Daha sonra bizden ne istediği hakkında sizinle konuşacağız.*

Öğrenciler problemi okuduktan sonra araştırmacı da soruyu yüksek sesle sınıfta okumuştur ve probleme dair bazı sorular –problemin daha iyi anlaşılmasını sağlamak için- sormuştur. Araştırmacı sınıfa “*sizce Mehmet Bey neden alanla ilgili bir hesaplama yapması gerektiğini düşünüyor arkadaşlar, neden çevre ile ilgili bir hesap yapması gerektiğini düşünmüyor sizce?*” şeklinde bir soru yöneltmiştir. Grupların birisinden bir öğrenci “*hocam çevreyle ilişkisi yok bence çünkü etrafına dikmiyor ağaçları tarlanın içine dikecek. ondan dolayı alanını hesaplaması lazım.*” şeklinde bir cevap vermiştir. Araştırmacı da bunun üzerine öğrencinin söylediği fikri sınıf tartışmasına açmış ve alan hesabı yapılması gerektiği sınıf tarafından da kabul görmüştür. Daha sonra araştırmacı öğrencilere kendilerinden istenilen şeyin, Mehmet Bey’e yardımcı olabilecek bir model geliştirmeleri olduğunu söylemiş ve sonuç olarak yamuğun alan formülünü bulmaları gerektiğini ifade etmiştir. Problemin anlaşıldığını düşünen araştırmacı sorumluluk devretme aşamasını bitirmiş ve eylem aşamasına geçmiştir.

4.1.2.2 Eylem

Sorumluluk devretme aşamasının tamamlanmasının ardından gruplar problem durumuyla karşı karşıya bırakılmışlardır. Bu sürecin başının sorumluluk aktarma sürecinin devamı niteliğinde sürdüğü söylenilebilir. Grup içinde hala sorumluluğunu anlayamayan öğrenciler, arkadaşları tarafından yönlendirilerek bir önceki süreçten çıkmaları sağlanmıştır. İstenilenin daha rahat anlaşılması için gruplar kendi anlayacakları biçimde çizimler yapıp grup üyelerinin dikkatlerine sunmuşlardır. Bu süreçte artık grup içi tartışmalar yapılmaya başlanmıştır. Öğrenciler bu evrede ortam (milieu) ile etkileşime girerek ispat için gerekli olan bilgiye ulaşmaya gayret etmişlerdir. Öğrenciler için matematiksel süreçler bu süreçten itibaren artık başlamıştır.

1. ve 2. grup ispata dair önemli bir aşama kaydetmişken, 3. ve 4. gruplar ise bu noktada önemli bir aşama kaydedememişlerdir. Araştırmacı eylem aşamasına geçildikten yaklaşık 15 dakika sonra grupları dolaşarak çalışmaların ne düzeyde olduğunu anlamaya çalışmıştır.

Bu noktada 1. ve 2. grup ispatı yaparken bildikleri geometrik şekillerin alanları üzerinden giderek yamuğun alan formülünü oluşturmaya gittikleri görülmüştür. Örneğin 2. grup arasında eylem sürecinde problemin ispatı yapılırken şu konuşma gerçekleşmiştir:

G2Ö1: *Bakın şimdi bu yamuk dikdörtgene göre fazlalık gibi ya şuralardan aşağıya çizgi çeksek iki tane üçgen oluşur ve ortada dikdörtgen oluşur.*

G2Ö4: *Ortada kare de olamaz mı?*

G2Ö3: *Bence olmaz baksana, kenarları birbirine eşit değil ki.*

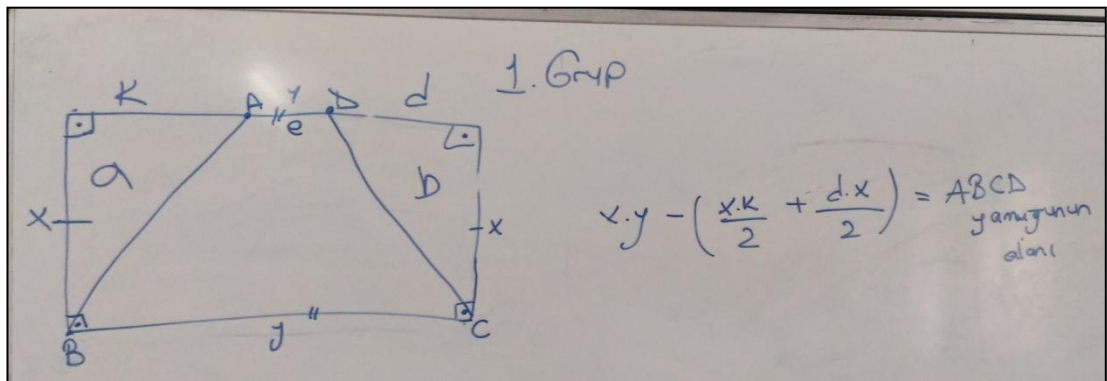
G2Ö1: *Onu bırakın şimdi, üçgenlerin ve dikdörtgenin alanlarından yamuğun alanını hesaplayabiliriz.*

3. ve 4. grupların problemi ispatlama noktasında oldukça zayıf kaldıkları görülmüştür. Ses kayıtları analiz edildiğinde problemin kendilerine zor geldiğini, daha önce böyle ispatlar yapmadıklarını ve bu sebeplerden dolayı çözüm yolu geliştiremediklerini dile getirmişlerdir.

4.1.2.3 İfade etme

Bu aşamada araştırmacı her bir gruptan bir sözcü belirlenmesini istemiş ve bu öğrencilerin tahtaya gelip grup içinde oluşturdukları ispata dair fikirlerini sunmalarını söylemiştir. Bu aşamanın hemen ardından -öğretmenin sınıftaki diğer öğrencileri de yapılan sunuma dahil eden bir tartışma ortamı yaratmasıyla-doğrulama aşamasına geçiş olmuştur.

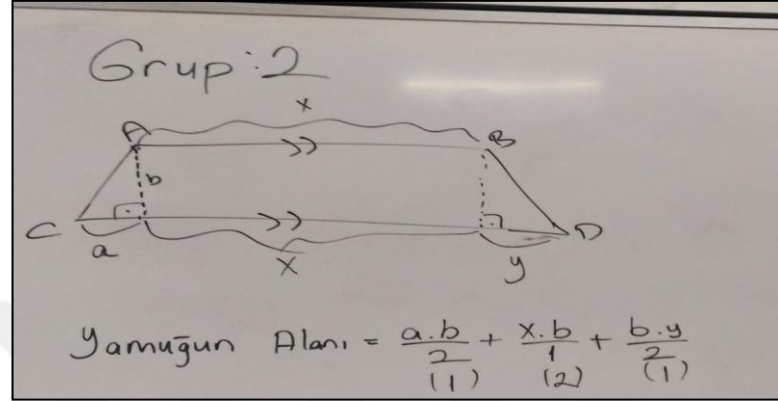
1. grup sözcüsü “hocam biz ekleme yaptık, yani tamamlamaya çalıştık. şimdi hocam bu yamuğ biraz kesik gibi ya biz bunu tamamladık dikdörtgen oluşturduk.” diyerek önceki bilgileriyle bağ kurma çabasına girişmiştir. Yaptıkları ispatta grubun deyimiyle “kesik gibi gördükleri” yamuğu bir dikdörtgene tamamlamışlardır. Daha sonra dikdörtgenin alanından oluşan iki üçgenin alanını çıkarıp yamuğun alanını veren bir ifade bulmuşlardır ancak buldukları cebirsel ifadeyi düzenleme noktasında sıkıntı yaşamışlardır (Resim 4.3).



Resim 4.3 Birinci grup sözcüsünün ikinci problem durumuna ait çizimi

2. grup sözcüsü ise araştırmacıya “hocam yamuğun alanını bilmiyoruz fakat biz yamuğun köşelerinden dik bir çizgi indirirsek üçgenler oluşur her iki tarafta da. orta kısımda da dikdörtgen veya kare oluşur. her bir şeklin alanını bulup toplarsak yamuğun alanını buluruz.” diyerek yaptıklarına dair açıklama getirmiştir. Bu

noktadan bakıldığında 1. ve 2. grubun aslında benzer şeyleri (dikdörtgen oluşturma bakımından) düşünerek problemi ispatlama çabasına giriştikleri gözlemlenmiştir. 1. grubun yamuğu dikdörtgene tamamlama, 2. grubun ise yamuğu parçalayıp alan bağıntısı yakalama yoluna gittikleri görülmüştür (Resim 4.4).



Resim 4.4 İkinci grup sözcüsünün ikinci problem durumuna ait çizimi

3. ve 4. grup sözcüleri grup olarak herhangi bir ispat yapamadıkları için tahtaya gelmek istememişlerdir. Dolayısıyla ifade etme sürecine dahil olamamışlardır.

4.1.2.4 Doğrulama

1. ve 2. grup sözcülerinin açıklamalarından sonra dile getirilen fikirler öğretmen tarafından sınıf içi tartışmasına dönüştürülerek doğrulama aşaması gerçekleştirilmiştir. Grupların problem durumunun ispatına yönelik fikirleri Tablo 4.2'de toplanmıştır.

Tablo 4.2 Grupların ikinci problem durumuna ait fikirleri ve yorumları

Grupların ispat için öne sürdüğü fikirler	Sınıf içi tartışma ortamında öne sürülen fikirler için yapılan yorumlar
G1Ö4: <i>Yamuğu dikdörtgene tamamlayabiliriz. Köşelerin olduğu yerde üçgenler oluşur.</i>	G2Ö3: <i>Biz böyle düşünmedik siz tamamlamışsınız dikdörtgene, biz parçaladık ama sizinki de olabilir tabi.</i> G2Ö1: <i>Parçalayıp toplamak daha kolay.</i>

Tablo 4.2'nin devamı

<p>G1Ö4: <i>Oluşan dikdörtgenin alanından fazlalık olan üçgenlerin alanlarını çıkararak yamuğun alanına ulaşıyoruz.</i></p>	<p>G2Ö1: <i>Evet doğru tabi, dikdörtgene tamamlayınca çıkarmak lazım.</i></p>
<p>G2Ö1: <i>Üst köşelerden yamuğun tabanına dik bir çizgi indirirsek iki tane üçgen ve bir tane dikdörtgen oluşur.</i></p>	<p>G1Ö1: <i>Bizim bu şekilde aklımıza gelmedi, siz parçaladınız yani.</i></p> <p>G2Ö2: <i>Biz parçalayınca alanlarını kolayca hesaplayabileceğimiz şekillere dönüştürdük.</i></p>
<p>G2Ö1: <i>Yamuğun alanını, dikdörtgen ve üçgenlerin alanlarından hesaplayabiliriz.</i></p>	<p>G1Ö4: <i>Bize yanlış gelmedi, olabilir.</i></p>

1. grubun ispata dair fikirlerinin sınıf içindeki etkisine bakıldığında, grup sözcüsünün aktardığı “*yamuğu dikdörtgene tamamlayabiliriz. köşelerin olduğu yerde üçgenler oluşur.*” fikrine 2. gruptan bir öğrenci -hemen kendi çözümleriyle kıyaslama yaparak- kendilerinin böyle düşünmediğini kendilerinin “*yamuğu parçalama*” yaparak, 1. grubun ise “*yamuğu tamamlama*” yoluyla çözüme ulaşmaya çalıştıklarını fakat bu fikrin de kabul edilebilir olduğunu aktarmıştır. Yine aynı gruptan (2.grup) bir öğrenci parçalayıp alanları toplamanın daha kolay olduğunu dile getirmiştir. Devamında G1Ö4’ün “*oluşan dikdörtgenin alanından fazlalık olan üçgenlerin alanlarını çıkararak yamuğun alanına ulaşıyoruz.*” açıklamasına G2Ö1, fikrin doğru olduğunu dikdörtgene tamamlama yapınca alan çıkarma yapılması gerektiğini kabul etmiştir.

2. grubun ispata dair öne sürdüğü iki fikre bakıldığında ise grup sözcüsünün “*üst köşelerden yamuğun tabanına dik bir çizgi indirirsek iki tane üçgen ve bir tane dikdörtgen oluşur.*” açıklamasına G1Ö1, kendilerinin parçalamayı düşünmediklerinin belirtmiştir. 2. gruptan başka bir öğrenci ise parçalayarak alanlarını kolayca hesaplayabilecekleri şekillere dönüştürmeyi tercih ettiklerini dile getirmiştir. Daha sonra G2Ö1’in “*yamuğun alanını, dikdörtgen ve üçgenlerin alanlarından hesaplayabiliriz.*” fikri 1. grup tarafından da kabul görmüştür.

Karşılıklı açıklamalar sonunda doğrulama aşamasından çıkılıp artık öğretmenin daha etkin hale geldiği doğrulama aşamasına geçiş yapılmıştır.

4.1.2.5 Kurumsallaştırma

Yapılan açıklamalardan sonra kurumsallaştırma aşamasında öğretmen artık daha baskın bir kimliğe bürünüp ortaya çıkan bu yeni bilgileri gerekli ilişkilendirmelerle sınıfın ortak bilgisi haline dönüştürüp kurumsal bir statü vermiştir. Öğretmen iki grubun da öne sürdüğü fikirlerin ve izlenilen yolların kabul edilebilir olduğunu dile getirmiştir. G2Ö1'in açıklamasını dile getirirken "...dik bir çizgi indirirsek..." ifadesinde çizgi yerine "*dikme*" kullanmanın matematik dili açısından daha doğru olduğunu söylemiştir. Daha sonra tahtaya bir ABCD yamuğu çizmiştir ve yamuğun alan formülüne 2. grubun yaptığı gibi yamuğu parçalayarak ulaşılabileceğini göstermiştir. Ayrıca 1. grubun yaptığı dikdörtgene tamamlama yoluyla da formüle - formül üzerinde gerekli cebirsel düzenlemeler yaparak- ulaşmıştır. Yamuğun alan bağıntısının alt ve üst taban ile ilişkisini grupların dikkatini çekerek göstermiştir.

4.1.3 Üçüncü Sorudaki Sorudaki A-Didaktik Ortam Aşamaları

3. sorudan elde edilen bulgular a-didaktik ortam aşamaları çerçevesinde analiz edilmiştir.

4.1.3.1 Sorumluluk devretme

Uygulama öğretmenin, uygulamanın nasıl yapılacağına dair bilgi vermesiyle başlamıştır. On altı öğrenci dörderli gruplar oluşturacak şekilde sıralara oturtulmuştur.

Ö: Evet arkadaşlar artık alıştınız çünkü bu üçüncü hafta etkinliğimiz. Aynı şekilde diğer haftalarda olduğu gibi bir etkinlik yapacağız ve yine etkinliğimiz iki ders saati sürecektir. Herkes şimdi önce önündeki etkinlik kağıdını güzelce okusun ve sizden ne istenmiş anlamaya çalışalım.

Araştırmacı bütün öğrencilerin okuduğundan emin olduktan sonra kendisi de sınıfta yüksek sesle problem durumunu okumuştur. Gruplardan birindeki bir öğrenciye problem durumunu özetlemesini istemiştir ve öğrencinin problem durumunu kendi cümleleriyle anlatmasını sağlamıştır. Daha sonra öğrencilere bu geometrik şekli tanıyıp tanımadıklarını sormuştur. Akabinde araştırmacı öğrencilere, bu geometrik şekille alakalı bildiklerini sınıf ortamına aktarmalarını söylemiştir. Çember- daire farkı, çemberin evre formülü, dairenin alan formülü, yarıçap-çap ilişkisi, çemberin merkezi, çemberin üzerindeki bir nokta gibi hatırlanılan kavramlar üzerine konuşulmuştur. Bütün bunlardan sonra problem durumunun anlaşıldığını düşünen ğretmen model ile anlatılmak istenilenin aslında BC yayının uzunluğu olduğunu vurgulamış ve sonuçta bir formül bulmaları gerektiğini dile getirmiştir. Problemin anlaşıldığını düşünen araştırmacı sorumluluk devretme aşamasını bitirmiş ve eylem aşamasına geçmiştir.

4.1.3.2 Eylem

Eylem aşamasına geçildikten yaklaşık on beş dakika sonra araştırmacı grupları dolaşarak milieu ile etkileşen öğrencilerin ortaya ne çıkardıklarını gözlemlemeye çalışmıştır.

Bu problem durumuna bakıldığında diğer problemlerden farklı olarak, toplamda daha az verinin ortaya çıktığı gözlemlenmiş ve çıkan verilerin arasında yanlış fikirlerin fazlalığı dikkat çekmiştir. Öğrencilerin bu problem durumu özeline fikir üretme noktasında fazlaca sıkıntı çektikleri görülmektedir. Bu durumun sebeplerini; çemberin elemanlarını tam olarak tanıyamama ve problem durumuyla ilişkilendirememe, yay uzunluğunu anlamlandıramama, bazı grupların çemberin çevresinin nasıl hesaplanacağını bilmemesi, oranlama noktasındaki sıkıntılar, cebirsel ifadelerin kullanımını noktasındaki eksiklikler başlıkları altında sıralayabiliriz.

Araştırmacı grupları dolaştıktan sonra grupların hiçbirinde, problem durumunun çözümüne dair bir model üretebildiklerini gzlemleyememiştir. Daha sonra ses kayıtları dinlendiğinde bazı noktalar göze çarpmıştır. Örneğin 2. grupta iki ğrenci arasındaki aşağıdaki gibi bir diyalog gerçekleşmiştir.

G2Ö3: *Bakın şimdi şöyle düşünelim, eğer bunun tamamını dolaşsaydı toplam ne kadar yol almış olurdu?*

G2Ö1: *Bence 360 derece.*

G2Ö3: *Evet bence de olabilir.*

1. grubun kendi içerisindeki konuşmalarına bakıldığında öğrencilerin ön bilgilerinin eksik olduğu (çemberin çevre formülünün bazı öğrenciler tarafından hatırlanamadığı) görülmüştür. Bunun neticesinde bir öğrenci *“ben bunu ip gibi düşünürsem cetvelle ölçebileceğim bir şekle dönüştürebilirim bence.”* diyerek öncelikle çemberin çevresini cetvelle ölçmeyi düşünmüştür. Grup içerisinde bu fikre destek gelmiş ve çember parçasının da ölçülebileceği ortak düşüncesi belirlemiştir.

3. gruptan bir öğrenci ses kayıtları incelendiğinde BC yayını sezgisel olarak çemberin 6’da 1’i gibi düşünmüş ve akabinde *“bu çemberi bence 6 eşit parçaya bölelim buradan bi şey çıkarabiliriz belki.”* diye bir fikir ileri sürmüş, diğer grup üyelerinden bu fikirle alakalı herhangi bir yorum gelmemiştir.

4. grubun ses kayıtları analiz edildiğinde eylem durumunda probleme dair herhangi bir ilerleme kaydedememişlerdir. Problemin kendilerine zor geldiğini aktarmışlardır.

4.1.3.3 İfade etme

Bu aşamada araştırmacı her bir gruptan bir sözcü belirlenmesini istemiş ve bu öğrencilerin tahtaya gelip grup içinde oluşturdukları ispata dair fikirlerini sunmalarını söylemiştir. Öğrenciler bu problem özelinde tahtaya çıkıp fikirlerini aktarmak için istekli olmamışlardır. Bunun sebebi olarak da bu problemde diğer problemlerde olduğu gibi fikir yürütemediklerini ve bunun sonucunda da ispata gidemediklerini belirtmişlerdir.

1. grup sözcüsü ile öğretmen arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

Ö: *Evet düşündüklerinizi nasıl ifade edersin seni dinliyoruz.*

G1Ö4: *Hocam biz şöyle düşündük; şimdi bu çemberi bi ip gibi düşünsek çevresini cetvelle ölçebiliriz, parçayı da ölçebiliriz.*

Ö: *Sizden bir model istiyor ama.*

G1Ö4: *Evet hocam model bulamadık, böyle bi şey aklımıza geldi.*

Ö: *Tamam.*

2. grup sözcüsü “hocam biz şöyle düşündük: mesela sporcu tam tur dolaşsaydı 360 derece yol alacaktı. biz de yarısını dolaşsa 180 derece, işte çeyreğini dolaşsa 90 derece yol alır dedik ama burada kaç derece olduğu belli değil. bundan dolayı devam edemedik.” açıklamasını yapmıştır. Buradan da görüldüğü gibi -aslında başlangıç fikri doğru gibi görünse de- taradığı açı ile yay uzunluğunu aynı kavram olarak ele almışlar ve yanlış bir yorum geliştirmişlerdir.

3. ve 4. gruptan sözcüler fikir geliştiremedikleri için tahtaya çıkmak istememişlerdir. Böylece ifade etme aşaması sona ermiş ve doğrulama aşamasına geçiş yapılmıştır.

4.1.3.4 Doğrulama

1. ve 2. grup sözcülerinin açıklamalarından sonra dile getirilen fikirler öğretmen tarafından sınıf içi tartışmasına dönüştürülerek doğrulama aşaması gerçekleştirilmiştir. Grupların problem durumunun ispatına yönelik fikirleri tablo 4.3’de toplanmıştır.

Tablo 4.3 Grupların üçüncü problem durumuna ait fikirleri ve yorumları

Grupların ispat için öne sürdüğü fikirler	Sınıf içi tartışma ortamında öne sürülen fikirler için yapılan yorumlar
G1Ö4: <i>Çemberin etrafına ip sarıp cetvelle bu ipin uzunluğunu ölçebiliriz, dolayısıyla parçayı da ölçebiliriz.</i>	G2Ö3: <i>Hocam bu model değil ki bizden model istiyor, yani ispat. Hem elimizde cetvel yoksa ne yapacağız?</i>

Tablo 4.3'ün devamı

G2Ö1: Çemberin çevresi 360 derecedir. Mesela yarısını dolaşsa 180 derece yol almış olur.	(Fikir açıklandıktan sonra sınıfta kısa süreli bir sessizlik oluşmuş ve öğretmen ile öğrenciler arasında aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir.)
G1Ö4: Yarıçap ile BC yayının uzunluğu birbirine eşittir.	G2Ö1: Onu bilemeyiz ki. Eşit olabilir de olmayabilir de. Bence yanlış bir fikir.

1. grubun ispata dair fikirlerinin sınıf içindeki etkisine bakıldığında, “çemberin etrafına ip sarıp cetvelle bu ipin uzunluğunu ölçebiliriz, dolayısıyla parçayı da ölçebiliriz.” fikrine 2. gruptan bir öğrenci karşı çıkarak bunun bir ispat olmadığını, ayrıca cetvel olmadığında bu fikrin bir çıkış yolu oluşturmayacağını dile getirmiştir. Böylelikle bu fikir sınıf tarafından kabul edilmemiştir. Yine 1. grubun “yarıçap ile BC yayının uzunluğu birbirine eşittir.” fikri 2. grup tarafından r ile BC yayının uzunluğunun eşit olma durumunu kesin olarak bilemeyeceklerini ve ispat durumuyla ilişkili olmadığını dile getirmişlerdir. 2. grubun fikri sınıf tarafından kabul görmemiştir.

2. grubun “çemberin çevresi 360 derecedir. örneğin yarısını dolaşsa 180 derece yol almış olur.” açıklamasından sonra bu noktada öğretmen araya girerek sözcü ile aşağıdaki diyalogu gerçekleştirmişlerdir.

Ö: Şimdi ben şunu anlamadım. Çevre uzunlukla alakalı bir kavram nasıl dereceye eşit olabilir sence? Yani orda çevre ile kurduğun ilişkiyi anlayamadım.

G1Ö3: (başka bir öğrenci araya girerek) Hocam evet başta bana da doğru gibi geldi ama bence yanlış çünkü çemberin çevresi cm, metre falan olmalı.

Ö: Evet bence bu nokta üzerinde biraz daha düşünülmesi lazım.

Yukarıdaki diyalog gerçekleştikten sonra G1Ö3'ün öncülüğünde derece ile çemberin çevresinin ilgisinin olmadığı bilgisinin varlığı ortaya çıkarılmış ve 2. grubun bu fikri

reddedilmiştir. Bu açıklamalardan sonra doğrulama aşaması sona erdirilmiş ve öğretmenin etkin olduğu kurumsallaştırma aşamasına geçilmiştir.

4.1.3.5 Kurumsallaştırma

Bu aşamada öğretmen doğrulama aşamasında öne sürülen fikirlerdeki bazı noktalara açıklama yapma gereği duymuştur. Örneğin 2. grubun “*çemberin çevresi 360 derecedir. mesela yarısını dolaşsa 180 derece yol almış olur.*” fikrinde taranan açı ile yay uzunluğu kavramlarının birbirine karıştırıldığından bahsetmiştir. Burada taranan açı ile yay uzunluğunun doğru orantılı olduğuna değinilmiş ve yay uzunluğunun ispatını yaparken de çıkış noktasının burası olacağına dikkat çekmiştir. Öğretmen önce taranan açı 360 derece olduğunda buna karşılık yay uzunluğunun bir tam çember çevresine eşit olacağını söylemiştir. Daha sonra 180 derece, 90 derece gibi özel açılarda yayın uzunluğunun ne kadar olacağı öğrencilere buldurulmuştur. Genel olarak bu durumun orantı kavramıyla ilgili olduğu aktarılmış ve bir orantı kurularak yay uzunluğu formülü elde edilmiştir.

4.1.4 Dördüncü Sorudaki A-Didaktik Ortam Aşamaları

4. sorudan elde edilen bulgular a-didaktik ortam aşamaları çerçevesinde analiz edilmiştir.

4.1.4.1 Sorumluluk devretme

Uygulama öğretmenin, uygulamanın nasıl yapılacağına dair bilgi vermesiyle başlamıştır. On altı öğrenci dörderli gruplar oluşturacak şekilde sıralara oturtulmuştur.

Ö: Arkadaşlar bu 4. hafta etkinliğimiz. Yine önünüzde bir problem durumu var. Bu problem durumuyla alakalı iki alt soru var. Daha önceden yaptığımız gibi problem durumunu güzelce okuyalım. Sizden ne istenilmiş bunu anlamaya çalışalım.

Araştırmacı herkes problemi okuduktan sonra problemin daha iyi anlaşılmasını sağlamak için sınıftan bir öğrenciye problem durumunu tekrar okutmuştur. Daha

sonra tarlanın şekli olan yamuk hakkında dikkatlerini çeken noktalar olup olmadığını öğrencilere sormuştur. Öğrencilerden şu cevapları almıştır: alt taban ile üst tabanın birbirlerine paralel olduğu, iki dik açısının olduğu, iki açısının belli olmadığı, tarlanın etrafı çitlerle çevrili olduğu için tarlanın dışına koyunların çıkamadığı gibi. Verilen bilgilerden sonra problem durumunun anlaşıldığını düşünen araştırmacı sorumluluk devretme aşamasını bitirip eylem aşamasına geçmiştir.

4.1.4.2 Eylem

Sorumluluk devretme aşamasının tamamlanmasının ardından yaklaşık on beş dakika sonra araştırmacı grupları dolaşarak öğrencilerin fikirlerinin ne düzeyde olduklarını gözlemlemeye çalışmıştır.

Bu problem durumu özelinde ortaya çıkan fikirlere bakıldığında, 3. soru için tam anlamıyla bir ispat geliştiremeyen bazı grupların bu problem durumunda daha aktif oldukları görülmüştür. Bunun sebebi olarak 3. sorudaki *orantı kurma* düşüncesini buraya transfer edip kullanabildikleri görülmektedir.

Ses kayıtları incelendiğinde -ilk soru için (a)- bu durumun izleri görülmektedir. Örneğin 1. grupta aşağıdaki konuşma gerçekleşmiştir.

G1Ö2: *Bu bence geçen haftaki soruya benziyor sanki. Şurası 90 derece ya o etkileyecek alanı.*

G1Ö3: *Evet doğru diyosun. 360 derece olsa tam bir çember olurdu veya daire.*

G1Ö2: *Evet onu diyorum işte, geçen haftakine benziyor.*

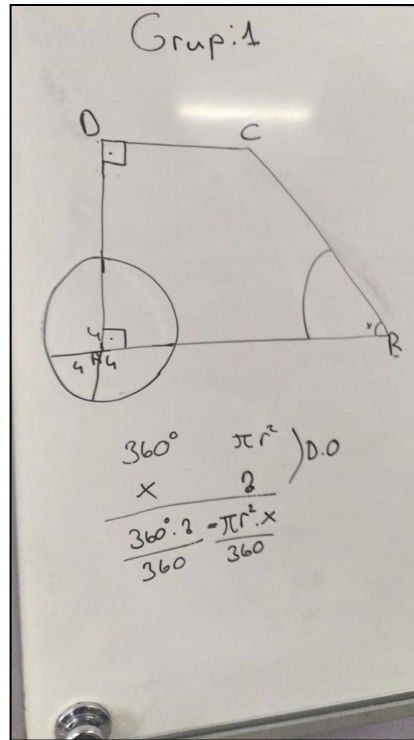
Öte taraftan yine ses kayıtlarında 1. grup üyelerinden biri A noktasına bağlı koyunun otlayabileceği alanla ilgili “*bakın koyun A noktasına bağlı olduğu için, düz bir doğru parçası çizemeyeceği için, bir yay çizmesi gerekiyor.*” yorumunu yapmış ve diğer grup arkadaşlarının da desteğini almıştır. Yine 1. grupta dairenin alan formülünü hatırlama noktasında bir sıkıntı oluşmuş (çevre formülü ile alan formülü birbirine karıştırılmıştır) daha sonra grup üyelerinden biri arkadaşlarına formülü hatırlatmıştır.

4. grubun ses kayıtları incelendiğinde A noktasına bağlı koyunun otlayabileceği maksimum alanın kare olacağı düşüncesi ortaya çıkmış ve dolayısıyla problem durumunda doğru ispata gidememişlerdir.

4.1.4.3 İfade etme

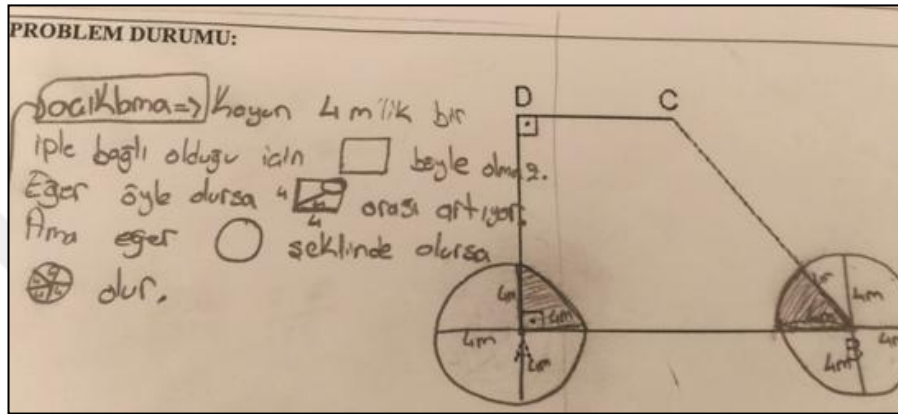
Araştırmacı bu aşamada her gruptan sözcülerin tahtaya çıkıp grup içinde ne düşündüklerini sınıf ortamına aktarmalarını istemiştir.

1. grubun sözcüsü tahtaya çıkmış ve problem durumunun ilk sorusu için “hocam koyun A noktasına bağlı olduğu için dairenin bir parçası kadar olan alandır. A köşesindeki açı da 90 derece olduğundan dairenin alanının 4'te biri kadardır.” şeklinde bir açıklama getirmiştir. Problem durumunun 2. sorusu için de bu sorunun 3. probleme bir kısmıyla benzediğini ve “açı 360 derece olduğunda tam bir daire ortaya çıkıyor hocam. açısını tam bilemediğimiz için dolayısıyla burada bir orantı kuracağız.” şeklinde ispata gitmişlerdir ve bunu cebirsel olarak anlatmışlardır (Resim 4.5).



Resim 4.5 Birinci grup sözcüsünün dördüncü problem durumuna ait çizimi

2. grubun sözcüsünün açıklamalarına bakıldığında ise problem durumunun 1. sorusu için -1. gruba benzer bir şekilde- pi sayısını 3 alarak çeyrek dairenin alanını 12 metrekare bulduklarını ifade etmişlerdir. Problem durumunun 2. sorusuna ise orada oluşan alanın B köşesindeki açıyla orantılı olarak daire dilimi olacağını belirtmişlerdir ancak bunu cebirsel olarak anlatamadıklarını aktarmışlardır. 3. grup ise problem durumunun ilk sorusu için oluşacak daire diliminin açıklamasını Resim 4.6'daki gibi yapmıştır.



Resim 4.6 Üçüncü grubun dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı

Daha sonra grup sözcüsü "hocam tam daire olsaydı toplam alanı $16 \cdot \pi$ olurdu ama burada 4'e böleceğiz. niye 4? çünkü yamukta A, 90 derece. 90'da 360'ın 4'te 1'i olduğu için 4'e böleceğiz." açıklamasını yapmıştır. Problem durumunun ikinci sorusu için ise "tam bi şey bulamadık hocam. çünkü burada açı yok." ifadesini kullanmışlardır.

4. grup sözcüsü ise problem durumunun ilk sorusu için koyunun otlayabileceği alanı kare olarak belirlediklerini ve bu alanı kolayca bulabileceklerini belirtmiştir. Problem durumunun 2. sorusu hakkında fikir geliştiremediklerini dile getirmiştir. İlk soruda oluşan koyunun otlayacağı alanın kare olacağı fikrini Resim 4.7'deki gibi kağıda dökmüşlerdir.

Tablo 4.4'ün devamı

<p>G4Ö1: (a) <i>Koyunun otlayabileceği alan bizce kare şeklinde olur. Oradan da karenin alanını kolayca bulabiliriz.</i></p>	<p>G1Ö4 : <i>Böyle olmaz hocam. Zaten bunun olmayacağını da onlar açıklamalardan anladılar galiba.</i></p>
<p>G1Ö4: (b) <i>Bu problem geçen haftakine benziyor hocam. Açı 360 derece olduğunda tam bir daire ortaya çıkar. Açısını tam bilemeyeceğimiz için burada bir orantı kuracağız alanı bulmak için.</i></p>	<p>G2Ö1: <i>Dilim olacağına katılıyoruz. Biz de böyle düşündük. Orantılı olacak açıyla.</i></p>
<p>G2Ö1: (b) <i>Yine bir dilim ortaya çıkacak açıyla orantılı olarak ama tam ifadesini bulamadık.</i></p>	<p>G1Ö2: <i>Evet dilim olacak bizce de.</i></p>
<p>G3Ö4: (b) <i>Dilim oluşacak ama açı belli olmadığı için bulamadık tam.</i></p>	<p>G1Ö3: <i>Açının belli olmasına gerek yok, orantı kuracağız zaten.</i></p>

Grupların fikirlerinin sınıf içindeki etkisine bakıldığında problem durumunun ilk sorusu olan (a) sorusu için 1. grup “koyun A noktasına bağlı olduğundan –düz bir doğru parçası çizemeyeceği için- bir yay çiziyor ve oluşan alan, dairenin 4'te 1'idir.”, 2. grup “dilim oluşacağından alanı bulmak için tamamının 90 derece / 360 derece kadarını alacağız.”, 3. grup ise “koyun 4 m'lik bir iple bağlı olduğu için kare oluşmaz. eğer kare olsaydı köşesine uzanamaz. dolayısıyla 90 derecelik dilim kadarını alacağız.” ifadelerine yer vermiştir. Buradan da anlaşılacağı üzere, üç açıklama da birbirini destekleyen ve aynı durumun ifadeleri olarak göze çarpmaktadır. Bu fikirlere yapılan yorumlarda da fikirleri onaylayan açıklamalar yapılmıştır. Sadece 4. grup bu noktada farklı düşünmektedir ve bu düşüncesini “koyunun otlayabileceği alan bizce kare şeklinde olur. oradan da karenin alanını kolayca bulabiliriz.” cümlesiyle anlatmaktadır. Bu fikre karşı diğer gruplar itiraz etmişler ve bu fikri kabul etmemişlerdir. 4. grup da diğer grupların ek açıklamalarıyla fikirlerinin yanlışlığını anlamışlardır.

Problem durumunun ikinci sorusu olan (b) sorusu için ise 1. grup “bu problem geçen haftakine benziyor hocam. açı 360 derece olduğunda tam bir daire ortaya çıkar. açısını tam bilemeyeceğimiz için burada bir orantı kuracağız alanı bulmak için.”

şeklinde bir fikir öne sürmüşlerdir. Bu fikri 2. grup destekleyerek onaylamıştır. (b) sorusu için 2. grup “*yine bir dilim ortaya çıkacak açıyla orantılı olarak ama tam ifadesini bulamadık.*” açıklamasını yapmıştır. 1. grup da bu fikre “*daire dilimi olacağına katılıyoruz*” şeklinde açıklama yapmış ve fikri onaylamıştır. 3. grubun “*dilim oluşacak ama açı belli olmadığı için bulamadık tam.*” ifadesine 1. grup itiraz ederek açının belli olmasına gerek olmadığını belirtmiş ve bir *oranti* kurulacağından bahsetmiştir.

Bu açıklamalardan sonra doğrulama aşaması tamamlanmış ve öğretmenin aktif olduğu ve bilgilere kurumsal bir statü kazandırıldığı kurumsallaştırma aşamasına geçiş yapılmıştır.

4.1.4.5 Kurumsallaştırma

Bu aşamada öğretmen problem durumunun ilk sorusu için, koyunun A noktasına bir iple bağlı olduğundan 4 m yarıçaplı bir daire dilimi çizeceğinden bahsetmiştir. (çitlerin dışına çıkamayacağı için dilim olacak) Daha sonra gerekli hesaplamaları yaparak dilimin alanını bulmuştur. (b) sorusu için ise benzer bir durumun geçerli olduğunu aktarmış ve açıyla orantılı olacak şekilde alanın ortaya çıkacağından bahsetmiştir.

4.2 Öğrencilerin A-didaktik Ortamlarda Kullandıkları Kanıt Şemaları

Öğrencilerin dört problem durumundaki kullandıkları kanıt şemaları Tablo 4.5’te anlatılmıştır. Tabloya genel olarak baktığımızda kanıt şemalarından sembolik, örnek temelli ve aksiyomatik kanıt şemalarına uygun hiçbir ispatın yapılmadığı dikkat çekmektedir. Grupların yaptıkları ispatlarda otoriter ve alışkanlık edinilmiş kanıt şemaları kullanılmasına rağmen yapılan bu ispatlarda başarılı olunamadığı görülmüştür. Dönüştürülebilen kanıt şemasına uygun düşen ispatların ise hepsinde başarılı olduğu tablodan anlaşılmaktadır. Algısal kanıt şemasını kullanan gruplar ise genellikle kısmen başarılı olmuşlardır. Grupların yaptıkları ispatlarda birden fazla kanıt şemasını kullandıkları bir ispata rastlanmamıştır.

Tablo 4.5 Öğrencilerin kullandıkları kanıt şemaları

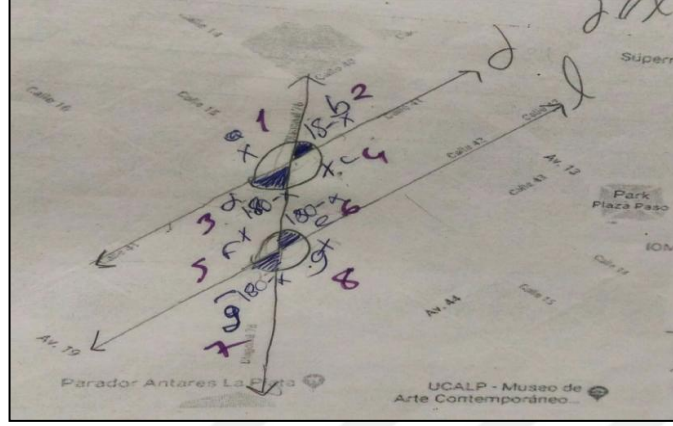
		Soru1				Soru2				Soru3				Soru4			
		G1	G2	G3	G4	G1	G2	G3	G4	G1	G2	G3	G4	G1	G2	G3	G4
Dışsal	Otoriter				0			0	0			0	0			0	0
	Alışkanlık Edinilmiş									0	0						
	Sembolik																
Deneysel	Örnek Temelli																
	Algısal kanıt	2		1											2	2	
Analitik	Dönüştürüle bilen		1			1	1							1			
	Aksiyomatik																

(Başarılı=1, Başarısız=0, Kısmen Başarılı=2)

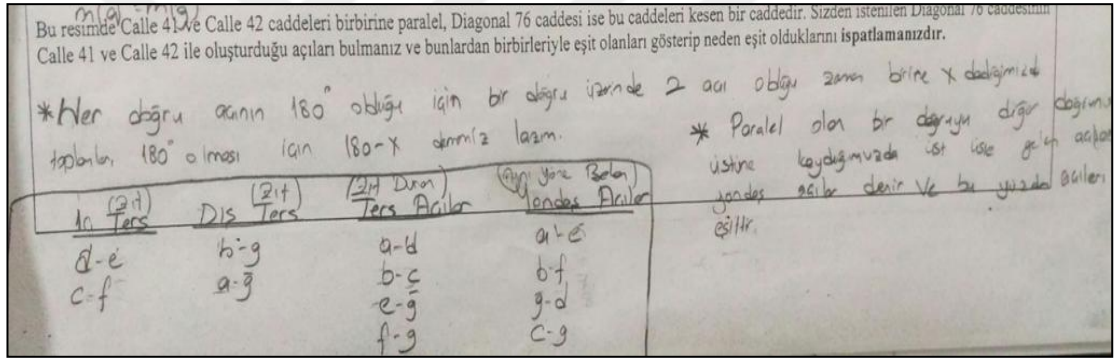
Yukarıdaki tablo detaylı incelendiğinde öğrencilerin dışsal, deneysel ve analitik kanıt şemalarından yoğunlukla dışsal kanıt şemalarına yöneldikleri fark edilmiştir. Gruplar dışsal kanıt şemalarından otoriter ve alışkanlık edinilmiş kanıt şemalarını kullanırken sembolik kanıt şemasını kullanan grup olmamıştır. Otoriter kanıt şeması alışkanlık edinilmiş kanıt şemasına göre daha yoğun olarak kullanılmıştır. Bu noktada otoriter ve alışkanlık edinilmiş kanıt şemalarını kullanan grupların yapmaya çalıştıkları ispatlarda başarısız oldukları görülmüştür.

Öte yandan gruplar yaptıkları ispatlarda Harel ve Sowder'ın literatüre kazandırdığı deneysel kanıt şemalarından algısal kanıt şemasını kullanırken, örnek temelli kanıt şemasını ise kullanmamışlardır. Gruplar kullandıkları algısal kanıt şemalarında genellikle kısmen başarılı olmuşlardır. (sadece 3. grup 1. soruda başarılı olmuştur.) Yapılan ispatlarda analitik kanıt şemalarından sadece dönüştürülebilir kanıt şeması kullanılmıştır ve bu şemayı kullanan gruplar ispatlarında başarılı olmuşlardır.

noktasında bütünler açı özelliğinden diğer açılar da x cinsinden yazılabilir.” gibi söylemlerinden hareketle bir genelleme yoluna gittikleri görülmüştür (Resim 4.10).

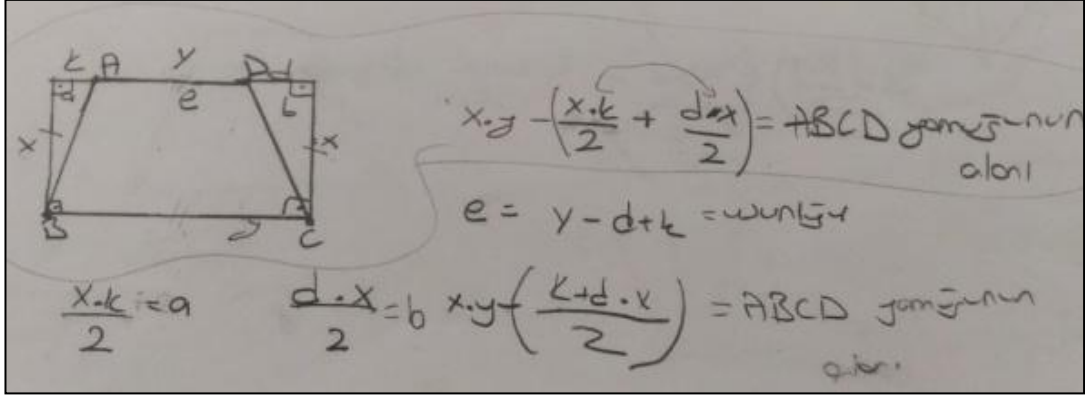


Resim 4.10 G2Ö1'in birinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı



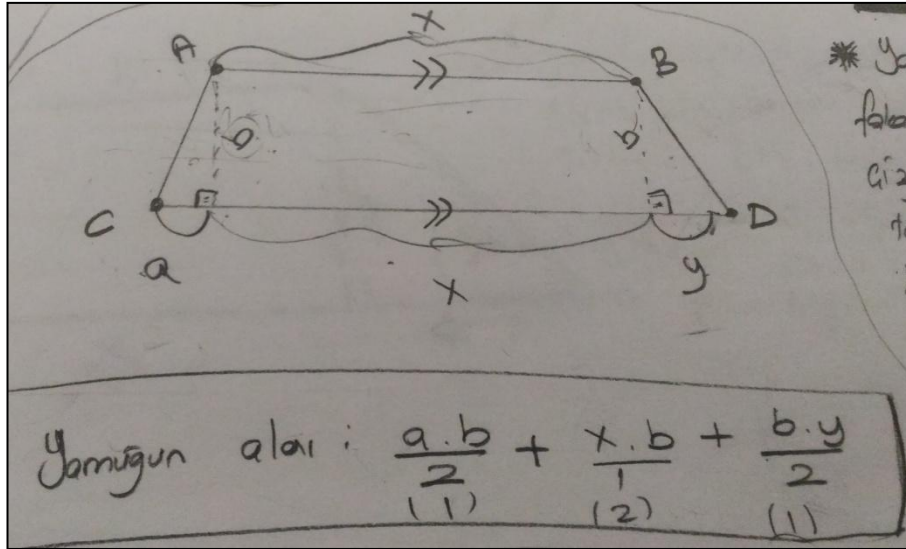
Resim 4.11 G2Ö3'ün birinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı

3. grubun problemin çözümü için kullandığı kanıt şemalarına bakıldığında ise grup, ölçerek açılarından hangilerinin birbirlerine eşit olduğunu bulmuştur (Resim 4.12). Buradan hareketle grubun eşit olan açıları bulduğu ancak açıölçer kullanmadan ispata yönelik bir fikir geliştirdikleri görülememiştir. Dolayısıyla yetersiz çıkarımlar kullanarak deneysel kanıt şemalarından algısal kanıt şemalarını kullandıkları görülmüştür.



Resim 4.13 G1Ö1'in ikinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı

2. grubun 2. soru için kullandıkları kanıt şemalarına bakıldığında ise grup “hocam yamuğun alanını bilmiyoruz fakat biz yamuğun köşelerinden dik bir çizgi indirirsek üçgenler oluşur her iki tarafta da. orta kısımda da dikdörtgen veya kare oluşur. her bir şeklin alanını bulup toplarsak yamuğun alanını buluruz.” açıklamasını yaparak kabaca aslında 1. grup ile benzer yollar izledikleri söylenebilir (Resim 4.14). A ve B noktalarından birer dikme atarak, ortada oluşan dikdörtgenin alanına dikme atarak oluşturdukları üçgenlerin alanlarını ekleyerek bir alan bağıntısı oluşturmuşlardır. Bu noktadan bakıldığında tutarlı basamaklar oluşturup akıl yürütmeyele sonuca ulaşmışlardır ve analitik kanıt şemalarından dönüştürülebilen kanıt şemasını kullanmışlardır.



Resim 4.14 G2Ö1'in ikinci problem durumuna ait etkinlik kağıdı

3. ve 4. grup ise 2. soru için herhangi bir mantıksal çıkarımda bulunamamışlardır. Dolayısıyla gerekçelendirme yapamayıp ispatlama noktasında eksik kalmışlardır. Böylece dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullanmışlardır.

4.2.3 Üçüncü Sorudaki Kanıt Şemaları

1. grubun 3. soru için kullandıkları kanıt şemalarına bakıldığında ise gruptan bir öğrencinin *“ben bunu ip gibi düşünürsem cetvelle ölçebileceğim bir şekle dönüştürebilirim bence.”* fikri grup tarafından destek görerek kabul edilmiştir ve yayın uzunluğunu da cetvelle ölçebileceklerini belirtmişlerdir. Bu noktadan bakıldığında grup, problem durumuna dair araştırma yapmak ve mantıksal çıkarımlarda bulunmak yerine yüzeysel deliller sunarak dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemasını kullanmıştır.

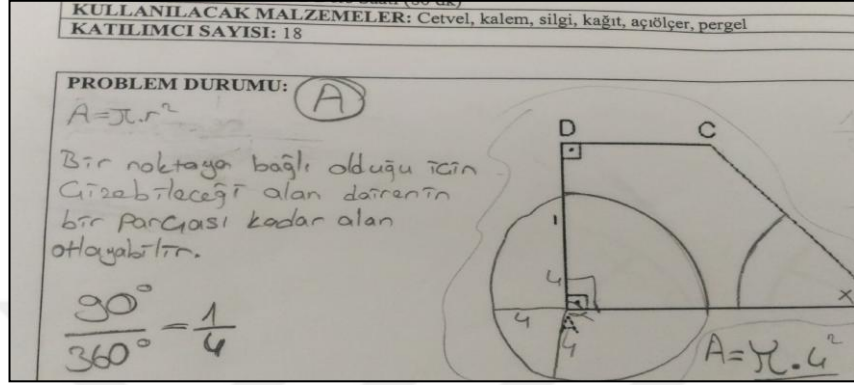
2. grubun soru için kullandığı kanıt şemasına bakıldığında grup *“hocam biz şöyle düşündük: mesela sporcu tam tur dolaşsaydı 360 derece yol alacaktı. biz de yarısını dolaşsa 180 derece, işte çeyreğini dolaşsa 90 derece yol alır dedik ama burada kaç derece olduğu belli değil. bundan dolayı devam edemedik.”* Buradan da görüldüğü gibi taranan açı ile yay uzunluğu kavramları tam ve doğru olarak özümselememiş ve yanlış bir yorum geliştirmişlerdir. Kanıtın delilleri arasında sınırlı bağlantı kurdukları için dışsal kanıt şemalarından alışkanlık edinilmiş kanıt şemasını kullanmıştır.

3. ve 4. grupların 3. problem bağlamında kullandıkları kanıt şemalarına bakıldığında ise mantıksal çıkarımlar yapamayarak gerekçe geliştirmede yetersiz kaldıkları görülmüştür. Bu nedenle bu gruplar dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullanmışlardır.

4.2.4 Dördüncü Sorudaki Kanıt Şemaları

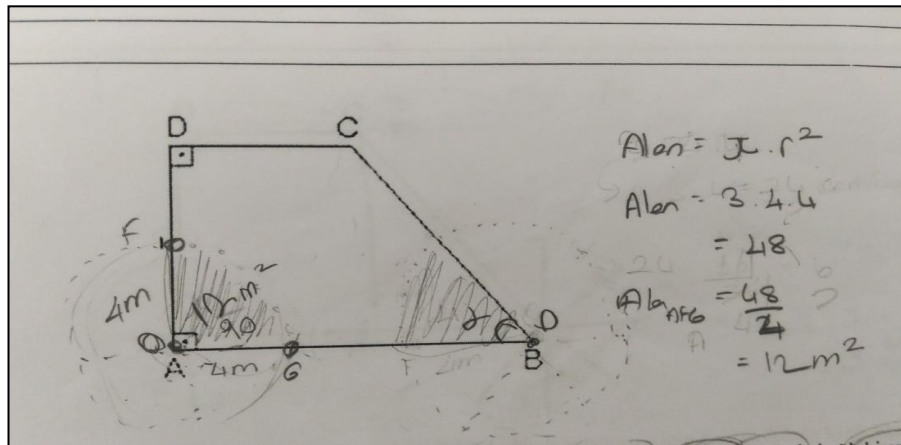
1. grubun 4. problemde kullandıkları ispat şemalarına bakıldığında ise grup 4. problem durumunun ilk sorusuna *“hocam koyun A noktasına bağlı olduğu için dairenin bir parçası kadar olan alandır. A köşesindeki açı da 90 derece olduğundan dairenin alanının 4’te biri kadardır.”* ve ikinci sorusuna ise *“açı 360 derece olduğunda tam bir daire ortaya çıkıyor hocam. açısını tam bilemediğimiz için*

dolayısıyla burada bir orantı kuracağız.” şeklinde bir açıklama getirmişlerdir (Resim 4.15). Bu açıklamalardan da anlaşılacağı üzere grup tutarlı basamaklar oluşturarak bir akıl yürütme gerçekleştirmişlerdir. Bu nedenle analitik kanıt şemalarından dönüştürülebilen kanıt şemasını kullanmışlardır.



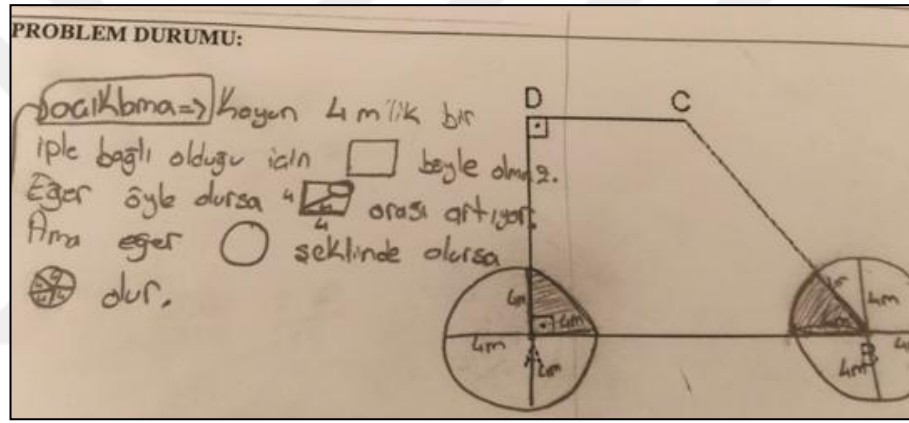
Resim 4.15 G1Ö2'nin dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı

2. grubun ispat yaparken kullandığı şemalara bakıldığında ise 2. grup problem durumunun 1. sorusu için 1. gruba benzer şekilde pi sayısını 3 olarak çeyrek dairenin alanını 12 metrekare bulmuşlardır (Resim 4.16). Problem durumunun ikinci sorusu için ise B köşesindeki açıyla orantılı olarak bir daire dilimi oluşacağını belirtmişlerdir. Grup ispat yaparken çizimler aracılığıyla ispata gitmeye çalışmışlardır ve grup üyelerini çizimlerle ikna etmeye çalışmışlardır. İspat yapma sürecinde çizimleri yoğunlukla kullandıkları için deneysel kanıt şemalarından algısal kanıt şemasını kullanmışlardır.



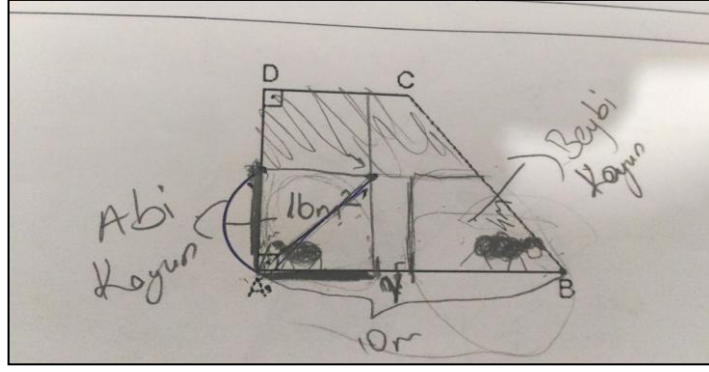
Resim 4.16 G2Ö2'nin dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı

3. grubun ispat şemalarına bakıldığında ise grup problem durumunun ilk sorusu için "hocam tam daire olsaydı toplam alanı $16 \cdot \pi$ olurdu ama burada 4'e böleceğiz. niye 4? çünkü yamukta A, 90 derece. 90'da 360'ın 4'te 1'i olduğu için 4'e böleceğiz." açıklamasını yapmıştır (Resim 4.17). İkinci sorusu için ise B köşesindeki açı belli olmadığından bir şey bulamadıklarını aktarmışlardır. Grup bu problem durumunda ilk soru için çizim yaparak mantıksal bir açıklama getirmeye çalışmışlardır ve deneysel kanıt şemalarından algısal kanıt şemasını kullanmışlardır. Problem durumunun ikinci sorusu için ise ispat noktasında gerekçe geliştirmede yetersiz kalmışlardır ve dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullanmışlardır.



Resim 4.17 G3Ö3'ün dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı

4. grubun kullandığı kanıt şemalarına bakıldığında ise problem durumunun ilk sorusu için koyunun otlayabileceği alanın kare olacağı düşüncesini benimsemişlerdir (Resim 4.18). İkinci soru için ise herhangi bir fikir geliştirememişlerdir. Dolayısıyla problem durumunun ispatı için ispat grup tarafından yapılamamıştır ve model oluşturma noktasında yetersiz kalmışlardır. Dolayısıyla dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullanmışlardır.



Resim 4.18 G4Ö2'nin dördüncü problem durumuna ait etkinlik kağıdı



5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, öğrencilerin daha önceden karşılaşmadıkları problem durumlarına a- didaktik bir ortamda ürettikleri ispatlar kanıt şemaları çerçevesinde incelenmiş ve kanıt şemaları içine yerleştirilmeye çalışılmıştır. DDT' nin aşamalarına göre grupların fikirleri analiz edilmiştir. Daha sonra grupların ortam (milieu) ile etkileşimleri ve bu etkileşim sonucu ortaya çıkardıkları veriler ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

5.1 Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmayı DDT' nin sorumluluk aktarma, eylem, ifade etme, doğrulama ve kurumsallaştırma aşamaları çerçevesinde sonuçlarını değerlendirecek olursak; sorumluluk aktarma aşamasında öğretmenin üzerinde olan sorumluluk sınıf ortamı da hazırlanarak öğrenciye başarılı bir şekilde devredilmiştir ve öğrencilerin problem durumu üzerinde çalışması sağlanmıştır. Sorumluluk devretme aşaması DDT' nin doğası gereği büyük önem arz etmektedir çünkü merkeze öğrenci yerleştirilmiştir ve öğrenci daha aktif hale gelmiştir. Bu noktada uygulamalar sonrası bazı öğrencilerle yapılan mülakatlarda öğrenciler, probleme geçmeden önce öğretmen tarafından yapılan açıklamaların sorunun anlaşılabilirliğini artırdığını belirtmişlerdir.

Eylem aşamasında ise sorumluluk devretme aşamasının tamamlanmasının ardından gruplar problem durumuyla karşı karşıya bırakılmışlardır. Bu süreçte grup içi tartışmalar başlamıştır, milieu ile etkileşim halinde olan öğrenciler grup arkadaşlarıyla fikir alışverişi içine girmişlerdir. Öğrenciler bu aşamada artık zihinsel olarak daha aktiftirler.

İfade etme sürecinde ise öğrenciler grup olarak oluşturdukları ortak fikirleri kendi aralarından belirledikleri bir sözcü aracılığıyla sınıfın bilgisine sunmuşlardır. İfade etme aşamasından sonraki aşama olan doğrulama aşamasında bütün sınıfın katılımıyla bir tartışma ortamı yaratılmıştır. İfade etme sürecinde grupların ortaya koyduğu fikirler doğrulama aşamasında diğer grupların da katılımıyla onaylanmış veya çürütülmüştür. Bu süreçte bazı grupların ortaya koydukları fikirlerin diğer bir

grubun mantıklı açıklamalarıyla çürütüldüğü görülmüş ve fikri ortaya koyan grup tarafından da bunun benimsendiği dikkat çekmiştir. Bu çalışmada da Erdoğan ve Özdemir'in (2013) çalışmasında olduğu gibi ispat yapma ve ispatlama süreçleri etkileşimli ve ortaklaşa yapılan bir ortamda gerçekleştiğinden öğrencilerin yoğun olarak matematik dilini kullandıkları ve paylaşım içinde buldukları görülmüştür. Yapılan klinik görüşmelerde de öğrencilerin grup içindeki etkileşimlerinin kendilerini düşünsel olarak pozitif bir şekilde etkilediğinden ve doğrulama aşamasındaki sınıf tartışması ortamının kendileri için olumlu bir durum yarattığından bahsetmişlerdir. Gruplar DDT' nin dinamik yapısından faydalanarak doğruyu ve tutarlı olanı bulma çabasına milieu ile etkileşerek girişmişlerdir. Doğrulama aşamasında kabul gören bilgi artık sınıfın ortak bilgisi olarak kabul edilmiştir. Yalnız bu bilgiye öğretmenin de aktif olduğu kurumsallaştırma süreciyle daha resmi bir statü kazandırılmıştır. Bu aşamada öğretmen gerekli ek açıklamalarla bilgiyi genişletme ve ortaya çıkan ispatları matematik diliyle anlatma ve ifade etme çabasına girişmiştir.

Bu çalışmada ortaya konan sonuçlardan birisi de a-didaktik ortamın aşamaları arasında keskin bir hiyerarşik sıra olmadığıdır. Örneğin bu çalışmada sorumluluk devretme aşaması tamamlanıp eylem aşamasına geçildiğinde bazı grupların eylem aşamasının başında bir önceki sorumluluk devretme aşamasıyla ilgili bazı sorunlarının olduğu görülmüş ve eylem aşamasına hemen geçiş yapılamamıştır. İfade etme ve doğrulama süreçleri birbirini genellikle takip etmiştir ve hatta bazı zamanlarda iç içe geçen süreçler olarak ortaya çıkmıştır. Doğrulama aşamasında grupların kendi fikirlerini diğer gruplara kabul ettirmek veya diğer grupların fikirlerinin çürütmek için gerektiğinde önceki aşamalara geri dönebildikleri görülmüştür. Bu bakımdan çalışmanın sonuçları Atasay (2018) ve Arslan, Baran, Okumuş'un (2011) yaptıkları çalışmalarındaki sonuçlarıyla benzerlikler göstermektedir.

5.1.1 Birinci Problem Durumuna Ait Sonuçlar

1. sorudaki problem durumunu 1. , 2. ve 3. gruplar geçmiş bilgilerinden hareketle anlamlandırabildikleri ve grupların kendi ispatlarına ulaştıkları görülmüştür. 1. grup doğruların para

lelliklerini bozmadan birbiri üzerine kaydırıp ölçme yaparak sadece yöndeş açıların eşitliğini bulmuşlar ve problem durumuna dair kısmi olarak nitelendirilebilecek bir ispat yapmışlardır. 2. grup ise cebirsel bir yorum yaparak doğru açılarının ölçüsünün 180 derece olduğu bilgisini kullanıp doğruları kaydırarak ölçüleri eşit olan açılar ispatlamışlardır. 3. grup ise daha basit düşünerek ellerindeki açıölçerlerle açılar ölçüp hangilerinin eşit olduklarını belirlemişlerdir. 4. grup ise problem durumuyla alakalı herhangi mantıklı bir ilişkilendirme yapamamış ve ispat noktasında fikir üretememişlerdir. Doğrulama aşamasında bazı grupların fikirlerinden diğer grupların etkilendiği görülmüştür. Örneğin, 1. grubun ispata dair öne sürdüğü fikirlerin sınıf içindeki etkisine bakıldığında, “*d doğrusu l doğrusunun üzerine kaydırıldığında aynı yöne bakan açılar birbirini tam kapattığı için açılarının ölçüleri birbirine eşittir.*” fikrinin 2. grup tarafından onaylanıp doğruların paralel olması bilgisiyyle güçlendirildiğini görüyoruz ve 3. grup tarafından 1. grubun fikrinin kendilerinde de mantıklı gelmesinden ötürü kabul edildiğine şahit oluyoruz. Başka bir örnek olarak 2. grubun “*aynı yöne bakan açılar eşittir.*” fikrine 1. grup katılmış ancak 3. grup bu noktada 1. gruba karşı çıkmış, 2. grubun ifadesiyle kendilerinin ifadesi arasında fark olduğunu belirtmiştir. Bu noktada 3. grup “*hayır siz sadece aynı yöne bakan dediniz, bunu az önce konuşmuştuk. bu grubun ifadesi daha doğru bizce.*” diyerek 1. grubun “*sadece aynı yöne bakan açılarının ölçüleri birbirine eşittir.*” beyanında başka açılarının eşit olamayacağı anlamı çıktığına dikkat çekip 2. grubun fikrinin daha doğru olduğunu kabul etmişlerdir. Bu örneklerden de anlaşılacağı üzere gruplar milieu ile etkileşime girerek bu sonuçlara ulaşmışlardır. Araştırmacının müdahalesi olmaksızın gruplar eylem, ifade etme ve doğrulama durumlarını bizzat kendileri yaşamışlardır. Bu durumların yaşanmasında ve milieu ile etkileşimde kuşkusuz sorumluluk aktarma aşamasının önemli ölçüde payı vardır çünkü sorumluluk aktarma DDT’ nin doğası gereği araştırmacıda olan görevi öğrenci üzerine aktarmaktadır. Sorumluluk aktarma aşaması sağlıklı bir şekilde yürüyünce gruplar problem durumlarını daha iyi bir

şekilde anlamlandırmışlardır ve grupların ispata yönelik kanıt üretme noktasında daha etkili oldukları düşünülmektedir.

1. problem durumunda kullanılan kanıt şemaları bakımından sonuçlara değinecek olursak 1. grup deneysel kanıt şemalarından algısal kanıt şemasını kullanmıştır ve yaptıkları ispatta ispatın bir kısmını gerçekleştirdikleri için kısmen başarılı olmuşlardır. 2. grup ise analitik kanıt şemalarından dönüştürülebilen kanıt şemasını kullanmışlardır ve yaptıkları ispatlarda başarılı olmuşlardır. 3. grup ise 1. grup gibi yaptıkları ispatta deneysel kanıt şemalarından algısal kanıt şemasını kullanmışlardır ve başarılı olmuşlardır. 4. grup ise yaptıkları ispatta dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullanmışlardır ve yaptıkları ispatta başarılı olamamışlardır.

5.1.2 İkinci Problem Durumuna Ait Sonuçlar

2. sorudaki problem durumunu 1. ve 2. gruplar anlamlandırabilmişler ve yamuğun alan bağıntısını anlatan bir bağıntı elde etmişlerdir. 3. ve 4. gruplar ise ispatlama noktasında sıkıntı yaşamışlardır ve dolayısıyla çözüme gidememişlerdir. 1. grup yaptıkları ispatta grubun kendi deyimiyle “*kesik gibi gördükleri*” yamuğu dikdörtgene tamamlamışlardır. Daha sonra oluşan dikdörtgenin alanından iki fazlalık olan iki üçgenin alanını çıkararak yamuğun alan bağıntısını veren bir ifade oluşturmuşlardır ancak elde ettikleri cebirsel ifadeyi düzenleme noktasında sıkıntı yaşamışlardır. 2. grup ise yamuğun alanının nasıl hesaplandığını bilmediklerini ancak köşelerden dikler çizerek oluşan iki üçgen ve dikdörtgenin alanlarını bulup toplayarak yamuğun alan bağıntısını oluşturacaklarını dile getirmişlerdir. Bu noktadan bakıldığında aslında 1. ve 2. grubun benzer şeyleri düşünerek problemi ispatlama çabasına girdikleri görülmektedir. 1. grup yamuğu dikdörtgene tamamlama, 2. grup ise yamuğu parçalayıp alan bağıntısı oluşturmaya çalışmıştır. 1. ve 2. gruplar doğrulama aşamasında birbirlerinin fikirlerini anlamışlar ve kendileri öyle düşünmeseler de mantıklı geldikleri için diğer grubun fikrini kabul etmişlerdir.

2. problem durumunda kullanılan kanıt şemalarına bakıldığında ise 1. ve 2. gruplar analitik kanıt şemalarından dönüştürülebilen kanıt şemasını kullanmışlardır. 3. ve 4. gruplar ise dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullanmışlardır.

5.1.3 Üçüncü Problem Durumuna Ait Sonuçlar

Bu problem durumunun analizlerine bakıldığında diğer problem durumlarından farklı olarak doğrulama aşamasında ve genel olarak toplamda daha az verinin ortaya çıktığı ve ortaya çıkan verilerin arasında yanlış olan düşüncelerin varlığı dikkat çekmiştir. Öğrencilerin bu problem durumu özelinde fikir üretme noktasında fazlaca sıkıntı çektikleri görülmektedir. Bu durumun sebeplerini; çemberin elemanlarını tam olarak tanıyamama ve problem durumuyla ilişkilendirememe, yay uzunluğunu anlamlandıramama, bazı grupların çemberin çevresinin nasıl hesaplanacağını bilmemesi, oranlama noktasındaki sıkıntılar, cebirsel ifadelerin kullanımı noktasındaki eksiklikler başlıkları altında sıralayabiliriz.

3. sorudaki problem durumunda 1. grup, çemberin çevresine ip sarıp ölçme düşüncesini belirtmişlerdir. Doğrulama aşamasındaki sınıf tartışmasında 1. grubun bu düşüncesi 2. grup tarafından kabul edilmemiştir ve ipi kullanarak cetvelle ölçme düşüncesinin bir ispat belirtmediğini ayrıca elimizde cetvel olmadığına bu düşüncelerinin işlemeyeceğini dile getirmişlerdir. Bu problem durumunda 2. grup ise “*çemberin çevresi 360 derecedir. örneğin yarısını dolaşsa 180 derece yol almış olur.*” açıklamasını yapmıştır. Daha sonra 1. grup öncülüğünde derece ile çemberin çevresinin bu şekilde ilgisinin olmadığı bilgisinin varlığı ortaya çıkarılmış ve 2. grubun bu fikri reddedilmiştir. 3. ve 4. gruplardan ise ispata dair herhangi bir fikir gelmemiştir.

3. problem durumunda kullanılan kanıt şemalarına bakıldığında ise grupların hepsi ispatlarda başarılı olamamışlardır ve dışsal kanıt şemalarını kullanmışlardır. 1. ve 2. gruplar alışkanlık edinilmiş kanıt şemasını, 3. ve 4. gruplar ise otoriter kanıt şemasını kullanmışlardır.

5.1.4 Dördüncü Problem Durumuna Ait Sonuçlar

4. problem durumundaki ortaya çıkan fikirlere bakıldığında, 3. soru için tam anlamıyla bir ispat geliştiremeyen bazı grupların bu problem durumunda daha aktif oldukları görülmüştür. Bunun sebebi olarak 3. sorudaki *orantı kurma* düşüncesini buraya transfer edip kullanabildikleri görülmektedir.

4. sorudaki problem durumunda 1. grup sorunun ispatını yapmıştır. Problem durumunun ilk sorusu için (a), koyunun taradığı alanın bir daire dilimi olacağını ve A köşesindeki dik açının varlığından dolayı bu dilimin açısının 90 derece olduğunu söylemişlerdir. Problem durumunun 2. sorusu (b) için de, bu sorunun 3. probleme bir kısmıyla benzediğini ve taranılan açının 360 derece olduğunda ortaya tam bir daire çıktığını, bu soruda da açısını bilmediğimiz için bir orantı kurma düşüncesinden yola çıkarak ispata gitmişlerdir ve bunu da cebirsel olarak anlatmışlardır. 2. grup ise 1. gruba benzer şekilde (a) sorusu için çeyrek dairenin alanını hesaplamışlardır. (b) sorusu için ise oluşan dilimin alanının açıyla orantılı olduğunu fark etmişler ancak bunu cebirsel olarak ifade edememişlerdir. 3. grup ise bu problem durumunda (a) sorusu için 1. ve 2. gruplar ile benzer yolla daire diliminin alanını bulmuşlardır. (b) sorusu için ise açının belli olmadığı için tam bir şey bulamadıklarını aktarmışlardır. 4. grup ise problem durumunun ilk sorusu (a) için, koyunun otlayabileceği alanı kare olarak belirlediklerini ve bu alanı kolayca bulabileceklerini belirtmiştir. Problem durumunun 2. sorusu (b) hakkında fikir geliştiremediklerini dile getirmiştir.

4. problem durumunda kullanılan kanıt şemalarına bakıldığında ise 1. grubun analitik kanıt şemalarından dönüştürülebilen kanıt şemasını kullandıkları ortaya çıkmıştır. 2. grup ise deneysel kanıt şemalarından algısal kanıt şemasını kullanmışlardır. 3. grup hem dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını hem de deneysel kanıt şemalarından algısal kanıt şemasını kullanmışlardır. 4. grup dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullanmıştır.

5.1.5 Problem Durumlarındaki Kanıt Şemalarına Dair Genel Sonuçlar

Harel ve Sowder tarafından üç ana başlık altında toplamda 7 kanıt şeması tanımlanmıştır. Araştırmada öğrencilerin ortaya koydukları ispatlar bu şemalardan 4'üne uymaktadır. Bu şemalar dışsal kanıt şemalarından otoriter ve alışkanlık edinilmiş kanıt şemaları, deneysel kanıt şemalarından algısal kanıt şeması ve analitik kanıt şemalarından dönüştürülebilen kanıt şemasıdır. Diğer 3 kanıt şemasına uyan herhangi bir ispat gruplar tarafından yapılmamıştır. Dışsal kanıt şemalarından sembolik kanıt şeması, deneysel kanıt şemalarından örnek temelli kanıt şeması ve

analitik kanıt şemalarından aksiyomatik kanıt şeması problem durumları ispatlanırken ortaya çıkmamıştır.

Çalışmamızda ortaya çıkan kanıt şemalarına bakıldığında 4 problem durumuna ait toplamda 17 kanıt şeması öğrenciler tarafından ortaya konmuştur. Ortaya çıkan 17 kanıt şemasından %41'i otoriter kanıt şeması, %11'i alışkanlık edinilmiş kanıt şeması, %24'ü algısal kanıt şeması, %24'ü dönüştürülebilir kanıt şeması şeklindedir. Araştırmamızda ortaya çıkan kanıt şemalarının büyük bir kısmı (%76'sı) dışsal ve deneysel kanıt şemalarından oluşmaktadır. Bu noktadan bakıldığında Harel ve Sowder'in çalışmalarıyla bu araştırmanın sonuçları tutarlılık göstermektedir.

Kullanılan bu 17 kanıt şemasının %53'ünde gruplar yaptıkları ispatlarda başarısız, %30'unda başarılı olmuşlar ve %17'sinde ise kısmen başarılı olmuşlardır. Algısal ve dönüştürülebilir kanıt şemalarına uygun ispat yapan gruplar yaptıkları ispatlarda ya başarılı olmuşlar ya da kısmen başarılı olmuşlardır, başarısız olan bir gruba rastlanmamıştır. Araştırmacının gözlemlerine dayanarak bu durumun sebebinin öğrencilerin sahip oldukları ön bilgileri sayesinde problem çözümünde tutarlı basamaklar oluşturarak ispata gittiklerini söyleyebiliriz. Ayrıca bu şemaların karakteristiğine baktığımızda algısal kanıt şemasında çizimler aracılığıyla kanıt basamakları ile hipotezlerin ilişkilendirildiği ve bir kanıtın doğruluğunun çizimlerle belirtildiği, dönüştürülebilir kanıt şemasında ise bir kanıtın önceki durumlarına mantıklı kurallar uygulandığı ifade edilmektedir (İskenderoğlu, 2010). Başarılı ve kısmen başarılı ispatlar yapan öğrenci gruplarının problem durumlarında bu şemaların karakteristiğine uygun davrandıkları gözlemlenmiştir.

Öte yandan dışsal kanıt şemalarından otoriter ve alışkanlık edinilmiş kanıt şemalarını kullanan gruplar yaptıkları ispatlarda başarılı olamamışlardır. Öğrencilerin öğrenme süreçlerindeki motivasyonları çoğunlukla öğretmene, kitaba veya çevresindeki bilen birine bağlıdır. Buradan hareketle öğrenciler kendilerine öğretilen matematiksel durumların neden doğru olduğu ile ilgilenmemektedirler, savunmaya ihtiyaç duymadan olduğu gibi ezberlemektedirler (İskenderoğlu, 2010). Dışsal kanıt şemalarını kullanan grupların problem durumlarına dair ispat yaparken ezber

yaptıkları düşünülmektedir ve dolayısıyla yaptıkları ispatlarda başarılı olmadıkları görülmektedir.

DDT ve kanıt şemaları ile ilgili yapılan çalışmalarda çıkan sonuçlarla çalışmamızı beraber değerlendirecek olursak İskenderoğlu (2003) çalışmasında, öğrencilerin çoğunlukla dışsal kanıt şemalarından otoriter kanıt şemasını kullandıkları, deneysel şemaları kullananların temel örnekleri tercih ettiği ve analitik kanıt şemalarını diğerlerine nazaran daha az kullandıkları sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada da öğrenciler %41 ile en çok dışsal kanıt şemalarını kullanmışlardır. Dışsal kanıt şemaları arasından da İskenderoğlu (2003) çalışmasında olduğu gibi otoriter kanıt şemasını kullanmışlardır. Çontay (2017) çalışmasında, öğrencilerin cevapları incelendiğinde dışsal, deneysel ve analitik kanıt şemalarından her birini ve alt şemalarını da ortaya koydukları görülmüştür. Öğrencilerin verdikleri cevaplarda üç türden kanıt şemalarını barındıracak özellikler bulunduğu saptanmıştır. En yoğun olarak dışsal, daha sonra analitik ve en az yoğunlukta deneysel kanıt şemalarının kullanıldığı bulgusu ile karşılaşmıştır. Bu çalışmada da öğrenciler (gruplar) Harel ve Sowder'in tanımladığı 3 ana türden kanıt şemasını ortaya koydukları görülmüştür. Ancak Çontay (2017) den farklı olarak bu çalışmada dışsal kanıt şemalarından sembolik kanıt şeması, deneysel kanıt şemalarından örnek temelli kanıt şeması ve analitik kanıt şemalarından aksiyomatik kanıt şeması problem durumları ispatlanırken ortaya çıkmamıştır.

5.2 Öneriler

Araştırmanın ve incelenen diğer araştırmaların sonunda şu önerilerde bulunulabilir:

- 1) Bu çalışmada on altı ortaokul öğrencisiyle ve dört hafta bir süreli çalışma ortamıyla sınırlı kalmıştır. Öğrenci sayısı ve süre artırılabilir.
- 2) Öğrenci fikirlerinin bu çalışmada grubun etkisiyle değiştiği gözlemlenebilmektedir. Burada grup faktörünün öğrencinin öğrenmesine olumlu katkı sunabildiği gibi bazı durumlarda da negatif yönde etkide bulunduğu da görülmektedir. Grup olarak yapılan çalışmalarda bireysel yapılan çalışmalar karşılaştırılabilir ve farklar daha iyi bir şekilde ortaya konulabilir.

3) A-didaktik ortam etkisi altında sunulan problem durumlarının öğrencilerin kanıt ve kanıt şemalarını nasıl etkilediğine dair deneysel çalışmalar yapılabilir.



6. KAYNAKLAR

- Arslan, S., Baran, D., & Okumuş, S. (2011). Brousseau'nun Matematiksel Öğrenme Ortamları Kuramı ve Adidaktik Ortamın Bir Uygulaması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 204-224.
- Artigue, M. (2008). Didactical design in mathematics education. E. C. Winsløw, *Nordic Research in Mathematics Education*.
- Atasay, M. (2018). *A-didaktik Ortamdaki Matematiksel Oyunlarda Öğrencilerin Yansıtıcı Oyun İşlevlerinin Belirlenmesi*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.
- Baki, A. (2018). *Matematiği Öğretme Bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Barak, B. (2018). *Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapma Süreçlerinin İncelenmesi*. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi.
- Başkale, H. (2016). Nitel Araştırmalarda Geçerlik, Güvenirlik ve Örneklem Büyüklüğünün Belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9 (1), 23-28.
- Bozdağ, S. K. (2012). *Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapmaya Yönelik Tutumları ile İspatlama Becerileri Arasındaki İlişki*. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics, Didactique des Mathématiques, 1970-1990*. New York: Kluwer.
- Bybee, R. W. (1997). *Achieving Scientific Literacy: From Purposes to Practices*. Portsmouth: UK, Heinemann.
- Çontay, E. G. (2017). *Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının İspat Şemaları*. Denizli: Pamukkale Üniversitesi.
- Dubinsky, E. (1984). *The cognitive effect of computer experiences on learning abstract mathematical concepts*. *Korkeakoulujen Atk-Vutiset*, 2, 41-47 .
- Duygu, N. (2013). *İköğretim Matematik Öğretim Programlarının İncelenmesi: Uluslararası Bir Karşılaştırma*. Tokat: Gaziosmanpaşa Üniversitesi.

- Erdoğan, A. (2016a). Didaktik Durumlar Teorisi. E. B. Ed. içinde, *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 413-430). Ankara: Pegem Akademi.
- Erdoğan, A. (2016b). Didaktik sözleşme. Ed., E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat içinde, *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 565-580). Ankara: Pegem Akademi.
- Erdoğan, A., & Erdoğan, E. Ö. (2013). Didaktik Durumlar Teorisi Işığında İlköğretim Öğrencilerine Matematiksel Süreçlerin Yaşatılması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 14(1), 17-34.
- Erdoğan, A., Gök, M., & Bozkır, M. (2014). Orantı Kavramının Adidaktik Bir Ortamda Öğretimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(3), 535-562.
- Erümit, A. K., Arslan, S., & Erümit, S. F. (2012, 1(4)). Bir Matematik Probleminin Adidaktik Ortamdaki Çözüm Süreci. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*.
- Flores, A. (2002). How Do Children Know That What They Learn in Mathematics Is True? *Teaching Children Mathematics*, 8(5), 269-274.
- Gardner, H. (1999). *Intelligence Reframed Multiple Intelligences For The 21st Century*.
- Gök, M., & Erdoğan, A. (2017). Sınıf Ortamında Rutin Olmayan Matematik Problemi Çözme: Didaktik Durumlar Teorisine Dayalı Bir Uygulama Örneği. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi*, 140-181.
- Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1982). Epistemological and methodological bases of naturalistic inquiry. *Educational Communication and Technology Journal*. 30 (4), 233-252.
- Hanna, G. (2008). Beyond verification: Proof can teach new methods Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI. (Rome, 5–8 March 2008).
- Hanna, G., & Villiers, M. D. (2008). *Proof and Proving in Mathematics Education*. ZDM: the international journal on mathematics education, 40, 329-336.
- Harel, G. (2001). The Development of Mathematical Induction as a Proof Scheme: A Model for DNR-Based. S. C. (Ed.) içinde, *Learning and Teaching Number Theory* (s. 185-212).
- Houser, J. (2007). *Nursing research: reading, using, and creating evidence*.

- ipek, S. (2010). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Dinamik Geometri Yazılımları Kullanarak Gerçekleştirdikleri Geometrik ve Cebirsel İspat Süreçlerinin İncelenmesi*. Ankara: Hacettepe Üniversitesi.
- İskenderoğlu, T. A. (2003). *Farklı Sınıf Düzeylerindeki Öğrencilerin Matematik Problemlerini Kanıtlama Süreçleri*. Bolu: Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- İskenderoğlu, T. (2010). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Kanıtlamayla İlgili Görüşleri ve Kullandıkları Kanıt Şemaları*. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- İskenderoğlu, T. A. (2016). Kanıt ve Kanıt Şemaları. E. B. Ed. içinde, *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 65-83). Ankara: Pegem Akademi.
- Kaya, E. P. (2018). *İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Denklik Bağıntısına İlişkin Kanıt İmajlarının İncelenmesi*. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Knuth, E. J. (2002). Secondary School Mathematics Teachers' Conceptions of Proof. *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, 379-405.
- Kolb, D. A. (1984). *Experiential Learning: Experience as the Source of Learning and Development*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice- Hall.
- Krefting, L. (1991). Rigor in qualitative research: the assessment of trustworthiness. *The American Journal of Occupational Therapy*, 45 (3), 214-222.
- Laborde, C., & Perrin-Glorian, M.-J. (2005). Introduction Teaching Situations as Object of Research: Empirical Studies within Theoretical Perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 1-12.
- Ligozat, F., & Schubauer-Leoni, M.-L. (2009). The joint action theory in didactics: Why do we need it in the case of teaching and learning mathematics?, (s. 1615-1624). Lyon.
- Martin, W. G., & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 41-51.
- Martin, W. G. (1998). *Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000)*. Reston: VA: Author.
- Pektaş, O., & Bilgici, G. (2019). *Matematik Öğretmen Adaylarının Trigonometri Konusunda Kullandıkları Kanıt Şemalarının Öğrenme Stillerine Göre İncelenmesi*, 27(3). Kastamonu: Kastamonu Eğitim Dergisi.

- Sağır, P. P. (2013). *Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapma Süreçlerinin İncelenmesi*. İstanbul: Marmara Üniversitesi.
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflection on Doing and Teaching Mathematics.
- Sharts-Hopko, N. C. (2002). Assessing rigor in qualitative research. *Journal of the Association of Nurses In Aids Care*, 13 (4), 84-86.
- Sowder, L., & Harel, G. (1998). Types of Students' Justifications. *The Mathematics Teacher*, 91(8), 670-675.
- Şahi, B. N., Şahin, G., & Broutin, M. S. (2017). Didaktik Durumlar Teorisi Işığında Asal Sayılar Kavramının Öğretimi: Bir Eylem Araştırması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 156-171.
- Tall, D. (1998). *The Cognitive Development of Proof: Is Mathematical Proof For All or For Some?* Conference of the University of Chicago School Mathematics Project.
- Villiers, M. D. (1999). *Rethinking proof with the Geometer's Sketchpad*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Walle, J. A. (2012). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği*. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Warfield, V. (2007). *Invitation to Didactique*. New York: Springer.
- Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: the need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 101-109.
- Yavuz, İ., Arslan, S., & Kepceoğlu, İ. (2011). Didaktik Antlaşması ve öğretime yansımaları: değerler tablosu örneği. *Uluslararası İnsan Bilimleri Dergisi*, 385-409.
- Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B. (2007). Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40(1), 181-213.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (1988). Aksiyomatik Yöntem. C. Yıldırım içinde, *Matematiksel Düşünme* (s. 102). İstanbul: Remzi Kitabevi.

Zaimoğlu, Ő. (2012). *8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik İspat Süreci ve Eğilimleri*.
Kastamonu: Kastamonu Üniversitesi.





EKLER

7. EKLER

EK A 1. Problem Durumunu Ait Etkinlik Kağıdı

ETKİNLİK NO: 1
ÖĞRENME ALANI: GEOMETRİ VE ÖLÇME
ALT ÖĞRENME ALANI: DOĞRULAR VE AÇILAR
ETKİNLİĞİN KAZANIMI: 7.3.1.2. İki paralel doğruyla bir kesenin oluşturduğu yöndeş, ters, iç ters, dış ters açıları belirleyerek özelliklerini inceler, oluşan açıların eş veya bütünler olanlarını belirler; ilgili problemleri çözer.
ETKİNLİĞİN SÜRESİ: 2 Ders Saati (80 dk)
KULLANILACAK MALZEMELER: Cetvel, kalem, silgi, kağıt, açıölçer
KATILIMCI SAYISI: 18

PROBLEM DURUMU:



Yukarıdaki resim bir Güney Amerika ülkesi Arjantin'in başkenti Buenos Aires eyaletinin merkezi olan La Plata bölgesinin bir kısmının haritasıdır. Aşağıda ise La Plata bölgesindeki bir kesimin yakınlaştırılmış Google Maps görüntüsü verilmiştir.



Bu resimde Calle 41 ve Calle 42 caddeleri birbirine paralel, Diagonal 76 caddesi ise bu caddeleri kesen bir caddedir. Sizden istenilen Diagonal 76 caddesinin Calle 41 ve Calle 42 ile oluşturduğu açıları bulunuz ve bunlardan birbirleriyle eşit olanları gösterip neden eşit olduklarını **ispatlamanızdır.**

EK B 2. Problem Durumunu Ait Etkinlik Kağıdı

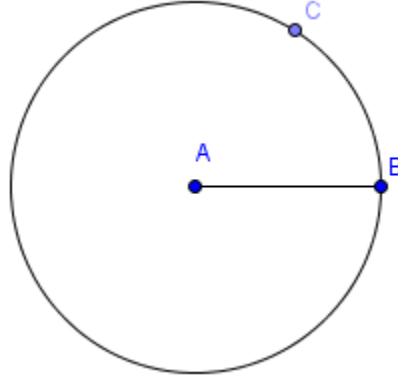
ETKİNLİK NO: 2
ÖĞRENME ALANI: GEOMETRİ VE ÖLÇME
ALT ÖĞRENME ALANI: ÇOKGENLER
ETKİNLİĞİN KAZANIMI: 7.3.2.4. Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
ETKİNLİĞİN SÜRESİ: 2 Ders Saati (80 dk)
KULLANILACAK MALZEMELER: Cetvel, kalem, silgi, kağıt, renkli kalemler
KATILIMCI SAYISI: 18

PROBLEM DURUMU: Mehmet Bey, miras paylaşımı sonucunda babasından kalan tarlayı görmeye gitmiş ve tarlasının şeklinin bir yamuk olduğunu fark etmiştir. Tarlasına çeşitli meyve ağaçları dikmek isteyen Mehmet Bey, kaç tane meyve fidanı alması gerektiğini öğrenmek istemektedir. Buna bağlı olarak tarlasının alanını hesaplaması gerektiğini düşünen Mehmet Bey'in alan hesaplamaya dair bir fikri bulunmamaktadır. Alanın hesaplanması konusunda Mehmet Bey'e yardımcı olabilecek bir model geliştirmeniz istenmektedir. (Yamuğun alan formülünü **ispatlamanız** istenmektedir.)

EK C 3. Problem Durumunu Ait Etkinlik Kağıdı

ETKİNLİK NO: 3
ÖĞRENME ALANI: GEOMETRİ VE ÖLÇME
ALT ÖĞRENME ALANI: ÇEMBER VE DAİRE
ETKİNLİĞİN KAZANIMI: 7.3.3.2. Çemberin ve çember parçasının uzunluğunu hesaplar.
ETKİNLİĞİN SÜRESİ: 2 Ders Saati (80 dk)
KULLANILACAK MALZEMELER: Cetvel, kalem, silgi, kağıt, açıölçer, pergel
KATILIMCI SAYISI: 18

PROBLEM DURUMU:

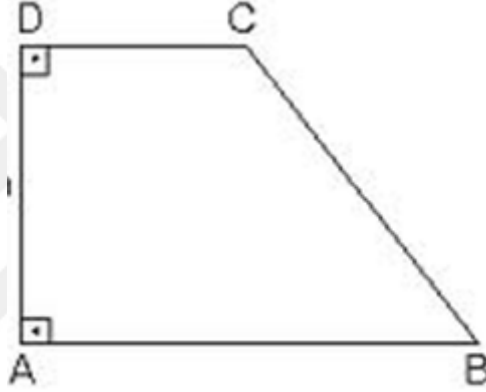


Olimpiyatlara hazırlanan bir sporcu, yukarıdaki A merkezli dairesel pistin B noktasından harekete başlamış ve C noktasına gelince hareketini sonlandırmıştır. Kaç metre koştuğunu merak eden sporcuya yardımcı olmak için bir model geliştirebilir misiniz? (BC yayının uzunluğunu bulmanız isteniyor.)

EK D 4. Problem Durumunu Ait Etkinlik Kağıdı

ETKİNLİK NO: 4
ÖĞRENME ALANI: GEOMETRİ VE ÖLÇME
ALT ÖĞRENME ALANI: ÇEMBER VE DAİRE
ETKİNLİĞİN KAZANIMI: 7.3.3.3. Dairenin ve daire diliminin alanını hesaplar.
ETKİNLİĞİN SÜRESİ: 2 Ders Saati (80 dk)
KULLANILACAK MALZEMELER: Cetvel, kalem, silgi, kağıt, açıölçer, pergel
KATILIMCI SAYISI: 18

PROBLEM DURUMU:



Yukarıda etrafı çitle çevrili yamuk şeklinde bir tarla bulunmaktadır. Bu tarlanın A ve B köşelerinde otlamaları için 4 m'lik iplerle bağlı birer koyun vardır. (AB uzunluğu iki koyunun karşılaşmayacağı kadar uzundur.)

- A köşesindeki koyunun otlayabileceği maksimum alanı bulabilir misiniz?
- B köşesindeki koyunun otlayabileceği maksimum alanı anlatan bir model önerebilir misiniz?

EK E Pilot Uygulama-1

ETKİNLİK ADI: YAPBOZ PROBLEMİ

ETKİNLİĞİN SÜRESİ: 1 Ders Saati (40 dk)

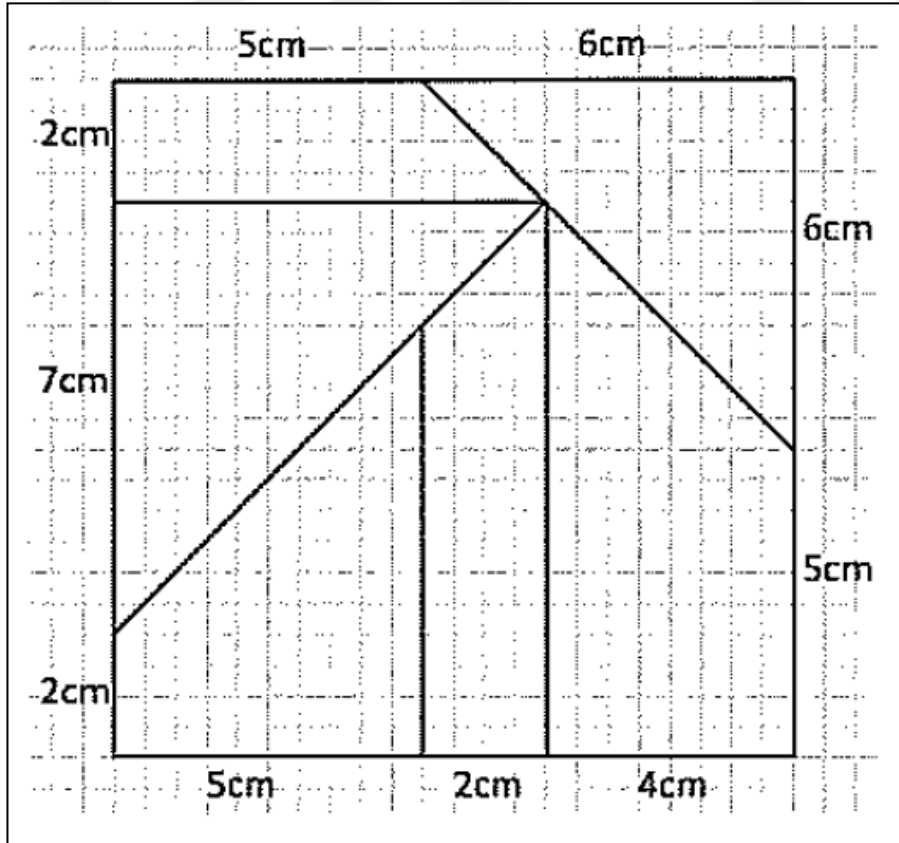
KULLANILACAK MALZEMELER: Kalem, kağıt, cetvel, makas, her grup için model yapboz, renkli kalemler

KATILIMCI SAYISI: 16

PROBLEM DURUMU: Aşağıda bir kenar uzunluğu 11 cm olan kare şeklinde bir yapboz verilmiştir. Bu yapboz 6 parçadan oluşmaktadır. Parçalar 2cm, 4cm, 5cm, 6cm, 7cm ve 9cm'dir. Sizden istenilen belli bir kurala göre bu yapboza benzer fakat daha büyük bir yapboz oluşturmanızdır.

Kural 1: Verilen modeldeki 4 cm olan kenar uzunluğu 7 cm olmak zorundadır.

Kural 2: Öğrenciler dörderli gruplar halinde çalışacak fakat hep birlikte yapbozun parçalarını oluşturmayacaklardır. Her öğrenci payına düşen bir veya iki parçayı tek başına oluşturacaktır. Etkinliğin sonunda her öğrencinin oluşturduğu parçalar birleştirilip daha büyük olan yeni yapboz elde edilecektir.



EK F Pilot Uygulama-2

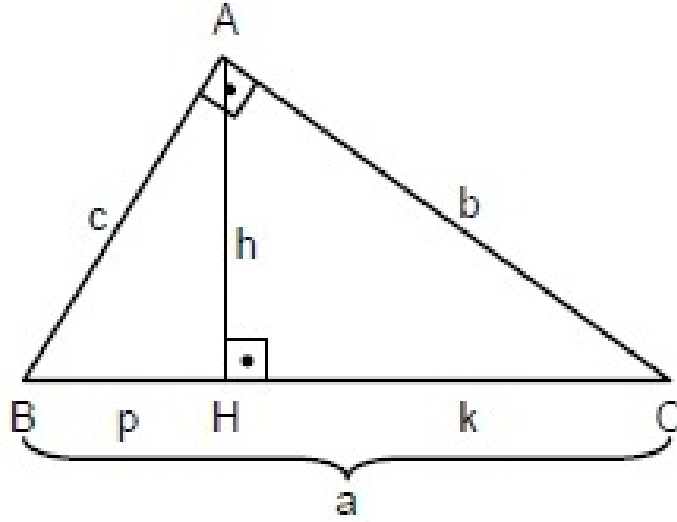
ETKİNLİK ADI: DİK ÜÇGENDE METRİK (UZAKLIK) BAĞINTILAR(I)

ETKİNLİĞİN SÜRESİ: 2 Ders Saati (80 dk)

KULLANILACAK MALZEMELER: Kalem, kağıt, cetvel, gönye

KATILIMCI SAYISI: 16

PROBLEM DURUMU: Aşağıda bir ABC dik üçgeni verilmiştir. Bu üçgende $|AB|=c$ br, $|AC|=b$ br, $|BC|=p+k=a$ br ($|BH|=p$ br, $|HC|=k$ br) olarak belirlenmiştir. Sizden istenilen bu uzunluklar arasında bir ilişki bulmanızdır.



- 1) $h=6$ br ve $p=4$ br olduğunda k kaç br olur, hesaplayınız.
- 2) h , p , k arasında bir ilişki ortaya koyunuz ve bu ilişkiyi anlatan bir model bulunuz.

8. ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Niyazi Öner ERCAN
Doğum Yeri ve Yılı : Burdur / 01.01.1990
Medeni Hali : Evli
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : niyazonerercan@gmail.com



Eğitim Durumu

Lise : Burdur Anadolu Öğretmen Lisesi, 2008
Lisans : Anadolu Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğrt., 2014

Mesleki Deneyim

İş Yeri : Sinop Boyabat Hamit Tekin Ortaokulu, 2015- halen

Yayın Listesi

- Ercan, N. Ö., & Kepceoğlu, İ. (2018). Ortaokul Öğrencilerinin Uzamsal Yeteneklerinin Belirlenmesinde Soru Türlerinin Önemi. *27. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi*. Antalya.
- Ercan, N. Ö., Ercan, P., & Kepceoğlu, İ. (2019). Bir Web 2.0 Aracı Olan Kahoot Programını Derslerinde Kullanan Farklı Branşlardaki Ortaokul Öğretmenlerinin Görüşleri. *12. Uluslararası Eğitim Araştırmaları Kongresi*. Rize: Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi.
- Kepceoğlu, İ., & Ercan, N. Ö. (2018). Uzamsal Yetenek Belirlemek İçin Hangi Tür Sorular Kullanılmalıdır? *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 26 (6), 2189-2201.
- Kepceoğlu, İ., Ercan, P., & Ercan, N. Ö. (2018). Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Derslerinde Oyunlaştırma İle İlgili Görüşlerinin Değerlendirilmesi. *13. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. Denizli : Pamukkale Üniversitesi.